atlas

WSPÓŁZALEŻNOŚCI PARAMETRÓW METEOROLOGICZNYCH I GEOGRAFICZNYCH W POLSCE

JERZY BORYCZKA
MARIA STOPA-BORYCZKA
BOŻENA KICIŃSKA
ELWIRA ŻMUDZKA

VII. Zmiany wiekowe klimatu Polski

atlas

WSPÓŁZALEŻNOŚCI PARAMETRÓW METEOROLOGICZNYCH I GEOGRAFICZNYCH W POLSCE

WYDAWNICTWA UNIWERSYTETU WARSZAWSKIEGO
WARSZAWA 1992

Pod redakcją naukową
Marii Stopy-Boryczki

Redaktor
Barbara Chodyńska

Redaktor techniczny
Elżbieta Czajkowska

Korektor
Michał Chodyński

© Copyright by Wydawnictwa Uniwersytetu Warszawskiego 1992

ISBN 83-230-0629-6

Wydanie I. Nakład 300 egz. Ark. wyd. 26,55. Ark. druk. 27,5
Papier offset. kl. III. 70 g.

Druk i oprawa – „Alma-Press" sp. z o.o.

JERZY BORYCZKA
MARIA STOPA-BORYCZKA
BOŻENA KICIŃSKA
ELWIRA ŻMUDZKA

VII. Secular changes of Poland's climate

atlas

OF INTERDEPENDENCE OF METEOROLOGICAL AND GEOGRAPHICAL PARAMETERS IN POLAND

WYDAWNICTWA UNIWERSYTETU WARSZAWSKIEGO
WARSZAWA 1992

Zmiany wiekowe klimatu Polski

PRZEDMOWA

Siódmy tom Atlasu współzależności parametrów meteorologicznych i geograficznych w Polsce w odróżnieniu od poprzednich przedstawia czasową, a nie przestrzenną zmienność klimatu.

Celem pracy jest określenie wpływu aktywności Słońca na zmiany wiekowe klimatu /temperatury powietrza i opadów/ poprzez mechanizm cyrkulacji atmosferycznej wraz z rekonstrukcją i prognozą sięgającą po rok 2100.

Praca ta stanowi znaczący wkład Zakładu Klimatologii Uniwersytetu Warszawskiego w badania współczesnych zmian klimatu Ziemi i ich przyczyn.

Dzięki zastosowaniu oryginalnej metody J. Boryczki wykrywania rzeczywistych okresów /maksimów widma oscylacji/ opracowano unikalne /w literaturze krajowej i zagranicznej/ prognozy naturalnych i antropogenicznych zmian klimatu. Metoda ta polega po prostu na wyborze spośród kolejnych sinusoid regresji tych, które cechują się największą amplitudą zmian.

Istotne znaczenie poznawcze ma podobieństwo między tzw. widmami oscylacji elementów klimatu /cyrkulacja atmosferyczna, temperatura powietrza, opady/ i widmem aktywności Słońca. Analogia występuje w kilku pasmach częstości zmian. Zbliżone okresy zmian i synchroniczność niektórych cykli /np. temperatura - 89 lat, plamy słoneczne - 91 lat/ świadczą o dominującej roli aktywności Słońca w kształtowaniu temperatury powietrza w Warszawie w ostatnich dwóch stuleciach.

Autorzy uważają, że tendencja wzrostowa temperatury powietrza w Warszawie, wynosząca 0,6°C/100 lat, jest wynikiem wzrostu aktywności Słońca - liczb Wolfa w latach 1700 - 1980 o 8/100 lat. Po

prostu są to naturalne zmiany temperatury - wypadkowe z nakładania się dwóch najdłuższych cykli 89 lat i 191 lat.

Jest to dość przekonywające, gdy weźmie się pod uwagę zbieżność dat wystąpienia ekstremów absolutnych trendów wiekowych średniej rocznej temperatury powietrza i aktywności Słońca. Minimum temperatury powietrza /1823/ przypada na najsłabszy cykl 1811 - 1823 plam słonecznych, a jej maksimum - w pobliżu maksimum absolutnego aktywności Słońca /1957 r./.

Niektórzy autorzy pomijają w modelach naturalne zmiany klimatu, a jego ocieplenie przypisują tylko czynnikom antropogenicznym.

Innym zastosowaniem widma oscylacji / rzeczywistych okresów/ niż identyfikacja przyczyn zmian klimatu są trendy czasowe elementów klimatu. Otrzymano je przez nałożenie wykrytych sinusoidalnych cykli.

Postępem w badaniach wiekowych zmian klimatu jest także wyodrębnienie dwóch składników trendu czasowego: naturalnego i antropogenicznego. Obserwowane zmiany wiekowe, np. temperatury powietrza, można traktować jako wypadkową zmian naturalnych uwarunkowanych aktywnością Słońca i zmian antropogenicznych wynikających z wpływu takich czynników, jak rozbudowa miasta, wzrost zawartości CO_2 /efekt cieplarniany/ i pyłów /absorpcja promieniowania słonecznego/ w atmosferze i innych. Autorzy wyszli z założenia, że składnik naturalny jest wynikiem nakładania się tych sinusoidalnych cykli. Natomiast składnik antropogeniczny cechuje się stałą tendencją zmian. Trzeba jednak pamiętać, że wyodrębnione przyrosty antropogeniczne temperatury powietrza i opadów atmosferycznych /i ich prognoza na lata 2000, 2100/ nie zawsze wynikają z wpływu czynników antropogenicznych. Mogą to być również zmiany naturalne o bardzo długich nieznanych okresach, nie stwierdzonych na podstawie istniejących ciągów chronologicznych.

Tego rodzaju trendy czasowe elementów klimatu umożliwiły autorom dokonanie rekonstrukcji /od roku 1700/ i prognozy /po rok 2100/ klimatu Warszawy przez zwykłą ekstrapolację funkcji aproksymujących. Trzeba zauważyć, że krzywa wiekowych zmian temperatury powietrza /ryc. 291A/ w stuleciu XXI znajduje się poniżej średniej rocznej z dwóch ostatnich stuleci. Biorąc jednak pod uwagę przyrosty antropogeniczne temperatury, które

złagodzą jej naturalne spadki, może nie wystąpić zbytnie ochłodzenie kliamtu w przyszłym stuleciu. Oczywiście prognozy te - sondaż przyszłości - otrzymano przy założeniu, że ekstrema wykrytych cykli, które wystąpiły w XVIII-XX wieku powtarzać się będą nadal.

Praca jest udokumentowana głównie wykresami /350 rysunków/, tabelami /122/ i licznymi wzorami. Rysunki obrazują miesięczne, sezonowe, półroczne, roczne: zmierzone wartości badanych zmiennych, widma oscylacji, oscylogramy korelacji i krzywe trendów czasowych.

W obszernym komentarzu przedstawiono szczegółowo zastosowane metody badań oraz podano interpretację najważniejszych wyników.

Prof. dr Jerzy Kondracki

Warszawa, kwiecień 1991 r.

I. WSTĘP

Zmiany klimatu Ziemi i ich przyczyny są głównym problemem badań współczesnej klimatologii - objętym programem Światowej Organizacji Meteorologicznej /WMO/.

Temat ten podjęto w siódmym tomie Atlasu współzależności parametrów meteorologicznych i geograficznych w Polsce. Głównym celem pracy jest określenie wiekowych tendencji zmian klimatu Polski.

Zbadano ciągi chronologiczne: aktywności Słońca - liczb Wolfa /1749 - 1980/, cyrkulacji atmosferycznej /wschodniej, zachodniej, południkowej/ - wg klasyfikacji Vangenheima /1891 - 1976/, temperatury powietrza /1779 - 1979/ i opadów atmosferycznych /1813 - 1980/ w Warszawie.

Zasadniczą część Atlasu stanowią badania cykliczności zmian klimatu z zastosowaniem oryginalnej metody wprowadzonej przez Zakład Klimatologii Uniwersytetu Warszawskiego.

Dotychczas stosowane metody: analiza harmoniczna i spektralna - także metoda autokorelacji - nie nadają się w pełni do badań okresowych zmian klimatu.

Wadą analizy harmonicznej / wyznaczania kolejnych wyrazów szeregu Fouriera / jest założenie a priori fikcyjnych okresów, wynikających z podziału długości ciągu chronologicznego na części. Te fikcyjne okresy nie pokrywają się z prawdziwymi / rzeczywistymi/,

W przypadku zaś metody autokorelacji / Fuhricha / można wyznaczać tylko okresy krótkie, nie przekraczające połowy długości ciągu chronologicznego. Ponadto nie można określić przesunięć fazowych cykli, mających istotne znaczenie w poszukiwaniu przyczyn zmian klimatu.

Novum w analizie periodycznych zmian klimatu stanowi metoda Boryczki wyznaczania widma oscylacji i optymalnych okresów wg kolejnych sinusoid regresji. Nie ma ona żadnej z wymienionych wad i ograniczeń stosowalności / rozdz. II/.

Innym ważnym problemem jest modelowanie naturalnych i antropogenicznych zmian klimatu. Znaczącym postępem jest wyodrębnienie składników naturalnego i antropogenicznego trendów czasowych. Składnik naturalny ulega okresowym zmianom, które opisano kilkoma lub kilkunastoma sinusoidami o wykrytych optymalnych okresach. Natomiast miarą antropogenicznych zmian jest składnik liniowy trendu czasowego.

Istotne znaczenie poznawcze ma określenie przyczyn naturalnych zmian klimatu - przez porównanie widm oscylacji: temperatury, opadów i typów cyrkulacji atmosferycznej - z widmem oscylacji aktywności Słońca.

Znaczenie praktyczne mają prognozy naturalnych i antropogenicznych zmian klimatu Polski. Ekstrapolując trendy czasowe temperatury i opadów opracowano unikalne /w krajowej i zagranicznej literaturze / prognozy tendencji zmian klimatu w XXI wieku na przykładzie Warszawy.

Atlas jest udokumentowany głównie wykresami 350 rysunków , licznymi równaniami trendów czasowych i tabelami.

Wykresy przedstawiają ciągi chronologiczne zmiennych klimatologicznych,widma oscylacji i trendy czasowe w latach 1700 - 2100. Wyodrębniono poszczególne miesiące, pory roku, półrocza i rok.

Każdy z rozdziałów oprócz wykresów, empirycznych wzorów i zestawień liczbowych zawiera także krótki komentarz o najważniejszych wynikach badań.

Obliczenia zostały wykonane w Centrum Informatycznym Uniwersytetu Warszawskiego na maszynie cyfrowej BASF przez zespół pracowników: mgr Annę Góraj, mgr Teresę Woźniakowską, mgr Teresę Desperat pod kierunkiem dr Wacława Pankiewicza. Autorzy serdecznie dziękują za współudział w opracowaniu programów i wykresów.

II. METODY BADAŃ ZMIAN KLIMATU WPROWADZONE PRZEZ ZAKŁAD KLIMATOLOGII UNIWERSYTETU WARSZAWSKIEGO

Metody statystyczne stosowane dotychczas: analiza harmoniczna i analiza spektralna - metoda autoregresji / autokorelacji / nie nadają się do badań periodycznych zmian klimatu.

