

Małgorzata Gutry-Korycka*

Dariusz Woronko**

Jarosław Suchożębrski***

**UWARUNKOWANIE REGIONALNE
MAKSYMALNYCH PRAWDOPODOBNYCH PRZEPIYWÓW
RZEK POLSKICH**

Regional conditionings of probable maximum Polish river flows

Abstract: The purpose of this study was to obtain and prove the methods of catchment regionalization in case of annual maximum floods. Identification of Polish rivers was held on the basis of regional frequency analyses including recognition of homogenous regions in their physical properties and river flow parameters. Results indicate the division on two regional groups: mountain and lowland catchments. Statistical tests prove the obtained regionalization and allow calculating the regional probability curves for these two catchment groups. Obtained results may be helpful in the analysis of floods in ungauged catchments and these where hydrological observations were held in a short period especially when dependency of the maximum probable flows in analysed catchments from their physico-geographical features was proved.

Słowa kluczowe: przepływy maksymalne roczne prawdopodobne, analiza częstotliwości regionalnej, wezbranie, czas powtarzalności, typologia zlewni

Key words: annual probable maximum flow, regional frequency analysis, flood, return period, typology of a basin

WSTĘP

Metoda analizy regionalnej częstości wezbrań znajduje zastosowanie wówczas, gdy brakuje danych hydrologicznych niezbędnych do oszacowania parametrów wezbrania w zadanym czasie lub informacja, którą dysponujemy jest nie-

* e-mail: msgutryk@uw.edu.pl

** e-mail: dworonko@uw.edu.pl

*** e-mail: jsuch@uw.edu.pl

wystarczająca do tego celu. Zazwyczaj badania prowadzone są w dwóch etapach. W pierwszej kolejności identyfikuje się zlewnie homogeniczne łącząc je w jednorodne regiony hydrologiczne, a następnie stosując w nich wybrane metody analizy regionalnej, ustala się prawdopodobieństwo wystąpienia epizodu wezbrań w zlewni należącej do określonego regionu. W tej metodzie przyjmuje się czas powtarzalności przepływu ekstremalnego jako odwrotność prawdopodobieństwa jego wystąpienia $T=1/p$. Jednorodność regionów definiuje się najczęściej za pomocą metod statystycznych, jako najbliższe sąsiedztwo w przestrzeni geograficznej (podobieństwo zlewni tworzących dany region) lub też występowanie istotnych różnic z pozostałymi regionami w przestrzeni geograficznej. Identyfikacja jednorodnych regionów hydrologicznych zazwyczaj jest prowadzona przez grupowanie zlewni na podstawie podobieństwa fizycznogeograficznego (Acreman i Sinclair 1986; McKerchar i Pearson 1990; Bayliss i Reed 2001; Ouarda i in. 2001; Chokmani i Ouarda 2004; Zhang Jingyi i Hall 2004; Merz i Blöschl 2005; Cunderlik i Burn 2006; Ouarda i in. 2006; Shu i Ouarda 2007).

Inne podejście do regionalizacji, ostatnio coraz popularniejsze wśród hydrologów, jako podstawę przyjmuje sezonowość wezbrań. W modelach tego typu wybór jednorodnych regionów opiera się na badaniu sezonowości przepływów w różnych stacjach i określeniu typów genetycznych wezbrań. Wyróżnienie sezonów w każdej stacji (liczba głównych sezonów, data początku i końca sezonu) znajduje zastosowanie w identyfikowaniu grup zlewni o podobnym sezonowym zachowaniu wezbrań. Główną zaletą tego podejścia jest to, że sezonowość wezbrań jest opisywana przy użyciu rzeczywistych danych, dzięki temu wyniki grupowania są pewniejsze. Informacja o okresach występowania wezbrań, uwzględniona przy delimitacji regionów jednorodnych hydrologicznie, pozwala również na wyodrębnienie nakładających się epizodów o różnej genezie, np. wiosenne roztopy (w północnych szerokościach geograficznych) czy intensywne opady w półroczu letnim (Cunderlik i Burn 2002; Ouarda i in. 2006).

Pierwszym etapem w analizie regionalnej jest wybór zlewni podobnych (grup zlewni). Poszukując podobieństwa między zlewniami i grupując je w regiony zastosowano różne podejścia. Wzięto pod uwagę, zarówno parametry wezbrań, jak i cechy fizyczne zlewni. Analizie poddano czterdzieści zlewni, dla których zgromadzono informację o najwyższych przepływach z lat 1975–2006 (tab. 1).

W celu znalezienia miary podobieństwa fizycznogeograficznego zlewni uwzględniono 10 parametrów (cech), takich jak: powierzchnia topograficzna [km²], długość sieci rzecznej [km], gęstość sieci rzecznej [km km⁻²], długość cieków głównych [m], średni spadek cieków głównych [%], obwód zlewni [km], długość zlewni [km], lesistość [%] i współrzędne geograficzne położenia środka geometrycznego zlewni [m] (tab. 2).

Parametry zlewni były identyfikowane z następujących map cyfrowych: *Mapy Podziału Hydrograficznego Polski* (MPHP – skala podstawowa 1:50 000), *Corine*

Tab. 1. Zestawienie analizowanych zlewni
 Tab. 1. Analysed river basins

Lp.	Rzeka – profil hydrologiczny	A [km ²]	WWQ [m ³ s ⁻¹]	Geneza wezbrania	Lp.	Rzeka – profil	A [km ²]	WWQ [m ³ s ⁻¹]	Geneza wezbrania
1	Biała Tarnowska – Grybów	207	180,0	opadowe	21	Płonia – Żelewo	1026	20,1	opadowe
2	Biała Łądecka – Łądek Zdrój	163	270,0	opadowe	22	Potok Kościeliski – Kościeliko–Kiry	34,7	35,0	opadowe
3	Cicha Woda – Zakopane	58,4	69,2	opadowe	23	Rega – Łobez	616	25,1	roztopowe
4	Czarna Hańcza – Czerwony Folwark	488	11,6	roztopowe	24	Rega – Trzebiatów	2644	87,0	roztopowe
5	Drawa – Drawsko Pomorskie	592	18,2	roztopowe	25	Rospuda – Raczeki	300	25,7	roztopowe
6	Elk – Elk	829	38,0	roztopowe	26	San – Dwernik	418	243,0	opadowe
7	Gwda – Ptusza	2042	37,2	roztopowe	27	Sękówka – Gorlice	122	450,0	opadowe
8	Hoczewka – Hoczew	169	129,0	opadowe	28	Skawa – Jordanów	96,8	98,0	opadowe
9	Ina – Goleniów	2138	86,4	roztopowe	29	Skora – Chojnów	266	180,0	opadowe
10	Jasiołka – Zboiska	264	159	opadowe	30	Skora – Zagrodno	166	138,0	opadowe
11	Kamienica – Nowy Sącz	237	188,0	opadowe	31	Skrwa (Prawa) – Parzeń	1490	132,0	roztopowe
12	Kocierzanka – Łękawica	36,5	30,4	opadowe	32	Solinka – Terka	309	254,0	opadowe
13	Krutynia – Ulka	653	11,1	roztopowe	33	Sola – Rajcza	254	373,0	opadowe
14	Liwiec – Łochów	2471	276,0	roztopowe	34	Sola – Żywiec	783	688,0	opadowe
15	Łubinka – Nowy Sącz	66,6	110,0	opadowe	35	Stryszawka – Sucha	140	97,7	opadowe
16	Łyna – Smolajny	2302	50,6	roztopowe	36	Świder – Wólka Mładzka	860	115,0	roztopowe
17	Nurzec – Boćki	535	67,8	roztopowe	37	Wda – Czarna Woda	728	14,9	roztopowe
18	Omulew – Krukowo	1209	31,6	roztopowe	38	Wda – Wawrzynowo	422	7,1	roztopowe
19	Orzyc – Krasnosielc	1326	107,0	roztopowe	39	Wierzyca – Bożepole Szlach.	406	11,1	opadowe
20	Oslawa – Szczawne	300	229	opadowe	40	Wisła – Wisła	54,6	48,7	opadowe

Tab. 2. Parametry i miary statystyczne zmiennych przestrzennych zlewni
Tab. 2. Parameters and statistics of spatial catchment variables

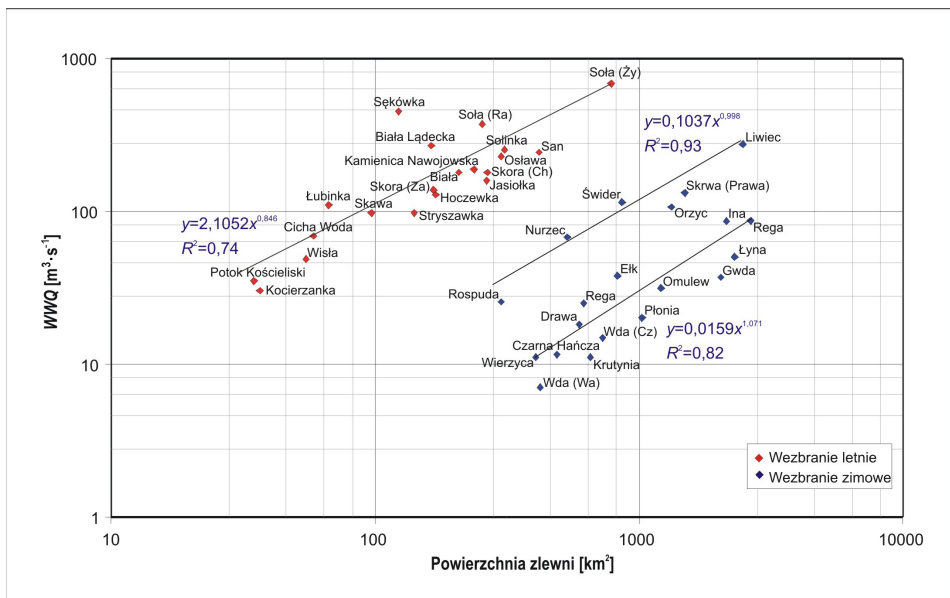
Cecha	Parametr							
	średnia	mediana	minimum	maksimum	wariancja	odch.std	skośność	kurtoza
Powierzchnia [km ²]	680,6	412,0	34,7	2644,3	5,2802E+05	726,6	1,502	1,289
Długość sieci rzecznej [km]	352,5	290,7	32,0	981,2	7,0272E+04	265,1	0,984	0,291
Gęstość sieci rzecznej [km/km ²]	1,6	1,8	0,4	2,3	3,9539E-01	0,6	-1,064	-0,155
Deniwelacja cieków [m]	445,9	462,5	212,0	672,0	2,0804E+04	144,2	-0,194	-0,813
Średni spadek cieków głównego [%]	2,4	1,7	0,5	6,7	3,2681E+00	1,8	1,410	1,322
Długość zlewni [km]	25,4	21,8	8,6	80,7	3,4264E+02	18,5	1,834	3,706
Lesistość [%]	55,0	53,3	20,1	91,1	5,7348E+02	23,9	-0,172	-1,379
Współrzędne środka geometrycznego zlewni [m]	X	556167,8	230348,0	783594,0	2,9652E+10	172197,9	-0,626	-0,876
	Y	393137,2	362500,0	147840,0	707334,0	4,7929E+10	218927,9	0,191
Obwód zlewni [km]	157,4	109,3	27,8	474,2	1,3866E+04	117,8	1,046	0,283

Land Cover (stopień szczegółowości odpowiadający mapie w skali 1:100 000) oraz Numerycznego Modelu Terenu DTED Level 2 (stopień szczegółowości odpowiadający mapie w skali 1:50 000). Dane hydrologiczne pochodziły z Roczników hydrologicznych wód powierzchniowych (do roku 1983) oraz z bazy IMGW zgromadzonej specjalnie na potrzeby projektu (dane z lat 1984–2006).

PARAMETRY WEZBRAŃ W FUNKCJI CECH FIZYCZNOGEOGRAFICZNYCH ZLEWNI

Na początku poszukiwano relacji pomiędzy parametrami fizycznogeograficznymi zlewni a najwyższym przepływem rocznym, jaki wystąpił w latach 1974–2006. Rozmieszczenie najwyższych przepływów rocznych (WWQ) w funkcji powierzchni zlewni topograficznej (A) pozwoliło na wyróżnienie 3 grup zlewni. Zależności $WWQ=f(A)$ w wyróżnionych grupach opisano równaniami wykładniczymi (rys. 1).

Pierwszą grupę utworzyło 20 zlewni górskich (Biała, Biała Łądecka, Cicha Woda, Hoczewka, Jasiołka, Kamienica, Kocierzanka, Łubinka, Osława, Potok Kościeliski, San, Sękówka, Skawa, Skora, Solinka, Soła, Stryszawka oraz źródło-



Rys. 1. Przepływ najwyższy WWQ [$m^3 \cdot s^{-1}$] w funkcji powierzchni zlewni topograficznej A [km^2]

Fig. 1. Maximum flow WWQ [$m^3 \cdot s^{-1}$] in relation to the area of topographical catchment A [km^2]

we dorzecze Wisły), w których największe wezbrania kształtują opady nawałne (rys. 1). Zależność tę opisuje wyprowadzone równanie empiryczne (1):

$$WWQ_1 = 2,1052A^{0,846} \quad (1)$$

gdzie: WWQ – przepływ największy rzeki w latach 1975–2006 [m^3/s], A – powierzchnia zlewni topograficznej [km^2].

Współczynnik determinacji R^2 analizowanych zmiennych wskazujący na moc współzależności wynosi 0,74.

Drugą grupę stanowi 7 zlewni nizinnych: Liwiec, Nurzec, Orzyc, Świder, Skrwa Prawa i Rospuda. Przepływ najwyższy w funkcji powierzchni zlewni nizinnych wyraża także wyprowadzone równanie empiryczne (2). Współczynnik determinacji potwierdza silną zależność ($R^2 = 0,93$):

$$WWQ_2 = 0,1037A^{0,998} \quad (2)$$

Pozostałą grupę złożoną z 14 zlewni pojeziernych opisuje zależność (3) o nieco słabszej mocy powiązań ($R^2 = 0,82$):

$$WWQ_3 = 0,0159A^{1,071} \quad (3)$$

Innym podejściem pozwalającym na analizę zlewni jest wskaźnik najwyższego przepływu (k) przypadającego na jednostkę powierzchni zlewni topograficznej:

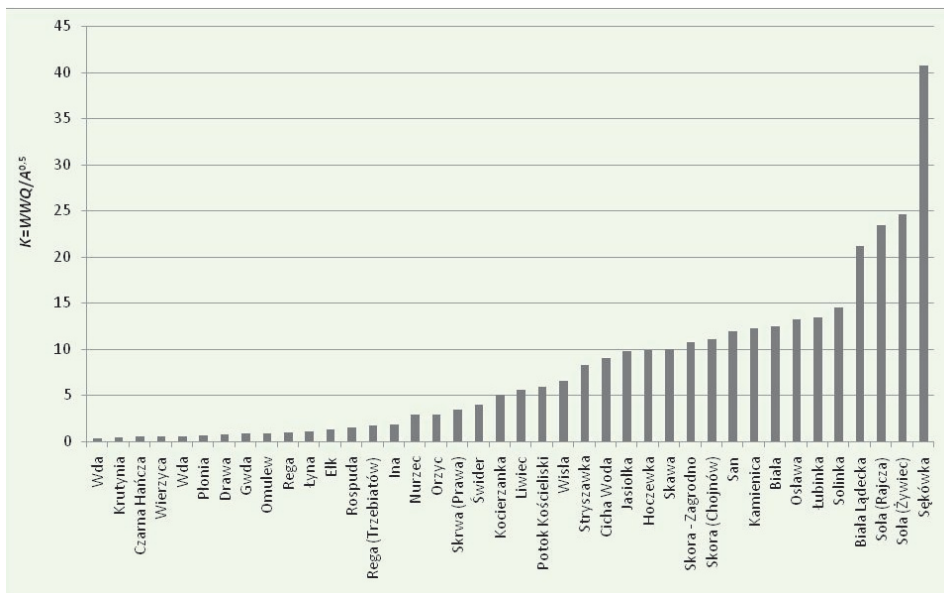
$$k = WWQ/A^{0,5} \quad (4)$$

Wskaźnik k pozwolił na inne uszeregowanie zlewni (rys. 2). W zlewniach nizinnych jego wartość nie przekracza $5,6 m^3s^{-1}km^{-2}$, podczas gdy w zlewniach pojeziernych $k \leq 2 m^3s^{-1}km^{-2}$. Najwyraźniej wyróżniają się wszystkie zlewnie górskie, w których wskaźnik $k \geq 6 m^3s^{-1}km^{-2}$. W tej grupie zlewnie Białej Łądeckiej, Soły i Sękówki charakteryzują się wskaźnikiem $k > 20 m^3s^{-1}km^{-2}$.

Niezbędne przy przeprowadzeniu studiów porównawczych w hydrologii wód lądowych, oprócz stanu wody, czy natężenia przepływu maksymalnego, jest obliczenie ilości wody odpływającej z jednostki powierzchni zlewni podczas kulminacji wezbrania, tzw. odpływu jednostkowego (wydatku), zgodnie z równaniem (5):

$$q = \frac{1000 \cdot Q_{\max}}{A} \quad (5)$$

gdzie: q – wydatek jednostkowy odpływu [$dm^3/s km^2$ lub $m^3/s km^2$], Q_{\max} – najwyższe zmierzone lub oszacowane natężenie przepływu rzeki [m^3/s], A – powierzchnia zlewni topograficznej [km^2].



Rys. 2. Wskaźnik K reprezentujący najwyższy przepływ przypadający na jednostkę powierzchni zlewni topograficznej A

Fig. 2. K index as the ratio of maximum flow to the unit of the area of topographical catchment A

Można zatem obliczyć przepływ maksymalny rzeki z powierzchni jednostkowej zlewni. Studia nad tym zagadnieniem wynikają z potrzeb zabezpieczenia przeciwpowodziowego i dokładnej znajomości parametrów fal powodziowych oraz warunków kształtowania się wezbrań w dorzeczach o różnych cechach klimatycznych i fizycznogeograficznych. Są przy tym niezbędne zasady klasyfikacji opartej na parametrach regionalnych, ułatwiających porównanie ze sobą różnych obszarów oraz dobór zlewni analogów hydrologicznych (*World Catalogue...* 2003).

Ciekawy materiał porównawczy zawiera wskaźnik wielkości przepływu maksymalnego przypadającego na jednostkę powierzchni zlewni. Najczęściej stosowany wskaźnik k (obliczony według wzoru 4) ma według *Światowego katalogu wezbrań World Catalogue...* (2003) ograniczone zastosowanie i powinien być brany pod uwagę przy zlewniach o powierzchni mniejszej od 500 km², co wyłączało z analizy zlewnię Soły, Wdy, Świdra i Omulwi. Autorzy *Światowego katalogu wezbrań World Catalogue...* (2003) w zamian proponują wskaźnik Francou (K) w następującej postaci (6):

$$K = 10 [(1 - \log Q_{\max} - 6) / (\log A - 8)] \tag{6}$$

Przeprowadzona przez autorów katalogu analiza zmienności wskaźnika K w wielu wybranych zlewniach wskazuje na wyraźny związek między przepływem najwyższym a powierzchnią zlewni. Wskaźnik K oscyluje około wartości 6. W skrajnych przypadkach w zależności od wielkości i cech fizycznogeograficznych zlewni zmienia się w różnych obszarach od 5,1 do 6,7.