Mankamentem analizy harmonicznej - wyznaczania kolejnych wyrazów szeregu Fouriera, tzw. składowych harmonicznych /harmonik/, jest założenie fikcyjnych okresów: n, $\frac{n}{2}$, $\frac{n}{3}$, ... Okresy te przyjmuje się a priori, dzieląc arbitralnie długość ciągu chronologicznego n lat /n - liczba parzysta / na części: jedną, dwie, trzy, itd. Części te zależą od n i wcale nie pokrywają się z prawdziwymi /rzeczywistymi / okresami. W ten sposób nie można wykryć istniejących okresów o długościach od $\frac{n}{2}$ do n lat.

Analogiczną wadę ma analiza spektralna - metoda autokorelacyjna wykrywania okresów. Korelogram jest to wykres współczynników korelacji r_1, r_2, ... między ciągiem pierwotnym y_1, ... , y_n i ciągami przekształconymi: y_2, ..., y_{n-1}, y_3, ..., y_{n-2}, ..., y_{k+1}, ..., y_{n-k} otrzymanymi przez translację czasu t o $\Delta t = k = 1, 2, \ldots$ jednostek /np. lat/. Kolejne współczynniki autokorelacji r_k obliczane są na podstawie coraz to mniejszej liczby n-k danych empirycznych. Ich istotność statystyczna maleje ze wzrostem k. W przypadku np. okresu 11 lat trzeba pominąć dane z co najmniej k = 11 lat.

Metodą tą nie można określić przesunięcia fazowego cyklu, mającego duże znaczenie w badaniach zmian klimatu i ich przyczyn.

Żeby zwiększyć liczbę n-k uwzględnianych wyników pomiarów czasami korzysta się z cyklicznej definicji kowariancji

$$S_{ik} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \Delta y_i \Delta y_{i+k}$$

zakładając $y_{i+k} = y_{i+k-n}$ dla $i + k > n$

Założenie o zgodności fazowej cykli w momentach czasu t_{i+k} i t_{i+k-n} prawie nigdy nie jest spełnione. Długość ciągu chronologicznego i wykrywane okresy nie są współmierne. Wyjątkiem może być cykl dobowy i roczny. Tak więc jest to ukryte założenie o istnieniu fundamentalnego okresu n lat.

Ponadto, zarówno analizę harmoniczną, jak i spektralną można stosować tylko w przypadkach, gdy pomiary są wykonane w równych odstępach czasu, a ciąg chronologiczny jest kompletny - nie ma braków.

Novum w literaturze klimatologicznej i matematycznej stanowi analiza oscylacji, tj. wyznaczanie widma oscylacji i optymalnych okresów metodą Boryczki /1979, 1984/. Nie ma ona żadnej z wymienionych wad i ograniczeń stosowalności.

Ciąg chronologiczny / także niekompletny/ $y_1, \ldots, y_n$ pomiarów wykonanych w dowolnych odstępach czasu $t_1, \ldots, t_n$ o jednostce Δ jest aproksymowany kolejnymi sinusoidami regresji:

$$y = a_j + b_j \sin\left(\frac{2\pi}{\theta_j} t + c_j\right)$$

o zadanych okresach $\theta_j = j \cdot \Delta$ lub częstościach $\omega_j = \frac{2\pi}{\theta_j}$, $j = 1, 2, \ldots, N$

gdzie: a_j - wyraz wolny,
b_j - amplituda,
c_j - przesunięcie fazowe, $N \gg n$.

Metodą Boryczki "kolejnych sinusoid regresji" wyznacza się: empiryczne widmo oscylacji

$\theta = \theta_1, \ldots, \theta_N$

$b = b_1, \ldots, b_N$

i jego charakterystykę

$C(\theta) = C_1, \ldots, C_N$ - wektor faz

$R(\theta) = R_1, \ldots, R_N$ - oscylogram korelacji wielokrotnej.

Maksima lokalne widma oscylacji b_r, to rzeczywiste okresy $\theta_r = r \cdot \Delta$ i rzeczywiste częstości $\omega_r = \frac{2\pi}{r\Delta}$.

Jeżeli odstępy czasu między pomiarami są równe $t_{i+1} - t_i = \text{const}$,

wtedy $\Theta_j = t_i = i\Delta$, i=1,2,...,n, Krok dla okresu sinusoidy może być zmienny, np. $\Delta\Theta = \Delta$, $\frac{1}{12}\Delta$, $10^{-1}\Delta$.

Równanie sinusoidy regresji zastosowano po raz pierwszy /Boryczka, 1984/ do wyznaczania okresów aktywności Słońca/liczb Wolfa/, temperatury powietrza i opadów atmosferycznych. Algorytm wyznaczania samego równania sinusoidy regresji i jego wykorzystanie do opisu rocznych zmian pola temperatury powietrza w Polsce przedstawiono wcześniej /1979, 1980/.

Metodę tę zastosowano także do badania periodyczności: akumulacji osadów jeziornych / przypadek $t_{i+1} - t_i \neq$ const/, cyrkulacji atmosferycznej i odpływów wód rzek /Boryczka i inni, 1980, 1984, 1986, 1989/.

1. Teoria analizy oscylacji i rzeczywistych okresów

Wyznaczanie widma oscylacji i rzeczywistych okresów metodą Boryczki będzie omówione szczegółowo.

Ciąg chronologiczny $y_1, \ldots, y_n$ wyników pomiarów wykonanych w dowolnych odstępach czasu $t_1, \ldots, t_n$ jest aproksymowany równaniami kolejnych sinusoid regresji

$$y = y(t) = a_j + b_j \sin\left(\frac{2\pi}{\theta_j}\, t + c_j\right) \qquad (1)$$

o zadanych okresach $\theta_j = \theta_1, \ldots, \theta_N$ lub częstościach

$$\omega_j = \frac{2\pi}{\theta_j},\ \omega_1, \ldots, \omega_N$$

gdzie: a_j - wyraz wolny,
b_j - amplituda zmian,
c_j - przesunięcie fazowe.

Wyznaczając kolejne sinusoidy regresji o zadanych okresach: $\theta_j = j\Delta$, gdzie j=1, ..., N /N $\geqslant$ n/, Δ - jest jednostką czasu otrzymuje się:

empiryczne widmo oscylacji (EWO)

$\theta = \theta_1, \ldots, \theta_N$

$b = b_1, \ldots, b_N$

i jego charakterystykę

$c(\theta) = c_1, \ldots, c_N$ - wektor faz

$a(\theta) = a_1, \ldots, a_N$ - wektor wyrazów wolnych

$R(\theta) = R_1, \ldots, R_N$ - oscylogram korelacji wielokrotnej

Maksima lokalne b_r widma oscylacji $b(\theta)$ - to rzeczywiste okresy $\theta_r = r\Delta$ i rzeczywiste częstości $\omega_r = \frac{2\pi}{r\Delta}$.

Parametry sinusoidy (1) dobieramy tak, by suma kwadratów reszt $\varepsilon_i = y_i - y(t_i)$ punktów empirycznych (t_i, y_i) od sinusoidy była najmniejsza

$$\varepsilon_j^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 \quad - \min$$

Po przekształceniu: $A = b\cos c$, $B = b\sin c$ równanie sinusoidy (1) ma postać

$$y = a_j + A_j \sin \omega_j t + B_j \cos \omega_j t \tag{2}$$

Amplitudy b_j i przesunięcia fazowe c_j oblicza się z przekształcenia odwrotnego

$$b_j = \sqrt{A_j^2 + B_j^2}, \quad \operatorname{tg} C = \frac{B_j}{A_j} \tag{3}$$

Niewiadome a_j, A_j, B_j znajduje się z warunków minimum:

$\frac{\partial \varepsilon_j^2}{\partial a_j} = 0$, $\frac{\partial \varepsilon_j^2}{\partial A_j} = 0$, $\frac{\partial \varepsilon_j^2}{\partial B_j} = 0$ wariancji resztowej

$$\varepsilon^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (y_i - a_j - A\sin \omega_j t_i - B\cos \omega_j t_i)^2 .$$

Jest to zagadnienie wyznaczania równania płaszczyzny regresji

$$y = a_j + A_j x_1 + B_j x_2 \tag{4}$$

względem zmiennych czasowych $x_1 = \sin \omega_j t$, $x_2 = \cos \omega_j t$.

Danymi wyjściowymi są:

y	X_1	X_2
y_1	$\sin \omega_j t_1$	$\cos \omega_j t_1$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
y_n	$\sin \omega_j t_n$	$\cos \omega_j t_n$

Z warunku $\frac{\partial \varepsilon_j^2}{\partial a_j} = 0$ mamy wzór na wyraz wolny

$$a_j = \bar{y} - A_j \bar{x}_1 - B_j \bar{x}_2 \tag{5}$$

Natomiast z kolejnych warunków $\frac{\partial \varepsilon_j^2}{\partial A_j} = 0$, $\frac{\partial \varepsilon_j^2}{\partial B_j} = 0$, po eliminacji a_0 otrzymuje się symetryczne równania liniowe o dwóch niewiadomych A_j , B_j :

$$S_{11}^2 A_j + S_{12} B_j = S_{1y}$$
$$S_{21} A_j + S_{22}^2 B_j = S_{2y} \qquad (6)$$

gdzie:

$$S_{11}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \sin^2 \omega_j t_i - \bar{x}_1^2$$

$$S_{22}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \cos^2 \omega_j t_i - \bar{x}_2^2$$

$$S_{12} = S_{21} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \sin \omega_j t_i \cos \omega_j t_i - \bar{x}_1 \bar{x}_2$$

$$S_{1y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i \sin \omega_j t_i - \bar{y}\bar{x}_1$$

$$S_{2y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i \cos \omega_j t_i - \bar{y}\bar{x}_2$$

oraz

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i \,, \quad \bar{x}_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \sin \omega_j t_i \,, \quad \bar{x}_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \cos \omega_j t_i$$

Współczynniki przy niewiadomych A,B - to wariancje i konwariancje zmiennych x_1, x_2, a prawe strony równania (6) są konwariancjami y względem x_1, x_2.

W szczególnym przypadku, gdy odstępy między pomiarami są równe $t_{i+1} - t_i = \text{const}$, a ich liczba parzysta, to układ równań (6) redukuje się ($S_{12} = S_{21} = 0$, $S_{11}^2 = S_{22}^2 = \frac{1}{2}$):

$$\frac{1}{2} A_j = S_{1y}$$

$$\frac{1}{2} B_j = S_{2y}$$

Wtedy otrzymuje się znane wzory na kolejne wyrazy szeregu Fouriera /analiza harmoniczna/:

$$a_j = \bar{y}, \quad A_j = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i \sin \omega_j t_i \,, \quad B_j = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i \cos \omega_j t_i$$

oczywiście po wstawieniu $\omega_j = \frac{2\pi}{\theta_j}$, $\theta_j = n, \frac{n}{2}, \frac{n}{3}, \ldots$

Dokładność aproksymacji ciągu chronologicznego $y_1, \ldots, y_n$ równaniem sinusoidy regresji o okresie θ_j określają reszty $\varepsilon_i = y_i - y(t_i)$, tj. różnice między wartościami zmierzonymi y_i i obliczonymi $y(t_i)$ z równania (1).

- Odchylenie resztowe ε_j - średnia kwadratowa reszta, to pierwiastek z wariancji resztkowej:

$$\varepsilon_j = \sqrt{\varepsilon_j^2}, \qquad \varepsilon_j^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2$$

Współczynnik determinacji

$$R_j^2 = 1 - \frac{\varepsilon_j^2}{s^2}$$

wskazuje, jaką część wariancji s^2 zmiennej y wyjaśnia sinusoida regresji o okresie θ_j.

- Błąd standardowy δ_j jest oceną odchylenia resztowego ε_j w populacji:

$$\delta_j = \sqrt{\frac{n}{n-3}}\ \varepsilon_j$$

Jeżeli reszty ε_i zliczone w przedziale $(-3\varepsilon_j, 3\varepsilon_j)$, np. co $\frac{\varepsilon_j}{2}$, mają w populacji rozkład gaussowski o parametrach $0, \delta_j$, to hipotetyczna sinusoida

$$y = \hat{a}_j + \hat{b}_j \sin(\omega_j t + \hat{c}_j)$$

o nieznanej amplitudzie $\hat{b}_j$ zawiera się w przedziale ufności $y(t) \pm 1{,}96\,\delta_j$ z prawdopodobieństwem 95 %.

- Współczynnik korelacji wielokrotnej R_j - między wartościami zmierzonymi $y_1, \ldots, y_n$ i obliczonymi $y_1(t_1), \ldots, y_n(t_n)$ z równania sinusoidy regresji określa wzór

$$R_j = \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_j^2}{s^2}} \qquad 0 \leqslant R_j \leqslant 1$$

- Weryfikacji hipotezy zerowej $\delta_j = 0$, iż w populacji amplituda cyklu θ_j jest równa zeru, dokonujemy testem Fishera-Snedecora F_j

$$F_j = \frac{n-3}{2} \cdot \frac{s^2 - \varepsilon_j^2}{\varepsilon_j^2} = \frac{n-3}{2} \cdot \frac{R_j^2}{1-R_j^2}$$

o $n_1 = 2$ i $n_2 = n-3$ stopniach swobody.

2. Modelowanie naturalnych zmian klimatu

Jeżeli widmo oscylacji $b(\theta) = b_1, \ldots, b_N$ zmiennej y ma k maksimów lokalnych - linii $\theta = \theta_1, \ldots, \theta_m$ / rzeczywistych okresów/, to modelem trendu czasowego jest szereg

$$y = f(t) = a_0 + \sum_{r=1}^{m} B_r \sin\left(\frac{2\pi}{\theta_r} t + C_r\right) \qquad (7)$$

gdzie amplitudy $B_r \approx b_r$ są zweryfikowane a priori testem Fishera-Snedecora o $n_1 = 2$, $n_2 = n-3$ stopniach swobody.

W szeregu tym nie można przyjąć $B_r = b_r$ - amplitud widma oscylacji, gdyż okresy rzeczywiste θ_r nie są współmierne.

Trend $y = f(t)$ trzeba wyznaczyć minimalizując wariancję resztową

$$\varepsilon^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left[y_i - a_0 - \sum_{r=1}^{m} B_r \sin\left(\frac{2\pi}{\theta_r} t_i + C_r\right)\right]^2$$

Po przekształceniu: $\alpha_r = B_r \cos C_r$, $\beta_r = B_r \sin C_r$ problem nieliniowy sprowadza się do regresji wielokrotnej liniowej

$$y = f(t) = a_0 + \sum_{r=1}^{m} \alpha_r \sin \omega_r t + \sum_{r=1}^{m} \beta_r \cos \omega_r t \ , \quad \omega_r = \frac{2\pi}{\theta_r} \qquad (8)$$

Równanie (8), po uporządkowaniu zmiennych niezależnych, np.
$y = a_0 + \alpha_1 \sin \omega_1 t + \beta_1 \cos \omega_1 t + \ldots + \alpha_m \sin \omega_m t + \beta_m \cos \omega_m t$,
traktujemy jako równanie hiperpłaszczyzny regresji

$$y = a_0 + a_1 x_1 + \ldots + a_M x_M \ , \qquad M = 2m \qquad (9)$$

względem zmiennych czasowych

$x_k = \sin \omega_k t$ — k - liczba nieparzysta
$x_k = \cos \omega_k t$ — k - liczba parzysta

Wariancja resztowa po przekształceniu ma postać

$$\varepsilon^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - a_0 - \sum_{k=1}^{M} a_k x_{ki}\right)^2$$

Z warunku jej minimum $\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial a_0} = 0$ otrzymuje się wzór na wyraz wolny

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x}_1 - \ldots - a_M \bar{x}_M$$

gdzie: $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i$, $\bar{x}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_{ki}$ - średnie arytmetyczne.

Natomiast warunki $\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial a_k} = 0$, po eliminacji a_0, prowadzą do układu symetrycznego $2m$ równań o $2m$ niewiadomych $\alpha_1, \beta_1, \ldots, \alpha_m, \beta_m$, czyli $a_1, \ldots, a_M$:

$$\begin{aligned} S_{11}^2 a_1 + \ldots + S_{1M} a_M &= S_{1y} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \\ S_{M1} a_1 + \ldots + S_{MM}^2 a_M &= S_{My} \end{aligned} \qquad (10)$$

gdzie: $S_{kl} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_{ki} x_{li} - \bar{x}_k \bar{x}_l$ - wariancje $(k=l)$ i kowariancje zmiennych x_k, x_l

$S_{ky} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i x_{ki} - \bar{y} \bar{x}_k$ - kowariancje zmiennych y, x_k.

Amplitudy $B_1, \ldots, B_m$ i przesunięcia fazowe $C_1, \ldots, C_m$ określone są wzorami

$$B_1 = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}, \ \ldots, \ B_m = \sqrt{a_{M-1}^2 + a_M^2}$$
$$tgC_1 = \frac{a_2}{a_1}, \ \ldots, \ tgC_m = \frac{a_M}{a_{M-1}} \qquad (11)$$

Weryfikacji trendu $y = f(t)$ można dokonać stosując test Fishera-Snedecora o $n_1 = 2m$ i $n_2 = n-2m-1$ stopniach swobody:

$$F = \frac{n-2m-1}{2m} \frac{s^2 - \varepsilon^2}{\varepsilon^2} = \frac{n-2m-1}{2m} \frac{R^2}{1-R^2}$$

gdzie: s^2 - wariancja y ,

R - współczynnik korelacji wielokrotnej,

$R = \sqrt{1 - \frac{\varepsilon^2}{s^2}}$.

3. Modelowanie antropogenicznych zmian klimatu

Zmierzone wartości temperatury powietrza czy też opadów (y) są sumą składników naturalnego (y_0) i antropogenicznego (Δy) :

$$y = y_0 + \Delta y \qquad (12)$$

Istnieje możliwość wyodrębnienia składnika naturalnego, gdyż ulega on periodycznym zmianom o wypadkowej

$$y_0 = a_0 + \sum_{r=1}^{m} B_r \sin\left(\frac{2\pi}{\vartheta_r} t + C_r\right) \qquad (13)$$

gdzie ϑ_r są rzeczywistymi okresami.

Równanie prostej regresji

$$y = A_0 + At$$

nie może być miarą antropogenicznych zmian, ponieważ aproksymuje cykle o znanych okresach ϑ_r .

Natomiast miarą antropogenicznych zmian może być równanie prostej regresji różnicy $y-y_0$ względem t /po eliminacji składnika naturalnego y_0/:

$$\Delta y = a_0 + a't \qquad (14)$$

Po prostu może nią być składnik liniowy $\Delta y = at$ trendu

$$y = F(t) = a_0 + at + \sum_{r=1}^{m} B_r \sin\left(\frac{2\pi}{\vartheta_r} t + C_r\right) \qquad (15)$$

Współczynniki a' i a mogą nieco się różnić, gdyż inaczej są wyznaczane.

Współczynnik a czy też a' może aproksymować odcinek sinusoidy o bardzo długim nieznanym okresie ze względu na krótki ciąg pomiarów.

Widma oscylacji na niezbyt dużym obszarze Ziemi, których przyczyną są oddziaływania czynników naturalnych/ astronomicznych/, są zbliżone: $b(\vartheta) = \text{const}$. Jeżeli w sąsiednich miejscowościach A i B składniki liniowe trendu czasowego

$$\Delta y_A = a_A t$$

$$\Delta y_B = a_B t$$

to dobrą miarą względną antropogenicznych zmian jest różnica współczynników regresji cząstkowej $\Delta a = a_B - a_A$:

$$y_B - y_A = \Delta a t$$

Zależy ona tylko od oddziaływań czynników antropogenicznych.

Na przykład dla temperatury powietrza można wyróżnić przypadki $a_B > a_A$:

$a_A > 0$, $a_B > 0$ - dominacja CO_2, akumulacja ciepła przez zabudowę większa w miejscowości B niż A

$a_A < 0$, $a_B < 0$ - dominacja absorpcji promieniowania przez pył większa w miejscowości A niż B

i inne.

Funkcję aproksymującą y= F(t) można wyznaczyć minimalizując wariancję resztową

$$\varepsilon^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - a_0 - at - \sum_{r=1}^{m} \alpha_r \sin \omega_r t_i - \sum_{r=1}^{m} \beta_r \cos \omega_r t_i \right)^2$$

Jest to zagadnienie wyznaczenia równania hiperpłaszczyzny regresji

$$y = a_0 + a_1 X_1 + \ldots + a_{M+1} X_{M+1} \qquad (16)$$

względem $X_1 = t$

$X_k = \sin \omega_k t$, k - liczba parzysta

$X_k = \cos \omega_k t$, k - liczba nieparzysta

Z warunków minimum wariancji resztowej $\frac{\partial \varepsilon'^2}{\partial a_0} = \frac{\partial \varepsilon'^2}{\partial a_k} = 0$, po eliminacji a_0 otrzymuje się 2m+1 równań liniowych o 2m+1 niewiadomych $a_1, \ldots, a_{M+1}$.

Weryfikacji funkcji aproksymującej y= F (t) można dokonać stosując test Fishera-Snedecora o $n_1 = 2m+1$, $n_2 = n-2m-2$ stopniach swobody:

$$F = \frac{n-2m-2}{2m+1} \cdot \frac{s^2 - \varepsilon'^2}{\varepsilon'^2}$$

Żeby ocenić istotność statystyczną współczynnika liniowego a wyznaczamy współczynnik korelacji / cząstkowej/ między ciągami reszt $\varepsilon_i = y_i - f(t_i)$ i $\varepsilon'_i = y_i - F(t_i)$:

$\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_n$

$\varepsilon'_1, \ldots, \varepsilon'_n$

$$r = \frac{\overline{\varepsilon_i \varepsilon'_i}}{\varepsilon \varepsilon'} , \quad \varepsilon = \sqrt{\varepsilon^2} , \quad \varepsilon' = \sqrt{\varepsilon'^2} \qquad (17)$$

gdzie "$\overline{\quad}$" jest symbolem uśrednienia.

O tym, czy włączenie składnika liniowego $\Delta y = at$ do funkcji trendu y= F (t) jest istotne statystycznie rozstrzyga także test Snedecora

$$\Phi = (n - 2m - 2) \cdot \frac{\varepsilon^2 - \varepsilon'^2}{\varepsilon'^2} \qquad (18)$$

o $n_1 = 1$ i $n_2 = n-2m-2$ stopniach swobody, gdzie ε^2, ε'^2 są wariancjami resztowymi funkcji aproksymujących $y = f(t)$, $y = F(t)/f(t)$ wypadkowa optymalnych cykli/.