Próba obliczenia wskaźnika niektórych rzek polskich wskazuje, że przybiera on wartości 2,0–4,0, a więc jest mniejszy i charakteryzuje się większą zmiennością. Autorzy przestrzegają jednak przed jego stosowaniem i preferują zależność (5) w przypadku mniejszych zlewni z wyraźnym wpływem czynników lokalnych. J. Rodier i M. Roche (1984) przedstawili przybliżoną zależność pomiędzy wymienionymi zmiennymi w postaci (7):

$$WWQ \approx 500 A^{0,43} \quad (7)$$

Ostatnio A. Bartnik i P. Jokiel (2007, 2008) na podstawie danych hydrologicznych rzek europejskich, wyprowadzili równanie wskazujące na zależność WWQ z wielolecia i powierzchni zlewni (A), które można zapisać w postaci (8):

$$\frac{1}{\log(WWQ)} = 0,248 + 0,483 \exp[-\log(A)] \quad (8)$$

Z kolei J.M.O. O'Connor i J.E. Costa (2004) analizowali maksymalne przepływy rzek amerykańskich w funkcji powierzchni uzyskując liniową zależność między przepływem prawdopodobnym $p=99\%$ i $p=90\%$ WWQ według równań (9, 10):

$$WWQ_{p99\%} = 74,0 A^{0,53} \quad (9)$$

$$WWQ_{p90\%} = 24,3 A^{0,52} \quad (10)$$

Szeroką dyskusję na temat wartości liczbowych uzyskanych z powyższej zależności empirycznej przeprowadzili Bartnik i Jokiel (2008).

Przedstawione miary względne odnoszą się do najwyższego przepływu wezbraniowego rzek w funkcji powierzchni ich zlewni. Jak dotąd, mimo upływu 25 lat od pierwszego wydania *Katalogu*, wyprowadzone zależności oraz później przyjęta metodyka nie zostały w pełni wykorzystane w polskiej hydrologii. Dlatego podjęto studia nad poszukiwaniem przedstawionych relacji w skali regionalnej rzek polskich.

PODOBIENSTWO FIZYCZNOGEOGRAFICZNE ZLEWNI

Studia nad regionalnym uzasadnieniem przyczyn kształtowania przepływów maksymalnych rzek wymagają wykorzystania metodyki związanej z po-

szukiwaniem podobieństwa cech fizycznogeograficznych zlewni. Procedura klasyfikacyjna została przeprowadzona metodą grupowania hierarchicznego. Pozwala ona na uporządkowanie zlewni we względnie jednorodne klasy przez wykrywanie określonych skupień obiektów (zlewni) w przestrzeni topologicznej, na podstawie wzajemnych odległości i bez uwzględnienia ciągłości przestrzennej (analiza skupień – *cluster analysis*). Podstawowym kryterium podobieństwa zlewni jest odległość taksonomiczna (Gutry-Korycka 1986; Suchożebrski 2002; Młodak 2006; Kot i in. 2007).

Stałe w przestrzeni topologicznej wyrażone za pomocą 10 parametrów fizycznogeograficznych identyfikowane w zlewniach zostały uporządkowane w macierzy informacji przestrzennej M_l o wymiarach $(n \times m)$, gdzie $n = 40$ zlewni, $m = 10$ ich cech (parametrów) (tab. 2). Następnie macierz ta została poddana analizie numerycznej za pomocą programu *Statistica* (wersja 8).

Wprowadzone zmienne przestrzenne zostały poddane standaryzacji, aby spełnić warunek porównywalności i sumowalności oraz normalizacji, polegającej na zastąpieniu oryginalnych wartości (parametrów) miarami wynikającymi z zależności odchylenia od średniej i odchylenia standardowego, według następującego wzoru (11):

$$x'_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{\sigma_j} \quad (11)$$

gdzie: x_{ij} – wartość cechy j każdej zlewni i , \bar{x}_j – średnia wartość cechy j , σ_j – odchylenie standardowe cechy j .

Standaryzowane zmienne charakteryzują się wartościami średnimi równymi 0 oraz wariancjami i odchyleniami standardowymi równymi 1. W efekcie uzyskano macierz zmiennych standaryzowanych Z o wymiarach $(n \times m)$.

Jak wspomniano procedura klasyfikacyjna została przeprowadzona za pomocą grupowania hierarchicznego. Jako miarę odległości pomiędzy obiektami i oraz k przyjęto odległość euklidesową (d_{ik}) obliczoną według równania (12):

$$d_{ik} = \sqrt{\sum_{j=1}^p (y_{ij} - y_{kj})^2} \quad (12)$$

gdzie: y_{ij} – wartość cechy j obiektu i ; y_{kj} – wartość cechy j obiektu k ($i \neq k = 1, 2, \dots, n$) (Cunderlik i Burn, 2006).

Macierz standaryzowanych danych (cech) $Y = \{y_{ij}\}$ została przekształcona w macierz odległości taksonomicznej $D = \{d_{ik}\}$. Następnie szukano par skupień p i q ($p < q$, $p = q = 1, 2, \dots, n'$) odpowiadających najmniejszej odległości między zlewniami. Kolejne skupienia p i q połączono w jedno nowe skupienie, a następnie przekształcano w macierz odległości zgodnie z równaniem (13):

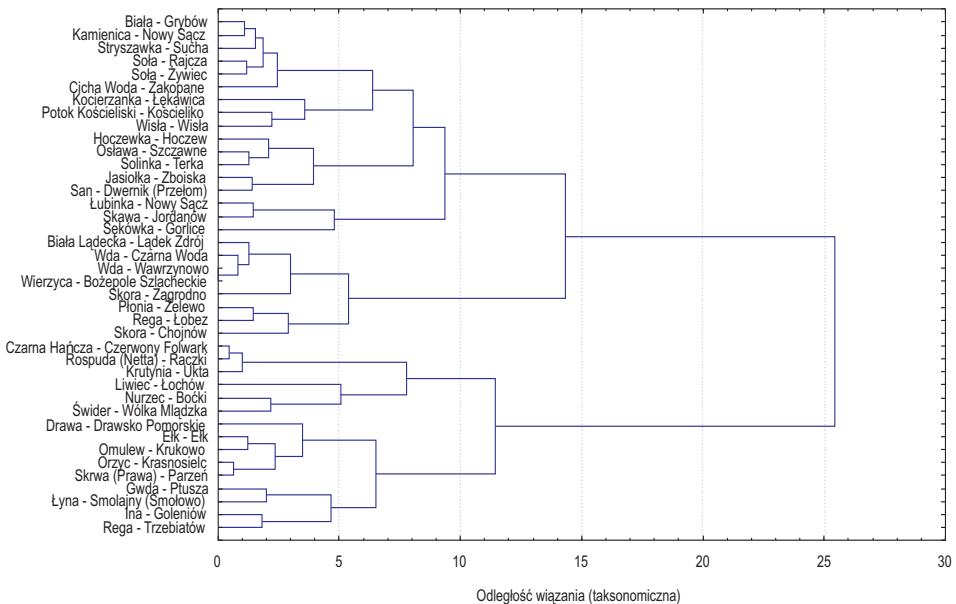
$$d_{ir}^2 = \alpha_p d_{ip}^2 + \alpha_q d_{iq}^2 + \beta d_{pq}^2 + \gamma |d_{ip}^2 - d_{iq}^2| \quad (13)$$

gdzie: d_{ir} – odległość skupień i i r ; d_{ip} – odległość skupień i i p ; d_{iq} – odległość skupień i i q ; d_{pq} – odległość skupień p i q ; α , β , γ – parametry przekształceń zależne od wykorzystanej metody analizy skupień.

Powyższa procedura jest powtarzana dotąd, aż uzyska się jedno skupienie. W grupowaniu hierarchicznym operuje się zmienną wartością progu podobieństwa, czyli wykorzystuje się tak zwane sekwencyjne kryterium własności elementów. W pierwszym stadium procedury (jedno skupienie) tworzą się dwie najbardziej podobne zlewnie, w miarę obniżania progu coraz więcej zlewni łączy się w grupy, aż do momentu połączenia wszystkich jednostek przestrzennych w jedną klasę.

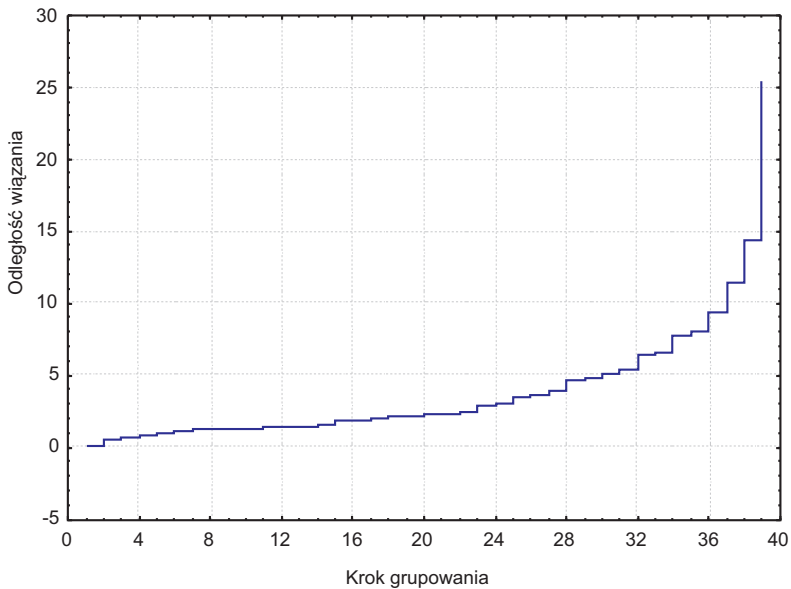
Spśród wielu dostępnych metod analizy skupień (ang. *cluster analysis*) zastosowano procedurę J.H. Warda, polegającą na łączeniu takich skupień, które jako całość zapewniają minimum sumy kwadratów odległości od środka ciężkości nowego skupienia, które tworzą (Ward, 1963). Grupy powstające w wyniku tej metody charakteryzują się zbliżoną liczebnością, większą zwartością w przestrzeni w porównaniu z innymi metodami klasyfikacji. Jest ona zalecana w przypadku, gdy obiekty formują naturalnie oddzielone skupiska (Zeliaś i in. 1989; Grabiński 1992; Sobczyk 1995; Młodak 2006), co zapewniała przyjęta analiza cyfrowa.

Wyniki klasyfikacji zlewni w odniesieniu do poszukiwania ich podobieństwa przedstawia hierarchiczny dendrogram (rys. 3).



Rys. 3. Hierarchiczny dendrogram grupowania zlewni według metody Warda
Fig. 3. Hierarchical dendrogram of catchment grouping based on Ward method

Podobieństwo jednostek wchodzących w skład danej grupy zmniejsza się wraz z kolejnymi krokami grupowania. Większa generalizacja powoduje wzrost odległości między elementami, a zatem stratę szczegółowości informacji przestrzennej. Wybór odpowiedniej liczby klas dokonano za pomocą analizy przebiegu grupowania (rys. 4), jednak dopiero obiektywne miary jakości grupowania sprawdzają jednorodność (homogeniczność) elementów tworzących skupienia i testują różnorodność kolejnych skupień oraz liczebność powstających grup.



Rys. 4. Odległości wiązania w kolejnych krokach grupowania zlewni

Fig. 4. Binding distances in successive steps of catchment grouping

Proste kryterium oszacowania optymalnej liczby klas, wykorzystujące odległość pomiędzy kolejnymi skupieniami obliczane jest z następującego wzoru (14):

$$q_j = \frac{d_{pq}^i}{d_{pq}^{i-1}} \quad (14)$$

gdzie: d_{pq} – odległość pomiędzy kolejnymi skupieniami p i q (odległość wiązania), i – etap grupowania ($i = 2, \dots, n$).

Za optymalną liczbę klas przyjmuje się taką, której odpowiada maksymalna wartość wskaźnika q_j (Zeliaś i in. 1989; Grabiński 1992). Zgodnie z tą formułą (14), grupowanie należało by przerwać na poziomie 37 lub 38, ponieważ odległość między kolejnymi skupieniami jest wówczas największa – wynosi odpowiednio 2,09 i 2,84 (tab. 3). Uzyskuje się wówczas tylko 3 lub 2 grupy (typy) spośród 40 analizowanych zlewni.

Istnieje wiele mierników jakości podziału służących do testowania poprawności wyników grupowania (*MJP*). W niniejszych studiach zastosowano miernik *MJP 44* wyrażony za pomocą równania (15) (Zeliaś i in. 1989, Grabiński 1992; Młodak 2006):

$$MJP44 = \max \left[\left[\sum_{p=1}^{n_l} \{d(O_p, \bar{O}_l)\}^2 \right] / n_l \right] / \min \left[\min_q \{d(\bar{O}_l, \bar{O}_q)\}^2 \right] \quad (15)$$

gdzie: n_l – liczba obiektów w grupie l ; k – liczba skupień; $d(O_p, \bar{O}_l)$ – odległość Euklidesa między obiektem p należącym do grupy l a środkiem ciężkości tej grupy; $d(\bar{O}_l, \bar{O}_q)$ – odległość Euklidesa między środkami ciężkości grup l i q ($l = 1, \dots, k$; $q = 1, \dots, k$; $q \neq l$) (Lula za Pociask-Karteczka 1995).

Tab. 3. Mierniki poprawności i jakości podziału w grupowaniu zlewni

Tab. 3. Correctness and quality indicators of catchment division into groups

Poziom grupowania	Liczba skupień	Odległość wiązania	Różnica odległości	MJP 28	MJP 44
33	7	6,5027	1,26	0,17	0,27
34	6	7,7598		0,18	0,32
35	5	8,0373	0,28	0,18	0,77
36	4	9,3801	1,34	0,12	0,56
37	3	11,4169	2,04	0,10	0,22
38	2	14,3124	2,89	0,08	0,19
39	1	25,4242	11,11	0,49	0,05

Im mniejszą wartość przyjmuje wybrany miernik, tym większa jest poprawność utworzonych grup. Inny miernik – *MJP 28* służy do testowania homogeniczności skupień i obliczany jest wg wzoru (16):

$$MJP28 = \min_{p,i} \{d(O_p, O_i)\} \quad (16)$$

gdzie: n – liczba wszystkich obiektów; n_l – liczba obiektów w grupie l ; k – liczba skupień; $d(O_p, O_i)$ – odległość Euklidesa między obiektami p i i ($l = 1, \dots, k$; $p \neq i$; $p = 1, \dots, n$; $i = 1, \dots, n$).

O dużej homogeniczności grupy (w porównaniu z innymi) świadczy mała wartość *MJP 28*. Miernik homogeniczności skupień *MJP 28* przyjmuje najmniejsze wartości na poziomie 3 i 2 skupień (tab. 3). Miernik poprawności skupień *MJP 44* uzyskuje najniższą wartość przy 3 i 2 skupieniach (tab. 3). Wskaźniki te potwierdzają, że wariant grupowania w 2 lub 3 klasy typologiczne można uznać za optymalny.

Wobec powyższego przyjęto dwa warianty klasyfikacji. W pierwszym z nich analizowane zlewnie tworzą 3 typy podobieństwa według cech:

Typ 1 – Biała Tarnowska, Kamienica Nawojowska, Cicha Woda, Stryszawka, Kocierzanka, Potok Kościeliski, Wisła, Biała Łądecka, Soła (oba profile), Skora (oba profile), Hoczewka, Osława, Solinka, Jasiołka, San, Łubinka, Skawa, Sękówka;

Typ 2 – Czarna Hańcza, Rospuda, Krutynia, Płonia, Rega, Wda (oba profile), Wierzyca, Liwiec, Nurzec, Świder;

Typ 3 – Drawa, Ełk, Omulew, Orzyc, Skrwa Prawa, Gwda, Łyna, Ina, Goleńców.

W kolejnym etapie grupowania, zlewnie rzek zaliczonych do typu 2 i 3 łączą się w jeden. W efekcie uzyskuje się 2 wyraźne i uzasadnione statystycznie regiony. Jeden tworzą zlewnie rzek górskich, a drugi – zlewnie rzek nizinnych i pojeziernych razem.

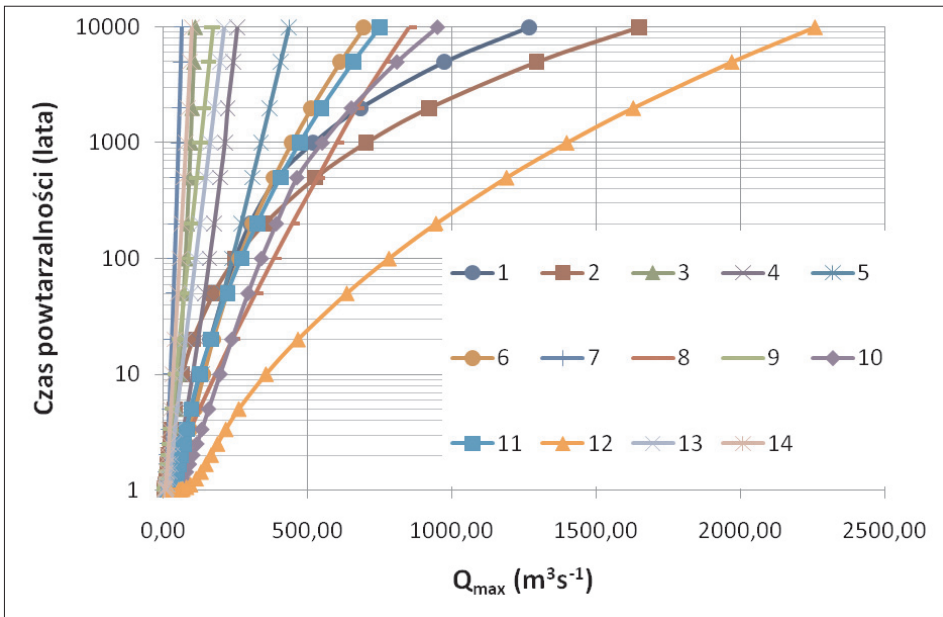
Podsumowując, oba warianty klasyfikacji – wyodrębnienie 2 lub 3 typów zlewni podobnych pod względem cech regionalnych są w pełni uzasadnione przez podobieństwo taksonomiczne.

Podstawy teoretyczne wybranej metody klasyfikacyjnej pozwalają przyjąć tezę, że struktura macierzy podobieństwa cech zlewni będzie w znaczącej mierze wyjaśniać formowanie w nich wezbrań i przepływów maksymalnych zmieniających się w czasie.