Jeżeli δ' jest błędem standardowym

$$\delta' = \sqrt{\frac{n}{n-2m-2}}\,\varepsilon'$$

to hipotetyczny trend $\hat{F}(t)$ /w populacji/ zawiera się w przedziale ufności $F(t) \pm 3\delta'$ z prawdopodobieństwem 99,7 %, bowiem reszty ε'_i mają rozkład zbliżony do gaussowskiego.

P r z y k ł a d

Analizę oscylacji - wyznaczenie widma oscylacji i cykli - omówimy na przykładzie ciągu chronologicznego opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1813-1980.

Ciąg chronologiczny $P_1, \ldots, P_N$ miesięcznych sum opadów /ryc. 1/ o liczebności N=2016 przekształcono stosując filtr 12-miesięcznej /rocznej/ sumy ruchomej /ryc. 2/:

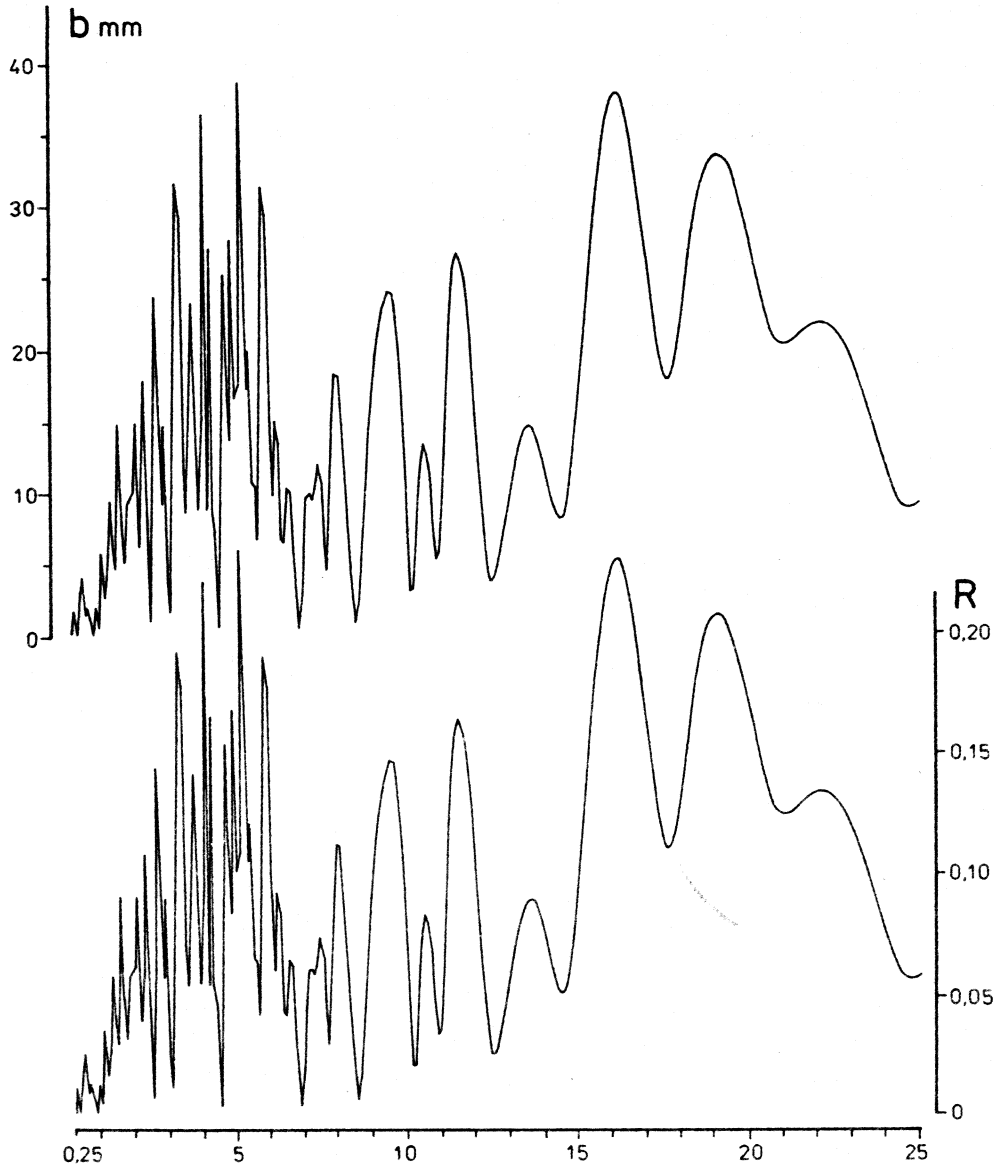
$$P_k = \sum_{l=1}^{k+12} P_l , \qquad k = 1, \ldots, N-11$$

Początkiem t=0 rachuby czasu jest 15 grudnia 1812 roku, a jednostką czasu $\Delta = 1$ - rok zwrotnikowy /365,2422 dób średnich słonecznych/. Odstęp czasu między kolejnymi wyrazami ciągu P_k /kolejnymi pomiarami/ o liczebności n=2005 wynosi $\Delta t = \frac{1}{12} = 0{,}0833$.

Periodyczność opadów zbadano zadając sinusoidzie regresji (1) okresy θ: $\frac{3}{12}$, $\frac{4}{12}$, ..., 250 lat - co $\Delta\theta = \frac{1}{12}$.

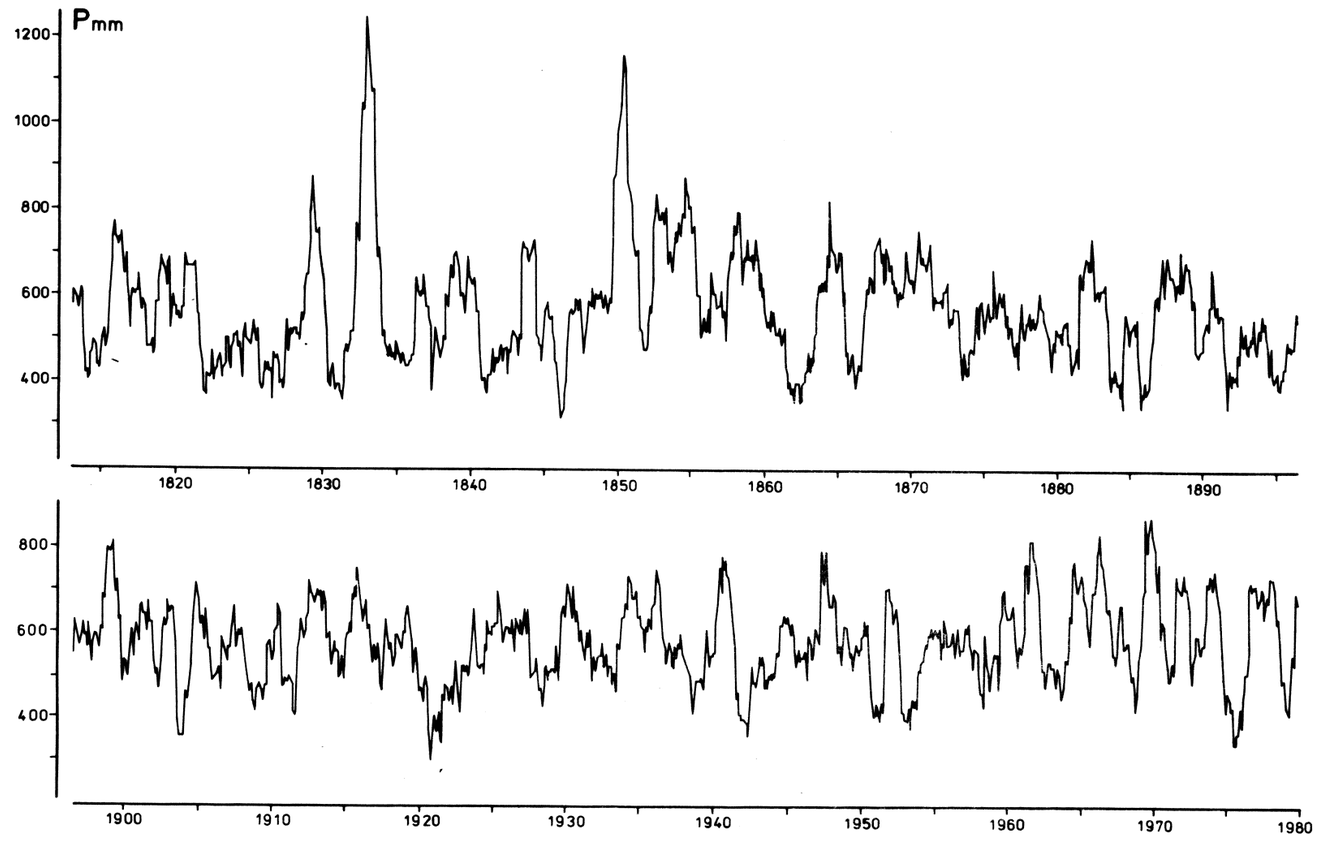
Empiryczne widmo oscylacji opadów atmosferycznych w Warszawie $b(\theta) = b_1, \ldots, b_N$ przedstawiono na ryc. 3 i 4: ryc. 3 - $\theta = 0{,}25$-25 lat, ryc. 4 - $\theta = 0{,}25$-250 lat. Na rycinach tych przedstawiono także wektor faz $C(\theta)$ i oscylogram korelacji $R(\theta)$.

Maksima lokalne widma oscylacji $b(\theta)$ - rzeczywiste okresy θ_j, amplitudy $2b_j$ i przesunięcia fazowe c_j oraz współczynniki korelacji wielokrotnej R_j zestawiono w tabl. 1.

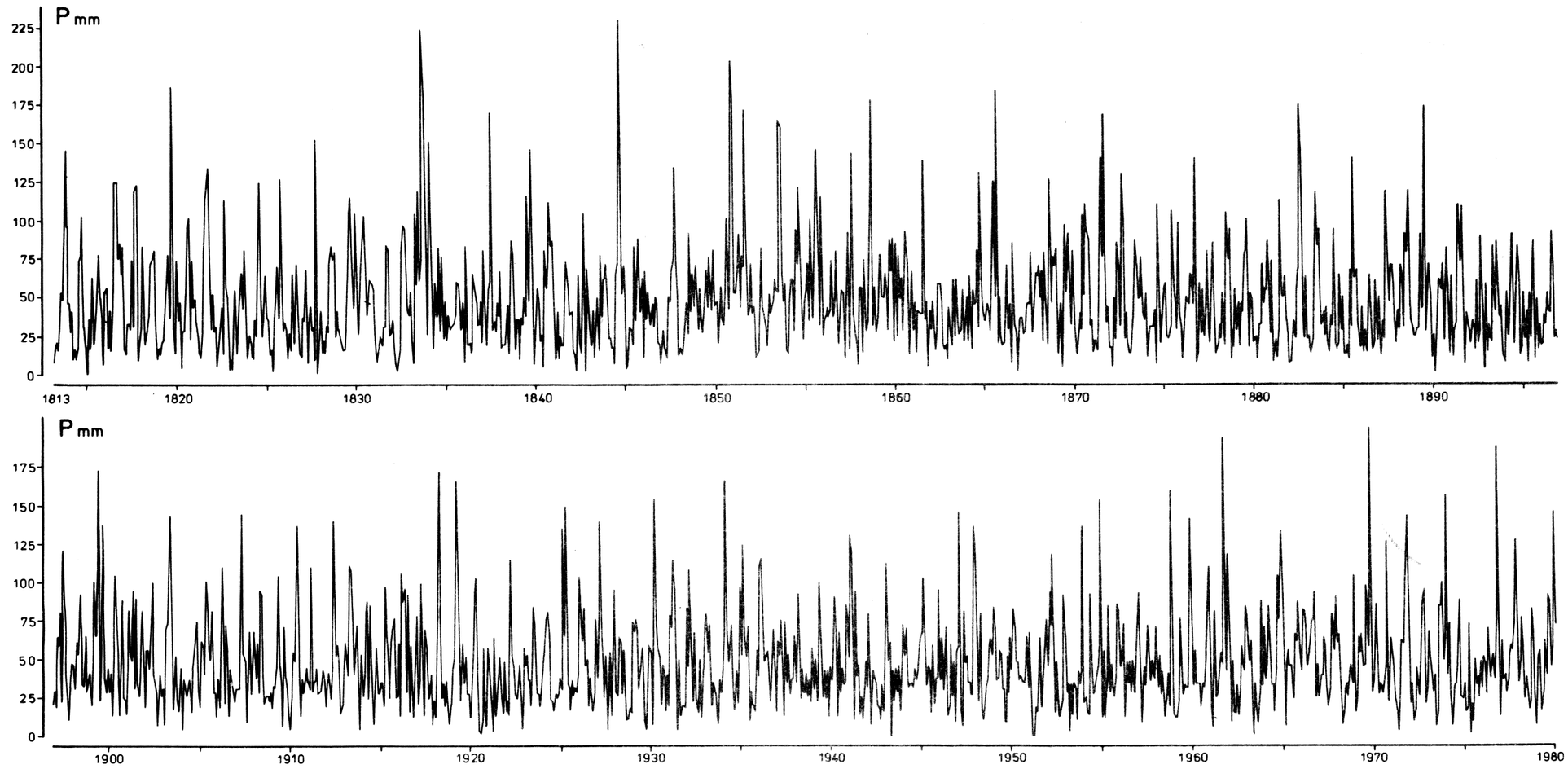


Ryc. 4. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) opadów atmosferycznych w Warszawie w pasmie 0,25 - 25 lat

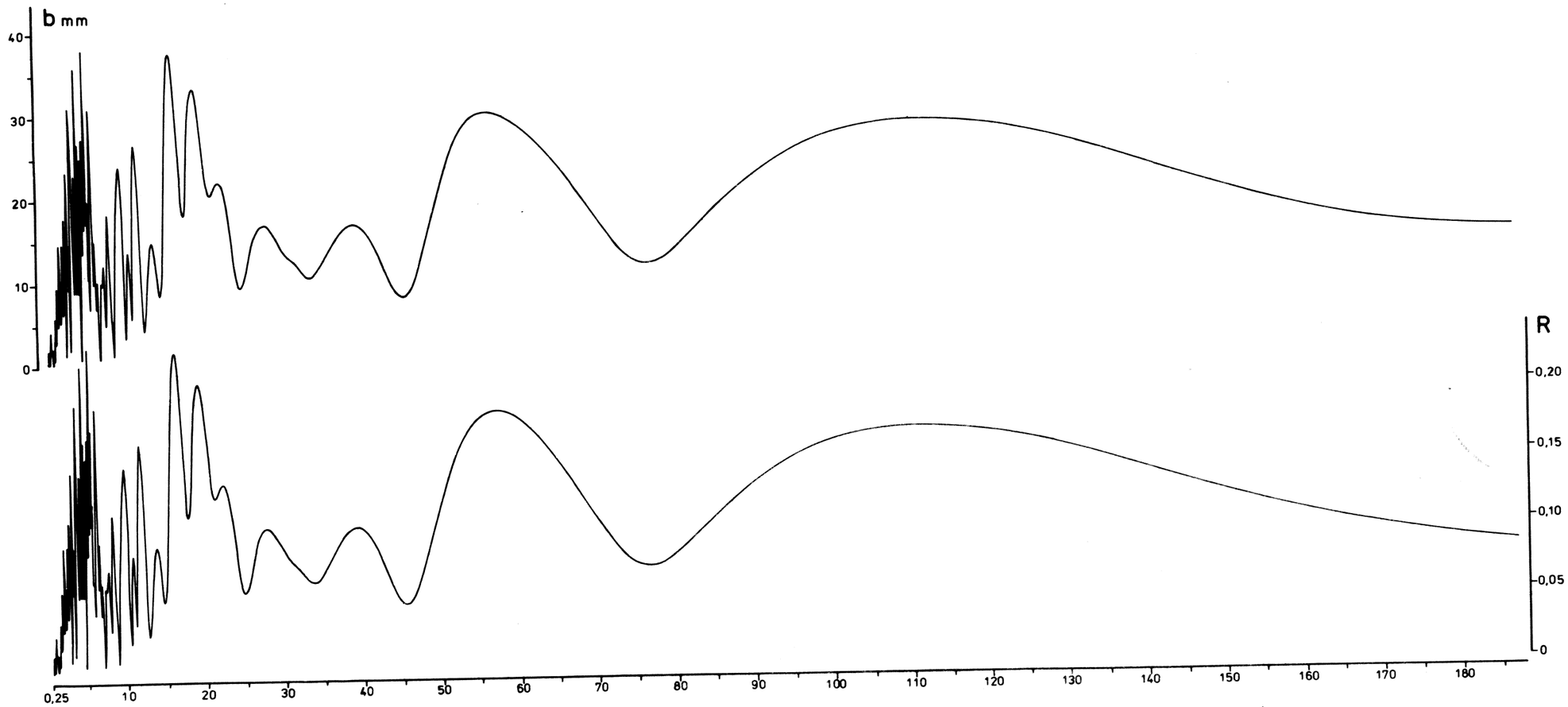
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of precipitation in Warsaw in the period 0,25 - 25 years



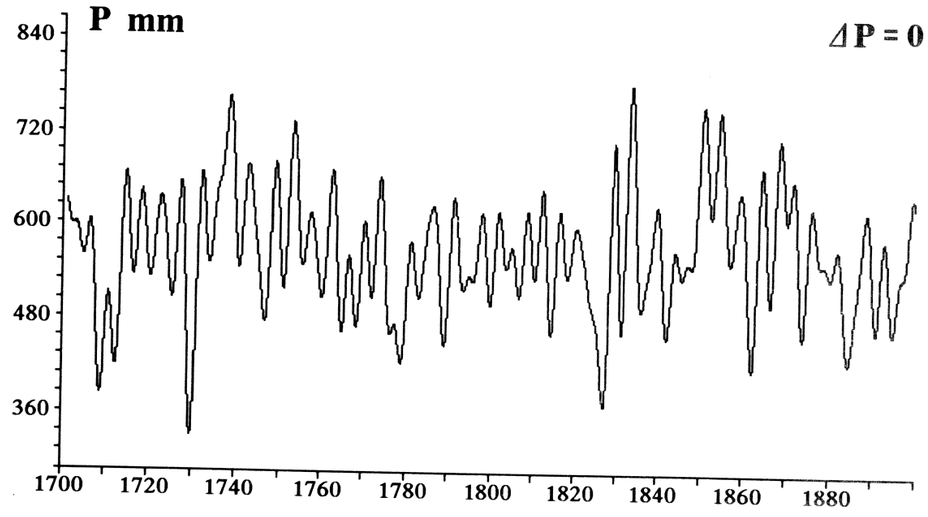
Ryc. 2. Sumy konsekutywne 12-miesięczne opadów atmosferycznych w Warszawie /1813 - 1980/
Twelve-month consecutive sums of precipitation in Warsaw /1813 - 1980/

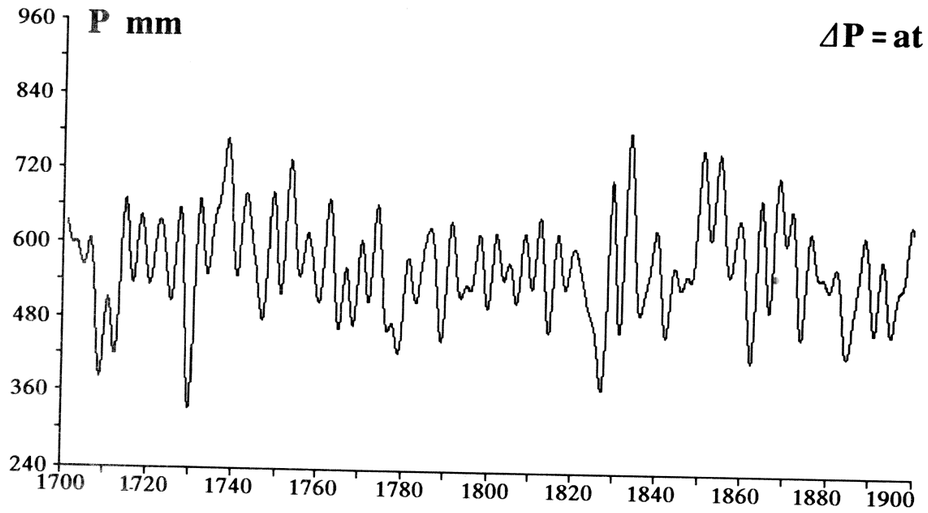


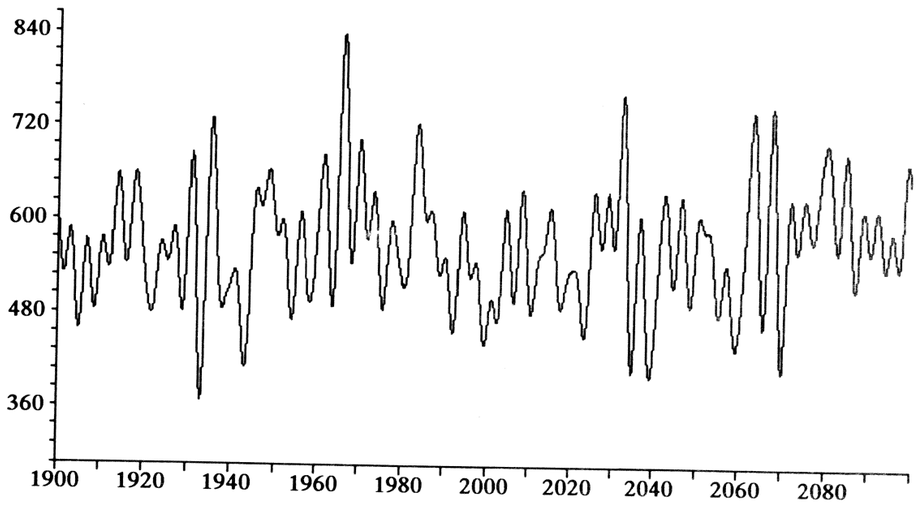
Ryc. 1. Sumy miesięczne opadów atmosferycznych w Warszawie /1813 - 1980/
Monthly sums of precipitation in Warsaw /1813 - 1980/