ANALIZA CZĘSTOTLIWOŚCI REGIONALNEJ MAKSYMALNYCH PRZEPLÝWÓW PRAWDOPODOBNYCH

Analizowane zlewnie zostały poddane obróbce statystycznej, której celem był dobór optymalnego rozkładu prawdopodobieństwa oraz estymacja parametrów niezbędnych do oceny prawdopodobieństwa przekroczenia maksymalnego przepływu rocznego. Spośród wielu znanych metod estymacji wybrano zasady preferowane przez Ozga-Zielińską i in. (2000 i 2001) Zastosowano analizę statystyczną zgodnie z zasadami przyjętymi przez IMGW w 2005 r. Analizę poprzedzano testowaniem jednorodności czasowej ciągów pomiarowych Q_{max} rocznych. Następnie dokonano optymalnego wyboru rozkładu statystycznego prawdopodobieństwa Q_{max} spośród kilku rozkładów (Gamma, log Normal, Weibull i log Gamma). Analizie poddano 24 zlewnie wybrane z 3 grup typologicznych, 14 górskich oraz 10 nizinnych i pojeziernych. Wybór zlewni był zależny od dostępnej długości ciągu przepływów maksymalnych rocznych, które obejmują lata 1976–2006, ponadto kilka ciągów zostało odrzuconych ze względu na brak jednorodności danych hydrologicznych.

Krzywe wyznaczone z optymalnego rozkładu prawdopodobieństwa przekroczenia Q_{maxr} opisujące najlepiej ich kształtowanie się w zlewniach górskich (rys. 5).



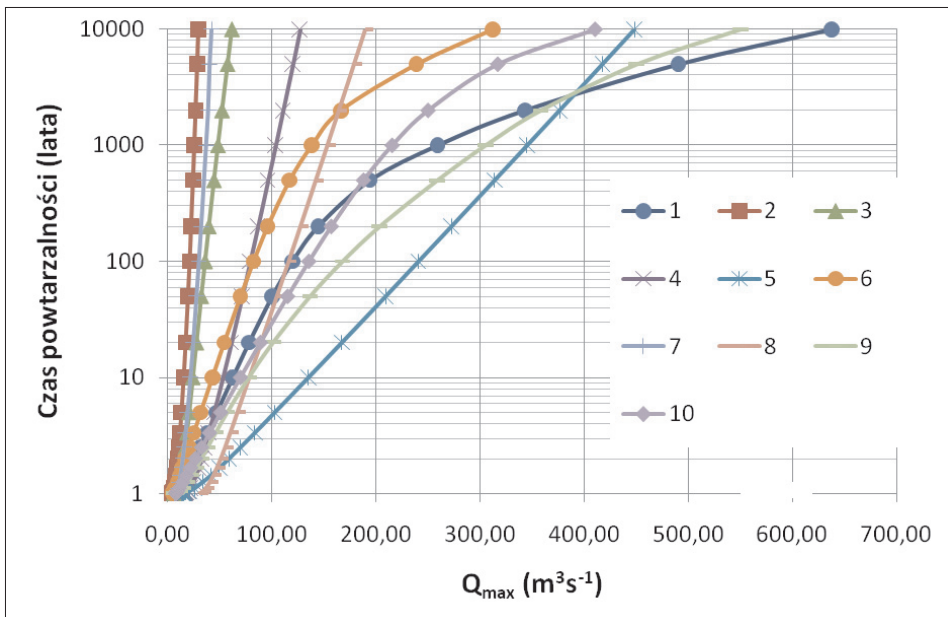
Rys. 5. Krzywe wyznaczone z optymalnego rozkładu prawdopodobieństwa maksymalnych przepływów rocznych w zlewniach górskich

Fig. 5. Probabilty curves of annual maximum flows in mountain catchments

1 – Biała (Biała Tarnowska) – Grybów, 2 – Biała Łądecka – Łądek Zdrój, 3 – Cicha Woda (Biały Dunajec) – Zakopane-Harenda, 4 – Hoczewka – Hoczew, 5 – Kamienica (Kamienica Nawojowska) – Nowy Sącz, 6 – Osława – Szczawne, 7 – Potok Kościeliski (Kirowa Woda) – Kościelisko-Kiry, 8 – Sękówka – Gorlice, 9 – Skawa – Jordanów, 10 – Solinka – Terka, 11 – Soła – Rajcza, 12 – Soła – Żywiec, 13 – Stryszawka – Sucha, 14 – Wisła – Wisła

Do tej grupy należą następujące rzeki zamknięte profilami 1 – Biała Tarnowska – Grybów, 2 – Biała Łądecka – Łądek Zdrój, 3 – Cicha Woda (Biały Dunajec) – Zakopane-Harenda, 4 – Hoczewka – Hoczew, 5 – Kamienica Nawojowska – Nowy Sącz, 6 – Osława – Szczawne, 7 – Potok Kościeliski (Kirowa Woda) – Kościelisko-Kiry, 8 – Sękówka – Gorlice, 9 – Skawa – Jordanów, 10 – Solinka – Terka, 11 – Soła – Rajcza, 12 – Soła – Żywiec, 13 – Stryszawka – Sucha oraz 14 – Wisła – Wisła.

Krzywe rozkładów prawdopodobieństwa maksymalnych przepływów rocznych w zlewniach nizinnych i pojeziernych (rys. 6) obejmujące 2. grupę zawierają następujące rzeki: 1 – Brzozówka – Karpowicze, 2 – Drawa – Drawsko Pomorskie, 3 – Ełk – Ełk, 4 – Ina – Goleniów, 5 – Liwiec – Łochów, 6 – Nurzec – Boćki, 7 – Omulew – Krukowo, 8 – Rega – Trzebiatów, 9 – Skrwa (Prawa) – Parzeń i 10 – Świder – Wólka Mładzka.



Rys. 6. Krzywe wyznaczone z optymalnego rozkładu prawdopodobieństwa maksymalnych przepływów rocznych w zlewniach nizinnych i pojeziernych

Fig. 6. Probability curves of annual maximum flows in lowland and lake catchments. 1 – Brzozówka – Karpowicze, 2 – Drawa – Drawsko Pomorskie, 3 – Ełk – Ełk, 4 – Ina – Goleniów, 5 – Liwiec – Łochów, 6 – Nurzec – Boćki, 7 – Omulew – Krukowo, 8 – Rega – Trzebiatów, 9 – Skrwa (Prawa) – Parzeń, 10 – Świder – Wólka Młądzka

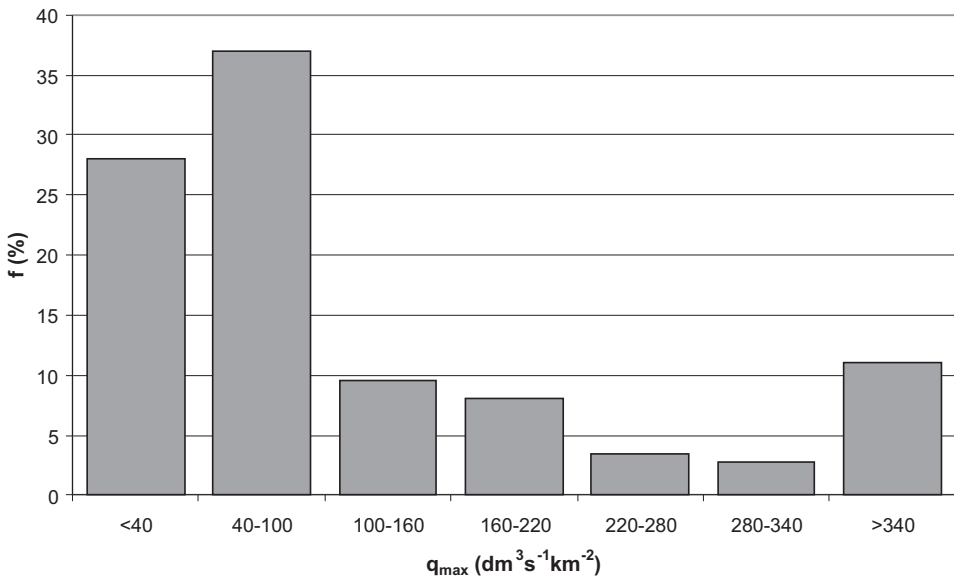
Jokiel i Tomalski (2004) przytaczają za Smithem i Wardem (1998), że w lokalnych warunkach górskich WWq może osiągnąć nawet ≈ 35 tys. $\text{dm}^3 \text{s}^{-1} \text{km}^{-2}$, natomiast w nizinnych blisko trzykrotnie mniej ≈ 12 tys. $\text{dm}^3 \text{s}^{-1} \text{km}^{-2}$. Jednakże polskie rzeki w szczególnych warunkach opadowych uzyskują wartości $WWQ \geq 30$ tys. $\text{dm}^3 \text{s}^{-1} \text{km}^{-2}$. Podczas kulminacji jak podają wcześniej wymienieni autorzy odpływ jednostkowy rzek górskich, przekracza $1000 \text{ dm}^3 \text{ s}^{-1} \text{ km}^{-2}$.

Jak wynika z przeprowadzonych studiów regionalnych swoisty rekord osiągnęła zlewnia Sękówki w profilu Gorlice gdzie wartość $WWq_{p1\%}$ obliczona na podstawie danych dobowych wynosi $3674 \text{ dm}^3 \text{ s}^{-1} \text{ km}^{-2}$. Rzeki sudeckie oraz wyżynne nie osiągają tak wysokich wartości odpływu jednostkowego, zaś zlewnie nizinne i jeziorne $20 \text{ dm}^3 \text{ s}^{-1} \text{ km}^{-2}$, przy czym Wda i Krutynia zaledwie $\approx 16 \text{ dm}^3 \text{ s}^{-1} \text{ km}^{-2}$. Należy zatem podkreślić, że odpływ jednostkowy maksymalny z analizowanych zlewni pomnaża się ponad 200 razy (tab.1).

Najwyższe odpływy jednostkowe w zlewniach górskich są oczywiście pochodzenia opadowego a wynikają z formowania się szybkiego, bezpośredniego odpływu powierzchniowego.