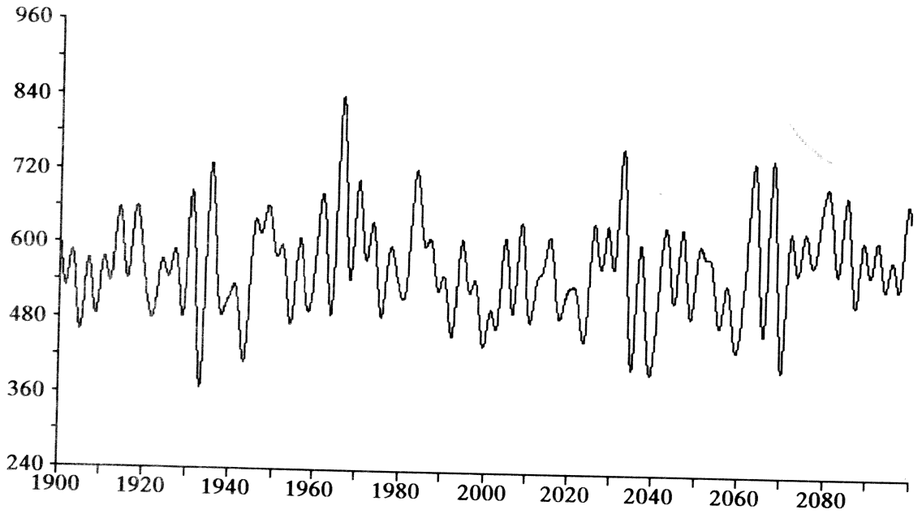


Ryc. 3. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) opadów atmosferycznych w Warszawie /okres θ = 0,25 - 185 lat/
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of precipitation in Warsaw /period θ = 0,25 - 185 years/



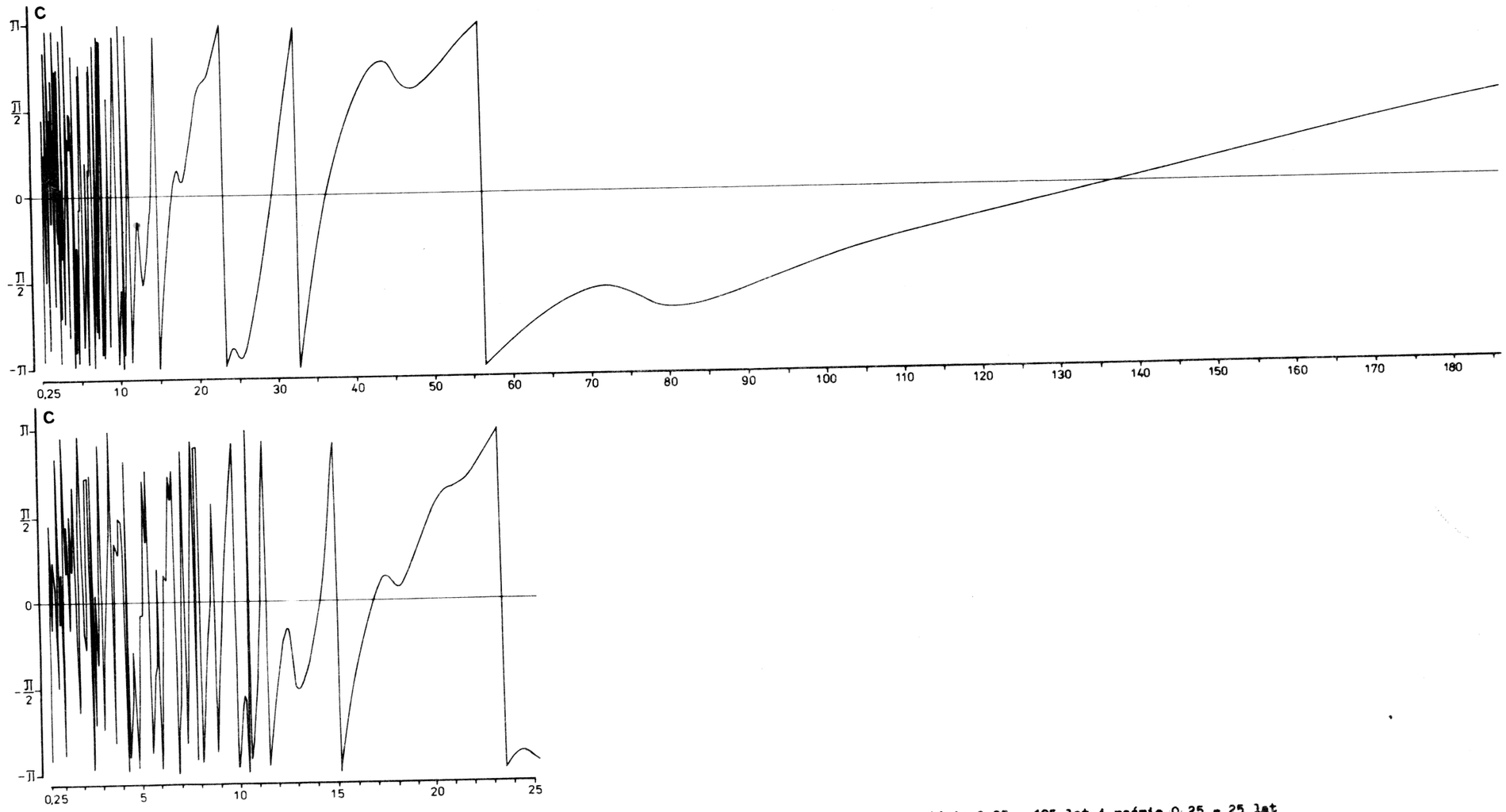






Ryc. 6. Trend wiekowy opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1700 - 2100 /wykresy funkcji 20 i 20'/: rekonstrukcja 1700 - 1812, aproksymacja 1813 - 1980, prognoza 1981 - 2100

Century trend of precipitation in Warsaw in the period 1700 - 2100 /graphs of functions 20 and 20'/: reconstruction 1700 - 1812, approximation 1813 - 1980, forecast 1981 - 2100



Ryc. 5. Przesunięcie fazowe oscylacji opadów atmosferycznych w Warszawie w całym widmie 0,25 - 185 lat i paśmie 0,25 - 25 lat
Phase shift of oscillation of precipitation in Warsaw in the entire spectrum 0,25 - 185 years and in the period 0,25 - 25 years

Tablica 1

Okresy opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1813 - 1980 /θ_j/, amplitudy b_j i przesunięcia fazowe c_j /R_j - współczynniki korelacji wielokrotnej/

Periods of precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980 /θ_j/, amplitudes b_j and phase shifts c_j /R_j - multiple correlation coefficients/

j	θ_j lat	$\omega_j = \frac{2\pi}{\theta_j}$	$2b_j$ mm	c_j	R_j
7	0,583	10,7770	4,95	0,2711	0,015
15	1,250	5,0260	11,57	1,3949	0,035
17	1,500	4,1890	18,94	0,5827	0,058
21	1,750	3,5904	29,52	-1,9804	0,090
27	2,250	2,7225	29,76	2,2482	0,091
30	2,500	2,5133	35,76	2,3181	0,109
34	2,833	2,2178	47,04	-0,1295	0,144
42	3,500	1,7952	63,12	3,1302	0,193
47	3,917	1,6041	46,32	1,5212	0,142
51	4,250	1,4784	72,72	2,5718	0,222
53	4,417	1,4225	54,00	-2,2085	0,165
58	4,833	1,3009	50,40	-1,5435	0,154
61	5,083	1,2361	55,20	0,8106	0,169
64	5,333	1,1782	76,80	2,4015	0,235
72	6,000	1,0472	62,64	-1,6272	0,191
97	8,083	0,7773	36,96	-2,3825	0,113
117	9,667	0,6500	48,48	2,5369	0,148
128	10,667	0,5890	27,12	-2,1896	0,083
140	11,667	0,5385	53,28	-2,0881	0,164
163	13,667	0,4597	29,52	-0,7851	0,090
196	16,333	0,3846	76,08	-0,6516	0,231
232	19,333	0,3250	67,44	1,1416	0,208
267	22,250	0,2824	44,16	2,4818	0,135
336	28,000	0,2244	33,60	-1,3303	0,103
471	39,250	0,1601	33,60	1,3389	0,103
677	56,417	0,1114	60,48	3,1337	0,186
1350	112,500	0,0558	57,60	-0,8112	0,172

Istnieje 27 rzeczywistych okresów opadów atmosferycznych w Warszawie, od najkrótszego ϑ = 0,583 lat do najdłuższego ϑ=112,5 lat. Na uwagę zasługują cykl 5-letni ϑ = 5,333 o największej amplitudzie 2b=76,8 mm i cykl wiekowy ϑ = 112,5 lat:

$$\Delta P = 38{,}4 \sin\left(\frac{2\pi}{5{,}333}\, t + 2{,}4015\right)$$

$$\Delta P = 28{,}8 \sin\left(\frac{2\pi}{112{,}5}\, t - 0{,}8112\right)$$

Wyznaczone okresy rzeczywiste ϑ_j i amplitudy b_j weryfikujemy testem Fishera-Snedecora F korzystając ze związku

$$R = \sqrt{\frac{kF}{F+n-k-1}} \qquad /R - \text{współczynnik korelacji wielokrotnej}/ \quad (19)$$

gdzie k=2 jest liczbą parametrów sinusoidy regresji /bez wyrazu a_0/. Wartości krytyczne współczynnika korelacji wielokrotnej $R_{0,01}$, $R_{0,05}$, $R_{0,10}$ dla poziomów istotności 0,01, 0,05, 0,10 obliczamy posługując się tablicami rozkładu F przy n_1=2 i n_2=n-3 stopniach swobody.

Oscylogram korelacji R(ϑ)na ryc. 3 i 4 uzupełniono prostą $R=R_{0,05}$. Części widma oscylacji b/ ϑ /, odpowiadające $R > R_{0,05}$, są istotne na poziomie istotności 5%, a poniżej linii $R < R_{0,05}$ - nieistotne statystycznie.

Trendy czasowe opadów atmosferycznych w Warszawie P=f(t), P=F(t) wyznaczono składając 15 cykli o największych amplitudach b_j /spośród podanych w tabl. 1/ - wzory (20), (20'). Opisują one zmiany krótkookresowe i długookresowe opadów w latach 1813 - 1980.

Składnik liniowy /antropogeniczny/ funkcji trendu (20'): $\Delta P=-0{,}0064812t$ jest bardzo mały, nieistotny statystycznie na poziomie ufności 90%. Zmiany antropogeniczne sumy rocznej /ruchomej/ opadów w Warszawie wynoszą zaledwie -0,6 mm/100 lat. Przekonamy się później /w rozdz. IV/, iż wynika to ze zmiany znaku tendencji $\frac{\partial P}{\partial t} = a$ miesięcznych sum opadów w ciągu roku - z ujemnego w półroczu ciepłym na dodatni w półroczu chłodnym.

$$\left(R = 0{,}6729\ ,\quad F = 54{,}46\ ,\quad \delta = 86{,}268\right)$$

$$P=566,28 + 23,604\sin\left(\frac{2\pi}{2,833}t-0,1667\right) + 32,388\sin\left(\frac{2\pi}{3,500}t-3,089\right) +$$
$$+ 31,308\sin\left(\frac{2\pi}{4,250}t+2,533\right) + 19,608\sin\left(\frac{2\pi}{4,417}t-2,208\right) +$$
$$+ 22,860\sin\left(\frac{2\pi}{4,833}t-1,595\right) + 18,312\sin\left(\frac{2\pi}{5,083}t+0,9037\right) +$$
$$+ 35,952\sin\left(\frac{2\pi}{5,333}t+2,305\right) + 29,712\sin\left(\frac{2\pi}{6,000}t-1,555\right) +$$
$$+ 25,668\sin\left(\frac{2\pi}{9,667}t+2,999\right) + 26,436\sin\left(\frac{2\pi}{11,667}t-2,193\right) +$$
$$+ 32,028\sin\left(\frac{2\pi}{16,333}t-0,6611\right) + 27,864\sin\left(\frac{2\pi}{19,333}t+1,144\right) +$$
$$+ 20,292\sin\left(\frac{2\pi}{22,250}t+2,776\right) + 26,976\sin\left(\frac{2\pi}{56,417}t+2,883\right) +$$
$$+ 25,224\sin\left(\frac{2\pi}{112,500}t-0,624\right) \qquad (20)$$

$$(R=0,6729\ ,\ F=52,68\ ,\ \delta=86,292)$$

$$P=566,76 - 0,0064812t +$$
$$+ 23,604\left(\frac{2\pi}{2,833}t-0,1667\right) + 32,388\left(\frac{2\pi}{3,500}t-3,089\right) +$$
$$+ 31,320\left(\frac{2\pi}{4,250}t+2,533\right) + 20,820\left(\frac{2\pi}{4,417}t-2,208\right) +$$
$$+ 22,860\left(\frac{2\pi}{4,833}t-1,595\right) + 18,300\left(\frac{2\pi}{5,083}t+0,9040\right) +$$
$$+ 35,964\left(\frac{2\pi}{5,333}t+2,305\right) + 29,724\left(\frac{2\pi}{6,000}t-1,555\right) +$$
$$+ 25,680\left(\frac{2\pi}{9,667}t+2,559\right) + 26,436\left(\frac{2\pi}{11,667}t-2,193\right) +$$
$$+ 32,016\left(\frac{2\pi}{16,333}t-0,6611\right) + 27,852\left(\frac{2\pi}{19,333}t+1,144\right) +$$
$$+ 20,292\left(\frac{2\pi}{22,250}t+2,776\right) + 27,084\left(\frac{2\pi}{56,417}t+2,885\right) +$$
$$+ 25,224\left(\frac{2\pi}{112,500}t+0,6241\right) \qquad (20')$$

Tablica 2

Rozkład liczebności reszt $\varepsilon_i = P_i - f(t_i)$ i $\varepsilon'_i = P_i - F(t_i)$ - różnic między zmierzonymi P_i i obliczonymi $f(t_i)$, $F(t_i)$ sumami opadów z wzorów (20), (20′)

Distribution of the numbers of rests $\varepsilon_i = P_i - f(t_i)$ and $\varepsilon'_i = P_i - F(t_i)$ - differences between measured P_i and calculated $f(t_i)$, $F(t_i)$ sums of precipitation according to formulas (20), (20′)

$\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon}$, ε=85,608 mm	Liczebność	Częstość %	Dystrybuanta %
< - 3,0	0	0	0
- 3,0 - - 2,5	6	0,30	0,30
- 2,5 - - 2,0	34	1,70	2,00
- 2,0 - - 1,5	70	3,49	5,49
- 1,5 - - 1,0	193	9,63	15,12
- 1,0 - - 0,5	320	15,96	31,08
- 0,5 - 0	421	21,00	52,08
0 - 0,5	369	18,40	70,48
0,5 - 1,0	291	14,51	84,99
1,0 - 1,5	170	8,48	93,47
1,5 - 2,0	79	3,94	97,41
2,0 - 2,5	35	1,75	99,16
2,5 - 3,0	3	0,15	99,31
> 3,0	14	0,69	100,00
$\varepsilon_i = P_i - f(t_i)$	n=2005		

$\frac{\varepsilon'_i}{\varepsilon'}$, ε'=85,608 mm	Liczebność	Częstość %	Dystrybuanta %
< - 3,0	0	0	0
- 3,0 - - 2,5	6	0,30	0,30
- 2,5 - - 2,0	34	1,70	2,00
- 2,0 - - 1,5	69	3,44	5,44
- 1,5 - - 1,0	193	9,63	15,07
- 1,0 - - 0,5	324	16,16	31,23
- 0,5 - 0	420	20,95	52,18
0 - 0,5	369	18,40	70,58
0,5 - 1,0	290	14,46	85,04
1,0 - 1,5	170	8,48	93,52
1,5 - 2,0	78	3,89	97,41
2,0 - 2,5	35	1,75	99,16
2,5 - 3,0	3	0,15	99,31
> 3,0	14	0,69	100,00
$\varepsilon'_i = P_i - F(t_i)$	n=2005		

Wykresami trendów (20), (20') w latach 1701-2100 są krzywe na ryc. 5 i 6: 1701-1812 - rekonstrukcja, 1813-1980 - aproksymacja, 1981-2100 - prognoza.

Wartości krytyczne charakterystyki Fishera-Snedecora o $n_1=2$ i $n_2=2002$ na poziomach istotności 0,01 , 0,05 , 0,10 wynoszą: 4,62, 3,00 , 2,30, a współczynniki korelacji wielokrotnej (wg wzoru 19) - odpowiednio 0,068 , 0,055 , 0,048. Tak więc wszystkie uwzględnione cykle w trendach (20), (20') są istotne na poziomie istotności 1%.

Również funkcje trendów (20), (20') są istotne statystycznie na poziomie ufności 99%. Obliczone wartości charakterystyki Fishera-Snedecora (54,46 i 52,68) znacznie przewyższają wartości krytyczne równe $F_{tab.}=1,71$, odpowiadające $n_1=31$ i $n_2=1973$ stopniom swobody.

Rozkłady reszt $\varepsilon_i=P_i-f(t_i)$ i $\varepsilon'_i=P_i-F(t_i)$ - różnic między zmierzonymi sumami opadów P_i i obliczonymi z wzorów (20) i (20') - mają rozkład zbliżony do gaussowskiego /tabl. 2./ o parametrach $\bar{\varepsilon}_i=0$, $\delta=86,268$ mm i $\bar{\varepsilon}'_i=0$, $\delta'=86,292$ mm.

Hipotetyczne trendy czasowe sum opadów /w populacji/ zawierają się z prawdopodobieństwem 99,7% w przedziałach ufności:

$f(t)-258,8 < \hat{f}(t) < f(t)+258,8$ $\quad$ $F(t)-258,9 < \hat{F}(t) < F(t)+258,9$

Równania empirycznych trendów (20) i (20') zastosowano do rekonstrukcji ($-112 \leqslant t \leqslant 0$) i prognozy ($167 \leqslant t \leqslant 288$) sumy 12-miesięcznej opadów. Przykładowo podano roczne sumy opadów /w mm/, odpowiadające przedziałowi czasu I-XII (t=..., 083) - ekstrapolowane wartości wg wzoru (20'):

1981	523	1991	510	2001	502
82	580	92	490	02	450
83	536	93	503	03	532
84	734	94	589	04	617
85	578	95	619	05	553
86	602	96	522	06	520
87	638	97	519	07	559
1988	547	1998	533	2008	614
89	532	99	450	09	597
1990	548	2000	473	2010	489

Średnia wiekowa suma opadów w latach 1814-1980 /norma/ jest równa 569 mm.

Odchylenia od normy $\bar{P}$=569 mm /in minus lub in plus/ prognozowanych rocznych sum opadów wynoszą:

	mm		mm
1991	- 59	2001	- 67
92	- 79	02	-119
93	- 66	03	- 37
94	20	04	48
95	50	05	- 16
96	- 47	06	- 49
97	- 50	07	- 10
98	- 36	08	45
99	-119	09	20
2000	- 96	2010	- 80

Można oczekiwać, iż w najbliższej dekadzie 1991 - 2000 opady atmosferyczne będą na ogół mniejsze od normy wiekowej 569 mm.

III. CYKLICZNE ZMIANY AKTYWNOŚCI SŁOŃCA

1. Chronologiczny ciąg liczb Wolfa

Plamy słoneczne - to ciemne obszary o średnicach do 10^5 km, chłodniejsze od otaczającej fotosfery o 10^3 °C. Plamy rozpoczynającego się cyklu (od minimum) pojawiają się najpierw z dala od równika słonecznego, w szerokościach heliocentrycznych $\pm$ 30°, następnie przesuwają się ku równikowi i zanikają. Podczas maksimum obejmują one 10^{-3} powierzchni Słońca w szerokościach $\pm$ 15°.

Cykliczność plam słonecznych stwierdzono już dawno (Schwabe, 1843, Wolf, 1869-1872). Najbardziej powszechnym wskaźnikiem aktywności Słońca w badaniach statystycznych są tzw. liczby Wolfa (liczby względne)

$$W = k\,(10g+f)$$

gdzie: g jest liczbą grup plam słonecznych,
f - liczbą pojedynczych plam,
k - współczynnikiem korygującym różne serie obserwacyjne.

Plamom słonecznym towarzyszą zawsze silne pola magnetyczne mające wpływ na jonosferę Ziemi (burze magnetyczne). Na klimat Ziemi mają większy wpływ zmiany promieniowania krótkofalowego Słońca (w cyklu plam) niż zmienność stałej słonecznej. Oprócz promieniowania elektromagnetycznego o różnej długości fal Słońce wysyła naelektryzowane cząstki - elektrony i protony (wiatr słoneczny). Podczas rozbłysków cząstki te o prędkości 3000 km/s powodują jonizację powietrza. Z obszarów plam słonecznych odlatują ze Słońca cząstki materialne z prędkością 500 km/s. Przy każdym obrocie Słońca (wokół osi o nachyleniu 83° do ekliptyki), tj. co 26 dni, Ziemia może przechodzić przez taki strumień cząstek.

Przyczyny powstawania plam słonecznych i cykliczności nie zo-

stały do tej pory wyjaśnione. Według K.P. Butusowa (1972), plamy słoneczne są efektem turbulencji zachodzącej na Słońcu, wynikającej z różnego przyspieszenia jego jądra i zewnętrznych warstw podczas ruchu wokół środka masy Układu Słonecznego. Korzysta on z wyników badań P. Jose (1965), R.M. Wooda, K.D. Wooda (1965) wskazujących związek między ruchem środka masy Układu Słonecznego (cykl 178,92 lat) i plamami słonecznymi (cykl 179 lat, Boryczka 1984). Istnieje też hipoteza (White, 1977) o oddziaływaniu elektrycznym i magnetycznym pyłu - o dużej koncentracji w płaszczyźnie ekliptyki i sąsiedztwie Jowisza na pole magnetyczne plam słonecznych (zakłócenia, zmiana biegunów plam), Cykliczność 11, 18 lat plam słonecznych może także być wypadkową grawitacyjnego oddziaływania Jowisza (okres obiegu 11,862 lat) i planetoid (asteroidów) o okresie obiegu 3,3 - 6 lat (Reznikow, 1982). Badano też grawitacyjne oddziaływanie pojedynczych planet na aktywność Słońca. Negatywne wyniki A. Schustera (1911) korelacji między siłami grawitacji Jowisza, Wenus, Merkurego i liczbą plam słonecznych zahamowały rozwój teorii przypływów i odpływów w atmosferze Słońca.

Badania przy pomocy satelitów amerykańskich Nimbus, Explorer i radzieckich Kosmos, Meteor dostarczyły wielu nowych danych umożliwiających korektę stałej słonecznej - 1,98 cal/cm^2 min, tj. 138 mW/cm^2 (energii słonecznej na granicy atmosfery ziemskiej). Stwierdzono, iż wahania roczne stałej słonecznej wynikające ze zmiany odległości Ziemi od Słońca wynoszą $\pm$3,5%. Maksimum występuje w styczniu (147 mln km), a minimum - w lecie (152 mln km).