Należy zgodzić się z tezą postawioną przez Jokiela i Tomalskiego (2004), że różnice maksymalne wydatku jednostkowego zlewni małych < 300 km² i średnich ≈ 1000 km² są zdecydowanie wyższe w górach niż na nizinach, czy pojezierzach.

Wartość $WWQ_{p\%}$ w 88 zlewniach analizowanych przez Jokiela i Tomalskiego (2004) wynosi od 946 dm³ s⁻¹ km⁻² w zlewni Raby po profil Proszówki do 11,5 dm³ s⁻¹ km⁻² w zlewni Bystrzycy po profil w Sobianowicach, czyli nieregularność przestrzenna wynosi tylko 82 (rys. 7).



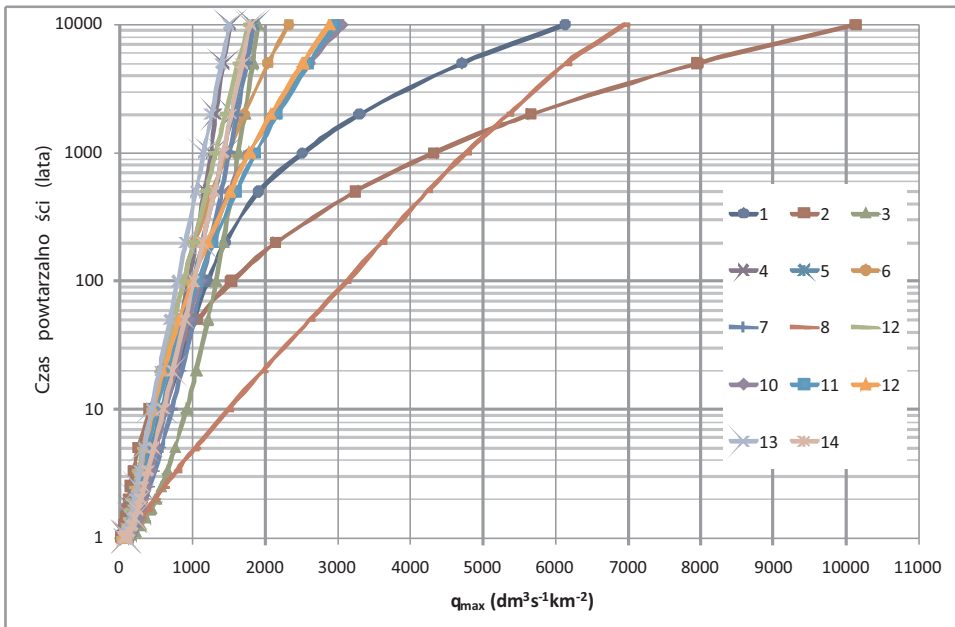
Rys. 7. Liczebności względne w przedziałach maksymalnego odpływu jednostkowego (q_{max}) (wg Jokiela i Tomalskiego 2004)

Fig. 7. Frequency in maximum specific discharge (q_{max}) (acc. Jokiel and Tomalski 2004)

Liczebność względna (33%) najwyższego wydatku zlewni reprezentuje $WWQ = 40-100$ dm³ s⁻¹ km⁻² oraz (28%) < 40 dm³ s⁻¹ km⁻², spośród 88 zlewni rozpatrywanych, czyli ponad 60% populacji.

Jak należy przypuszczać, prognozowane przepływy prawdopodobne w zlewniach górskich o czasie powtarzalności raz na 100 lat i większym będą mogły osiągnąć odpływy jednostkowe maksymalne powyżej 500 do nawet 10 tys. dm³ s⁻¹ km⁻² (rys. 8, oznaczenia jak na rys. 5).

Biorąc za podstawę ocenę czasu powtarzalności uzyskiwania maksymalnych odpływów jednostkowych zlewni nizinnych i pojeziernych (rys. 9, oznaczenia jak w rys. 6) nasuwa się wniosek, że będą osiągały WWQ od >20 dm³ s⁻¹ km⁻² raz na 100 lat do 100 dm³ s⁻¹ km⁻², a nawet >900 dm³ s⁻¹ km⁻² w przypadku Brzozówki, Nurca czy Świdra.



Rys. 8. Krzywe wyznaczone z optymalnego rozkładu prawdopodobieństwa maksymalnych odpływów jednostkowych rocznych w zlewniach górskich

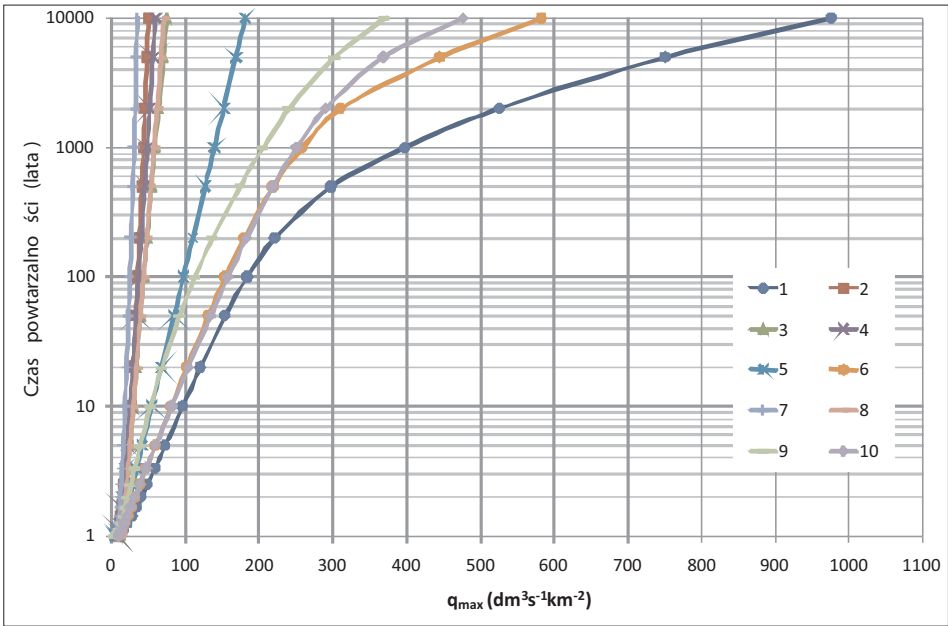
Fig. 8. Probabilty curves of annual maximum specific discharge in mountain catchments 1 – Biała Tarnowska – Grybów, 2 – Biała Łądecka – Łądek Zdrój, 3 – Cicha Woda (Biały Dunajec) – Zakopane–Harenda, 4 – Hoczewka – Hoczew, 5 – Kamienica Nawojowska – Nowy Sącz, 6 – Osława – Szczawne, 7 – Potok Kościeliski (Kirowa Woda) – Kościelisko–Kiry, 8 – Sękówka – Gorlice, 9 – Skawa – Jordanów, 10 – Solinka – Terka, 11 – Soła – Rajcza, 12 – Soła – Żywiec, 13 – Stryszawka – Sucha oraz 14 – Wisła – Wisła

Zlewnie jeziorne wykazują największą stabilność wzrostu WWq_r ($\approx 40 \text{ dm}^3\text{s}^{-1}\text{km}^{-2}$) charakteryzującą Drawę, Omulew i Rege.

METODA ANALIZY CZĘSTOTLIWOŚCI REGIONALNEJ

Przyjęcie właściwego przepływu prawdopodobnego w zlewni niekontrolowanej, w różnych uwarunkowaniach regionalnych, wymaga innego podejścia, które polega na znalezieniu relacji pomiędzy danymi WWQ z innych zlewni posiadających dane hydrologiczne.

Metoda częstotliwości regionalnej, którą można stosować w tym celu opiera się na równaniu krzywej prawdopodobieństwa, a parametry ustala się na podstawie zależności empirycznych. W zlewniach, gdzie podstawą jest przeciętna krzywa prawdopodobieństwa, ustala się według zależności funkcyjnej pomiędzy WWQ_r a charakterystykami fizycznogeograficznymi regionu.



Rys. 9. Krzywe wyznaczone z optymalnego rozkładu prawdopodobieństwa maksymalnych odpływów jednostkowych rocznych w zlewniach nizinnych i pojeziernych
Fig. 9. Probabilty curves of annual maximum specific discharge in lowland and lake catchments

1 – Brzozówka – Karpowicze, 2 – Drawa – Drawsko Pomorskie, 3 – Ełk – Ełk, 4 – Ina – Goleniów, 5 – Liwiec – Łochów, 6 – Nurzec – Boćki, 7 – Omulew – Krukowo, 8 – Rega – Trzebiatów, 9 – Skrwa (Prawa) – Parzeń i 10 – Świder – Wólka Mładzka.

Jak podkreśla Ciepielowski (1976) metoda częstotliwości regionalnej wywodząca się z USA (Chow 1967) była wykorzystana do zredukowania dużego „błędu próby”, występującego w przypadku analizy częstotliwości Q_{max} oszacowanych ze zbyt krótkich ciągów z jednego profilu hydrologicznego. Wykorzystuje się przy tym wszystkie przepływy maksymalne z różnych stacji w regionie. Zbadano przydatność metody w dwóch wcześniej wydzielonych typach zlewni o tej samej długości ciągów pomiarowych (31 lat).

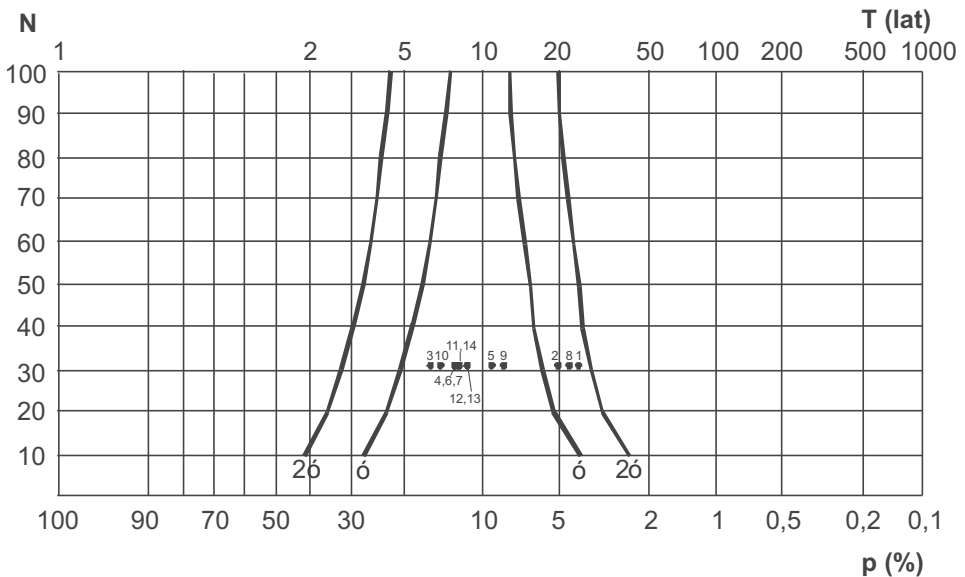
Fleming i Franz (1971) zalicza metodę częstotliwości regionalnej do swoistej interpolacji przestrzennej. Wybrany wcześniej optymalny rozkład prawdopodobieństwa WWQ był podstawą estymacji parametrów, które zostały sprawdzone ze względu na jednorodność określoną wg testu Langbaina (Ciepielowski 1976).

Przyjęta została hipoteza, że wydzielone typy podobieństwa regionalnego wyrażone za pomocą stosunku wartości WWQ_{pr} do $WWQ_{p50\%}$ na poziomie istotności $\lambda = 0,05$ równają się 0, a zatem tworzą jednorodność regionalną.

W celu sprawdzenia jednorodności obszarowej, test Langbaina oparty na wykorzystaniu $Q_{maxp10\%}$ na podstawie krzywej prawdopodobieństwa zastosowano w każdej zlewni (rys. 10, 11). Następnym krokiem była konstrukcja krzywej prawdopodobieństwa rozkładów współczynnika $\phi_{Rp\%}$, który oznacza iloraz odpływu jednostkowego o dowolnym prawdopodobieństwie przewyższenia do odpływu jednostkowego o prawdopodobieństwie wystąpienia $p = 50\%$.

Ustalona została średnia wartość współczynnika $\phi_{p10\%}$ będąca relacją pomiędzy odpływem o prawdopodobieństwie $p = 10\%$ ($T = 10$) do odpływu o prawdopodobieństwie $p = 50\%$ ($T = 2$). Następnym krokiem było określenie granicy rozproszenia punktów wynoszących 2σ ; wartość σ odpowiada błędom oszacowania parametrów, oblicza się dla rozkładu prawdopodobieństwa i metody estymacji wg równania (17):

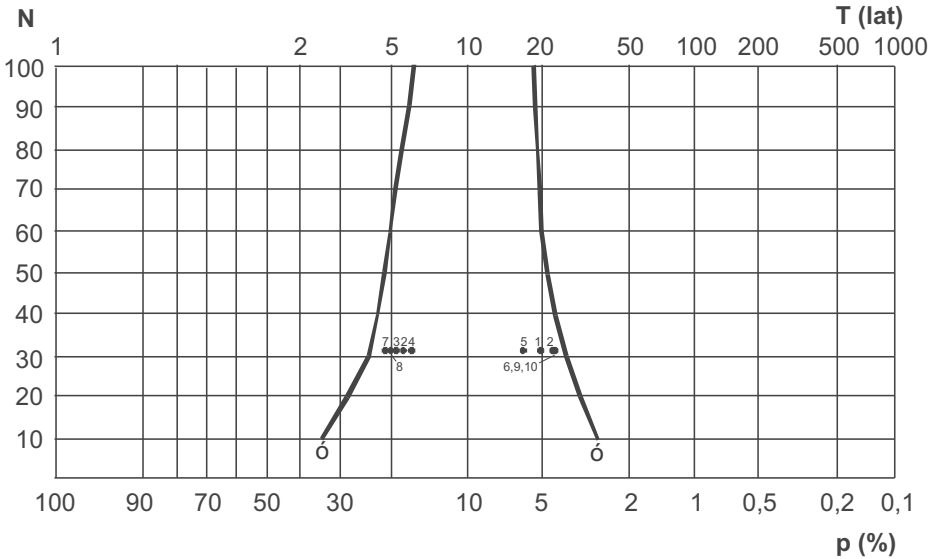
$$\sigma = F/S, P/ \cdot \frac{Cv \cdot \phi R_{p\%}^{50}}{\sqrt{N}} \tag{17}$$



Rys. 10. Test Langbeina w zlewniach górskich (N – liczebność próby, p – prawdopodobieństwo przekroczenia, σ – odchylenie standardowe; T – czas powtarzalności)

Fig. 10. Langbein test in mountain catchments (N – sample size, p – probability of the exceedance, σ – standard deviation, T – return period)

1 – Biała Tarnowska – Grybów, 2 – Biała Łądecka – Łądek Zdrój, 3 – Cicha Woda (Biały Dunajec) – Zakopane–Harenda, 4 – Hoczewka – Hoczew, 5 – Kamienica Nawojowska – Nowy Sącz, 6 – Osława – Szczawne, 7 – Potok Kościeliski (Kirowa Woda) – Kościelisko–Kiry, 8 – Sękówka – Gorlice, 9 – Skawa – Jordanów, 10 – Solinka – Terka, 11 – Soła – Rajcza, 12 – Soła – Żywiec, 13 – Stryszawka – Sucha oraz 14 – Wisła – Wisła



Rys. 11. Test Langbeina w zlewniach nizinnych i pojeziernych (N – liczebność próby; p – prawdopodobieństwo; σ – odchylenie standardowe; T – czas powtarzalności)

Fig. 11. Langbein test in lowland and lake catchments (N – sample size, p – probability of the exceedance, σ – standard deviation, T – return period)

1 – Brzozówka – Karpowicze, 2 – Drawa – Drawsko Pomorskie, 3 – Ełk – Ełk, 4 – Ina – Goleniów, 5 – Liwiec – Łochów, 6 – Nurzec – Boćki, 7 – Omulew – Krukowo, 8 – Rega – Trzebiatów, 9 – Skrwa (Prawa) – Parzeń i 10 – Świder – Wólka Mładzka

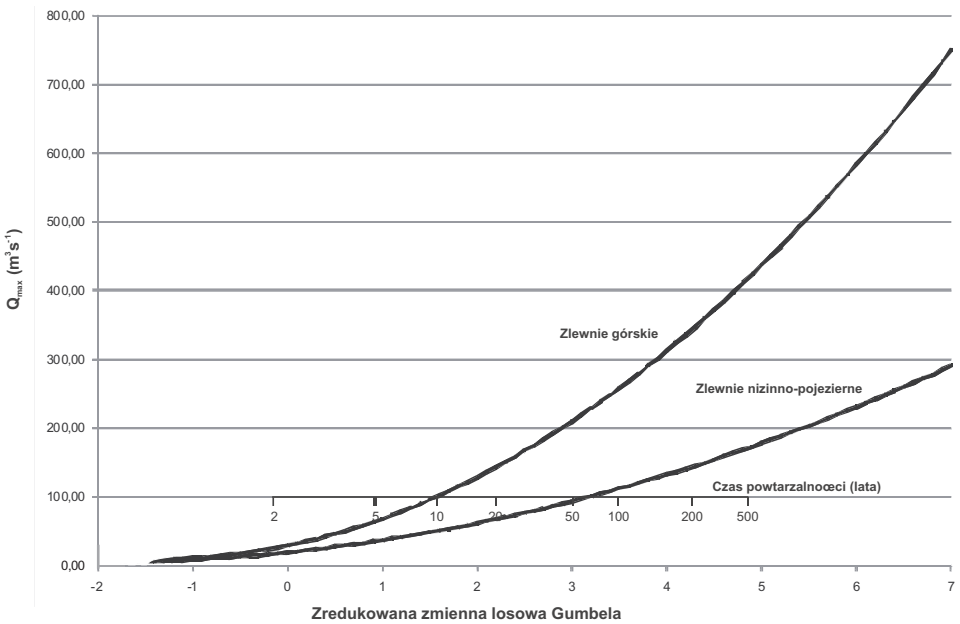
gdzie: C_v – współczynnik zmienności; s – współczynnik skośności; N – liczba lat pomiarów. Na podziałkę prawdopodobieństwa w układzie T , N naniesiono ograniczenia przedziału σ i 2σ oraz punkty o współrzędnych T i N dla analizowanych zlewni. Przyjmuje się założenie, że jeśli punkt o współrzędnych T , N dowolnie analizowanej zlewni przypada między tymi krzywymi, wartości z tych zlewni mogą być przyjęte do obliczeń (rys. 10, 11).

Jednorodność regionu pozwala na ustalenie krzywej prawdopodobieństwa regionalnego na poziomie znanego już współczynnika $\Phi_{Rp\%}$. Należy zatem przyjąć, że typ fizycznogeograficzny zlewni posiada tę sumę lub bardzo bliską wartość odpływu $Q_{maxp50\%}$, na co pozwala procedura ustalenia krzywej prawdopodobieństwa regionalnego.

Zbadanie jednorodności regionalnej stosunku przepływu maksymalnego rocznego do maksymalnej wielkiej wody o prawdopodobieństwie przekroczenia 50%, dokonano za pomocą metody i testu Langbeina (Chow 1967; Ciepeliowski 1976; Ciepeliowski i Dąbkowski 2006). Uzyskane wyniki potwierdziły regionalną prawidłowość dokonanej wcześniej typologii zlewni (rys. 10 i 11). Stosunki wymienionych wartości ekstremalnych prawdopodobnych układają się różnie.

Metoda analizy częstotliwości regionalnej Q_{maxpr} i test Langbeina są zatem przydatne do estymacji kształtowania się prawdopodobnych stosunków wód wielkich do ekstremalnych rocznych w zlewniach niekontrolowanych w warunkach podobieństwa regionalnego.

Zgodność wyrażona testem Langbeina umożliwiła konstrukcję regionalnych krzywych prawdopodobieństwa (rys. 12). Zastosowano rozkład Gumbela, który najlepiej oddaje rozkład prawdopodobieństwa wartości ekstremalnych wezbrań rzek (Marriot i Hames 2007; Petrow i in. 2007).



Rys. 12. Regionalne krzywe prawdopodobieństwa wg dwuparametrowego rozkładu Gumbela

Fig. 12. Regional probability curves in two-parameter Gumbel distribution

Regionalne krzywe prawdopodobieństwa przepływu maksymalnego różnią się przebiegiem, zlewnie górskie oczywiście charakteryzują się wyższymi przepływami maksymalnymi o zadanym czasie powtarzalności. Mniejsza podatność na wezbrania rzek nizinnych i pojeziernych wynika z ich dużych zdolności retencyjnych, wynikających z charakteru przepuszczalności, jeziorności i innych cech fizycznogeograficznych. Analiza częstotliwości regionalnej powiązana z wynikami grupowania hierarchicznego zlewni jest uzasadniona w przypadku analizy wielkości wezbrań i ich prawdopodobieństwa wystąpienia.

PODSUMOWANIE

Proces regionalizacji zlewni, które nie zawsze stanowią spójność pod względem cech fizycznogeograficznych i genezy wezbrań, może posłużyć do ustalenia regionalnych krzywych prawdopodobieństwa maksymalnych przepływów rocznych. Metodą analizy skupień pogrupowano zlewnie w dwa główne regiony – rzeki górskie oraz rzeki nizinne i pojezierne. Analiza wykazała, że prawidłowa regionalizacja zlewni powinna wynikać z połączenia ich cech fizycznogeograficznych z parametrami wezbrań. Otrzymane wyniki potwierdzają, że w zlewniach górskich bardziej prawdopodobne są wezbrania i powodzie, a ich powtarzalność jest większa. Najczęściej też woda stuletnia jest kilkukrotnie wyższa niż woda rzek nizinnych czy pojeziernych. Ustalenie, uzasadnionych statystycznie, regionalnych krzywych prawdopodobieństwa przekroczenia przepływów pozwala na ekstrapolację przestrzenną wezbrań w zlewniach niekontrolowanych i na przenoszenie charakterystyk hydrologicznych do zlewni analoga. Na podstawie cech fizycznogeograficznych można w przybliżeniu oszacować maksymalny przepływ o zadanym prawdopodobieństwie przekroczenia. Taka metoda umożliwi również ocenę wezbrań prawdopodobnych rzek, posiadających tylko krótkie ciągi pomiarowe, gdyż agregacja danych z wielu różnych zlewni pozwala na zwiększenie ich liczby. Przedstawione metody oceny pośredniej przepływów maksymalnych prawdopodobnych wykazują wyraźne podobieństwo regionalne zależne od rytmu zmian cech fizycznogeograficznych zlewni.

Literatura

- Acreman M.C., Sinclair C.D., 1986, Classification of drainage basins according to their physical characteristics; an application for flood frequency analysis in Scotland, *Journal of Hydrology*, 84, s. 365–380.
- Bartniak A., Jokić P., 2008, Odpływy maksymalne i indeksy powodziowości rzeki półkuli północnej, *Przegląd Geograficzny*, 80, 3, s.361–383.
- Bayliss A.C., Reed D.W., 2001, *The use of historical data in flood frequency estimation*. Report to MAFF. Centre for Ecology and Hydrology. Wallingford, s. 92.
- Chokmani K., Ouarda T.B.M.J, 2004, Physiographical space based kriging for regional flood frequency estimation at ungauged sites, *Water Resources Research*, 40, W12514.
- Chow V. T., 1967, *Handbook of applied hydrology*. Mc. Graw-Hill Book Company, New York, pages: 8–34 do 8–37.
- Ciepielowski A., 1976, *Obliczanie spływów maksymalnych metodą częstotliwości regionalnej na przykładzie regionu hydrograficznego rzeki Wieprza*. Zeszyty Naukowe PK, Budownictwo Wodne i Inżynieria Sanitarna Nr 3, z. 24, str.35–58.

- Ciepielowski A., Dąbkowski L. S., 2006, *Metody obliczeń przepływów maksymalnych w małych zlewniach rzecznych (z przykładami)*, Oficyna Wydawnicza Projprzem-EKO, Bydgoszcz, s.312.
- Cunderlik J.M., Burn D. H., 2002, Analysis of the linkage between rain and flood regime and its application to regional flood frequency estimation, *Journal of Hydrology*, 261 (1–4): 115–131.
- Cunderlik, J. M., Burn D. H., 2006, Switching the pooling similarity distances: Mahalanobis for Euclidean, *Water Resources Research*, 42, W03409.
- Fleming G., Franz D., 1971, Flood frequency estimation. Techniques for small watersheds, *Journal of the Hydraulics Division*, Vol. 97: 141–1460.
- Grabiński T., 1992, *Metody taksonometrii*, Wyd. Akademii Ekonomicznej w Krakowie. Kraków.
- Guidelines for Flood Frequency Analysis. Long measurements series of river discharge*, 2005, Instytut Meteorologii i Gospodarki Wodnej, Warszawa.
- Gutry-Korycka M., 1986, Hydrological typology of basins in the light of cluster analysis, *Miscellanea Geographica*, no. 3, s. 103–106.
- Jokiel P., Tomalski P., 2004, Odpiływy maksymalne w rzekach Polski, *Czasopismo Geograficzne*, V. 75, 1–2, s.83–97.
- Kot S.M., Jakubowski J., Sokołowski A., 2007, *Statystyka. Podręcznik dla studiów ekonomicznych*, Wydawnictwo Difin, Warszawa, s. 520.
- Marriott M.J., Hames D. P., 2007, *Comparison of reduced variations for flood frequency estimation from gauged river discharge records*, Second IMA International Conference on Flood Risk Assessment, University of Plymouth, September 2007.
- McKerchar A.I., Pearson G.P., 1990, Maps of flood statistics for regional flood frequency analysis in New Zealand, *Hydrological Sciences Journal*, 35, 6, 120: 609–621.
- Merz R., Blöschl G., 2005, Flood frequency regionalization – spatial proximity vs. catchment attributes, *Journal of Hydrology*, 302: 283–306.
- Młodak A., 2006, *Analiza taksonomiczna w statystyce regionalnej*. Wydawnictwo DIFIN, s. 262.
- Ouarda T.B.M.J., Cunderlik J.M., St-Hilaire A., Barbet M., Bruneau P., Bobée B., 2006, Data-based comparison of seasonality-based regional flood frequency methods, *Journal of Hydrology*, 330: 329–339.
- Ouarda T.B.M.J., Girard C., Cavadias G.S., Bobée B., 2001, Regional flood frequency estimation with canonical correlation analysis, *Journal of Hydrology*, 254: 157–173.
- Ozga-Zielińska M., Brzeziński J., Ozga-Zieliński B., 2000, Uzasadnienie potrzeby wprowadzenia nowych zasad obliczania maksymalnych przepływów rocznych o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia, *Gospodarka Wodna* 4: 130–135.
- Ozga-Zielińska M., Ozga-Zieliński B., Brzeziński J., 2001, *Zasady obliczania największych przepływów rocznych o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia. Długie ciągi pomiarowe*. Instytut Meteorologii i Gospodarki Wodnej, Warszawa, s.40.
- Petrow Th., B. Merz B., Lindenschmidt K.-E., Thieken A.H., 2007, Aspects of seasonality and flood generating circulation patterns in a mountainous catchment in south-eastern Germany, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 11, 1455–1468.
- Pociask-Karteczka J., 1995, *Założenia metodyczne regionalizacji hydrologicznej na przykładzie dorzecza górnej Wisły*. Rozpr. Habil. UJ, nr 291.

- Rodier J. A., Roche M., 1984, *World catalogue of maximum observed floods*. IAHS Publication 143, Wallingford, Oxfordshire.
- Shu C., Ouarda T. B. M. J., 2007, Flood frequency analysis at ungauged sites using artificial neural networks in canonical correlation analysis physiographic space, *Water Resources Research*, 43, W07438.
- Smith K., Ward R., 1988, *Floods. Physical Processes and Human Impacts*. Wiley and Sons, New York.
- Sobczyk M., 1995, *Statystyka*, PWN, Warszawa, s. 328.
- Suchożebrski J., 2002, A method for assessing the conditions of migration of pollutants to the groundwater on the agriculturally used lowland areas, *Miscellanea Geographica*, Tom 10, str. 175–184.
- Ward J. H., 1963, Hierarchical grouping to optimize an objective function, *Journal of the American Statistical Association*, 58, 236.
- World catalogue of maximum observed floods*, 2003, ed. Reg Hershey, II edition. IAHS Publication 284, Wallingford, Oxfordshire, pc.285.
- Zeliaś A., Grabiński T., Wydmus S., 1989, *Metody taksonomii numerycznej w modelowaniu zjawisk społeczno – gospodarczych*. PWN, Warszawa, s. 87.
- Zhang Jingyi, Hall M.J., 2004, Regional flood frequency analysis for the Gan-Ming River basin in China, *Journal of Hydrology*, 296: 98–117.