Określono też zależność stałej słonecznej od aktywności Słońca - od liczb Wolfa. Osiąga ona największą wartość 1,94 cal/cm^2 min (Kondratiew, 1965) przy liczbach Wolfa W=80-100, a następnie maleje do 1,90 cal/cm^2 min ze wzrostem aktywności Słońca.

Stała słoneczna jest mniejsza podczas maksimów aktywności Słońca niż minimów. Wtedy także zawartość ozonu w atmosferze jest większa.

Spadek stałej słonecznej podczas maksimów plam słonecznych nie ma dużego znaczenia w bilansie cieplnym atmosfery.

Zmiany zachodzące na Słońcu są przenoszone na Ziemię głównie poprzez jonosferę - cyrkulację atmosferyczną.

Podczas maksymalnej aktywności Słońca (zwiększonego promieniowania krótkofalowego o długości fali 10,7 cm) obserwuje się wzrost zawartości ozonu w atmosferze, determinującego temperaturę górnych warstw powietrza. Ostatnio obserwuje się wzrost ozonu w atmosferze (Groves i inni, 1978).

Według Haurwitza (1946) wzrost promieniowania krótkofalowego w czasie maksymalnej aktywności Słońca powoduje ogrzanie atmosfery w strefie międzyzwrotnikowej - cyrkulację południkową górnych warstw atmosfery. Natomiast Rakipowa (1960) uważa, że cykle krótkookresowe aktywności Słońca - stanu jonosfery - warunkują zmienność ciśnienia atmosfery - ruch antycyklonów i cyklonów. Prawdopodobnie zmiany zachodzące w jonosferze poprzez cyrkulację atmosferyczną wywołują oscylacje klimatu. Wskazują też na to okresowe zmiany cyrkulacji powietrza skorelowane z cyklami aktywności Słońca.

Okazało się (Boryczka, 1989, 1990), że istnieje istotna korelacja między liczbami Wolfa (1779 - 1984) i parametrami Układu Słonecznego. Największy wpływ na nie mają: wypadkowa siła grawitacji F (9 planet) i moment bezwładności planet względem środka masy M (rozproszenie masy w Układzie Słonecznym). Współczynniki korelacji 0,41 i 0,20 są istotne na poziomie ufności 99%.

Zależność liczb Wolfa (W) i temperatury powietrza (T) w Warszawie (1779-1979) od parametrów Układu Słonecznego opisują równania hiperpłaszczyzny regresji

$$W = 102{,}7 - 1{,}577L + 2{,}835F - 8{,}942M - 2{,}842R$$

$$T = 7{,}992 - 0{,}336L + 0{,}014F - 0{,}073M - 0{,}050R$$

gdzie: F - wypadkowa siła grawitacji,
M - całkowity moment bezwładności 9 planet względem środka masy Układu Słonecznego,
R - odległość środka masy planet od Słońca,
L - odległość środka geometrycznego Układu Słonecznego od ekliptyki.

Odstęp czasu między kolejnymi minimami zmienia się od 9 do 14 lat. Najsłabszy był cykl 13-letni, 1811 - 1823 ($\bar{W}_k$=18,2), a najmocniejszy cykl 10-letni, 1955 - 1964 ($\bar{W}_k$=95,5). Wtedy to (1957) wystąpiło maksimum absolutne liczby plam słonecznych

(W_{max}=189,9). Średnia arytmetyczna liczb Wolfa w latach 1750 - 1980 wynosi $\bar{W}$=50,41, a odchylenie standardowe S=40,23.

Rozkłady liczebności, częstości i dystrybuanty empirycznej średnich rocznych liczb Wolfa (1750 - 1980) w przedziale $\bar{W}\pm 3S$ zestawiono niżej.

$\frac{W_i-\bar{W}}{S}$	Liczebność	Częstość %	Dystrybuanta %
< -3,0	0	0	0
-3,0 - -2,5	0	0	0
-2,5 - -2,0	0	0	0
-2,0 - -1,5	0	0	0
-1,5 - -1,0	37	16,02	16,02
-1,0 - -0,5	48	20,78	36,80
-0,5 - 0	52	22,51	59,31
0 - 0,5	38	16,45	75,76
0,5 - 1,0	18	7,79	83,55
1,0 - 1,5	17	7,36	90,91
1,5 - 2,0	7	3,03	93,94
2,0 - 2,5	7	3,03	96,97
2,5 - 3,0	5	2,16	99,13
> 3,0	2	0,09	100,00

Tylko dwie wartości W_i są większe od $\bar{W}$+3s. Wystąpiły one podczas maksimum absolutnego (1957, 1958) - w cyklu 1955 - 1964 (k=19).

Miesięczne i średnie roczne liczby Wolfa zaczerpnięto z publikacji M. Waldmeiera (1961), Katalogu (1968), A.P. Reznikowa (1982) i K. Kożuchowskiego (1990).

2. Rzeczywiste cykle liczb Wolfa

Cykle aktywności Słońca opisane równaniami sinusoid regresji $W = a + b\sin\left(\frac{2\pi}{\vartheta}t + c\right)$ o okresach ϑ, amplitudach b i przesunięciach fazowych c zestawiono w tabl. 1-19.

Średnie miesięczne liczby Wolfa ulegają periodycznym zmianom o okresach ϑ i amplitudach b w przedziałach:

ϑ	b
8	6,9- 8,5
15	7,3- 9,6
10-11	25,4-30,7
21	5,6-10,0
27-30	4,7- 8,3
42-45	5,5-10,0
57-60	9,7-14,8
91-93	16,8-21,5

Największymi amplitudami cechują się cykle: 10 - 11 lat, 57 - 60 lat, 91 - 93 lat. Są one istotne statystycznie na poziomie ufności co najmniej 95%.

Wartości krytyczne testu Fishera-Snedecora o $n_1=2$ i $n_2=n-3$ stopniach swobody (n=231) dla poziomów istotności 0,10 , 0,05, 0,01 odpowiednio wynoszą $F_{0,10}=2,32$, $F_{0,05}=3,04$, $F_{0,01}=4,70$.

Średnie roczne liczby Wolfa ulegają zmianom o okresach ϑ i amplitudach b :

ϑ	11	21	28	43	59	91	lat
b	27,5	7,2	5,9	7,2	12,8	18,8	

Oto cykle o największych amplitudach:

$$W = 50,41 + 27,45\sin\left(\frac{2\pi}{11}t+1,071\right)$$

$$W = 50,17 + 12,80\sin\left(\frac{2\pi}{59}t-1,901\right)$$

$$W = 48,09 + 18,84\sin\left(\frac{2\pi}{91}t+0,012\right)$$

Maksima i minima sinusoidy o okresie 11 lat przypadają na lata:

Maksimum				Minimum			
k	Data	k	Data	k	Data	k	Data
0	1750	11	1871	0	1755	11	1876
1	1761	12	1882	1	1766	12	1887
2	1772	13	1893	2	1777	13	1898
3	1783	14	1904	3	1788	14	1909
4	1794	15	1915	4	1799	15	1920
5	1805	16	1926	5	1810	16	1931
6	1816	17	1937	6	1821	17	1942
7	1827	18	1948	7	1832	18	1953
8	1838	19	1959	8	1843	19	1964
9	1849	20	1970	9	1854	20	1975
10	1860	21	1981	10	1865	21	1986
		22	1992			22	1997
		23	2003			23	2008
		24	2014			24	2019
		25	2025			25	2030

Maksima i minima sinusoidy o okresie 59 lat występują w czasie:

Maksimum	Minimum
1782	1811
1841	1870
1900	1929
1959	1988
2018	2047
2077	2106

Natomiast maksima i minima sinusoidy o okresie 91 lat występują w latach:

Maksimum	Minimum
1589	1635
1681	1726
1772	1817
1863	1908
1954	1999
2045	2090
2136	2181

Należy zauważyć, że daty maksimów tych trzech sinusoid regresji o okresach: 11 lat (1959), 59 lat (1959), 91 lat (1954) przypadają na cykl najmocniejszy 1955 - 1964. Natomiast daty minimów tych sinusoid 1821, 1811, 1817 występują podczas najsłabszego cyklu plam słonecznych 1811 - 1923 (k=6 wg numeracji zurichskiej). Tak więc minimum (1811) i maksimum absolutne (1957) aktywności Słońca wynikają z nakładania się cykli 11 lat, 59 lat i 91 lat.

Istnieje też cykl Θ =179 lat aktywności Słońca, stwierdzony na podstawie danych z lat 1700 - 1978 /Boryczka, 1984/: $W = 46{,}51 + 9{,}836\sin\left(\frac{2\pi}{179}t - 1{,}353\right)$

Ekstrema tej sinusoidy występują w latach:

Maksimum	Minimum
1603	1514
1782	1693
1961	1872
2140	2051

Jej maksimum (1961) także przypada na ten najmocniejszy pojedynczy cykl 1955 - 1964 (k=19) aktywności Słońca - z maksimum absolutnym W_{max}=189,9 w roku 1957.

3. Trend wiekowy aktywności Słońca

Okresy rzeczywiste Θ liczb Wolfa /tabl. 3-21/ wykorzystano do wyznaczenia dwojakiego rodzaju trendów czasowych

$$W = f(t) = a_o + \sum_{j=1}^{k} b_j \sin\left(\frac{2\pi}{\Theta_j} t + c_j\right)$$

$$W = F(t) = a_o + at + \sum_{j=1}^{k} b_j \sin\left(\frac{2\pi}{\Theta_j} t + c_j\right)$$

Pierwszy z nich jest wypadkową sinusoidalnych /rzeczywistych/ cykli, drugi zaś uwzględnia także zmiany w stałej tendencji $\frac{\partial W}{\partial t} = a + \ldots$.

Równania trendów czasowych (1) , (1`) , ... , (19) , (19`) zestawiono pod wykresami ciągów chronologicznych /ryc. 7-25/.

Wykresami funkcji aproksymujących (1) , (1`),..., (19), (19`) są krzywe na ryc. 46 - 63: rekonstrukcja 1701-1748, aproksymacja 1749-1980, prognoza 1981-2100.

Istnieje dobra zgodność między rekonstruowanymi datami minimów i maksimów aktywności Słońca /ekstrapolacja trendów 19, 19′ dla t < 0/ i podanymi w katalogu /Reznikow, 1982/:

Wg katalogu		Rekonstrukcja	
minima	maksima	minima	maksima
1700	1705	1701	1706
1712	1717	1712	1717
1723	1727	1722	1728
1733	1738	1734	1739
1744	1750	1744	1750

Przykładowo podano daty ekstremów trendów (19), (19′)(ryc. 63) i lata spokojnego i aktywnego Słońca:

Dane		Wg trendów	
minima	maksima	minima	maksima
1901	1905	1899	1904
1913	1917	1909	1915
1923	1928	1921	1926
1933	1937	1931	1937
1944	1947	1942	1948
1954	1957	1953	1959
1964	1968	1965	1970
1976	1979	1975	1980

Prognozowane daty minimów i maksimów aktywności Słońca w miesiącach styczeń (wg trendów 1,1′), lipiec (wg trendów 7, 7′) i roku (wg trendów 19, 19′) są następujące:

styczeń		lipiec		rok	
minima	maksima	minima	maksima	minima	maksima
1988	1992	1986	1991	1987	1992
1997	2003	1998	2003	1997	2003
2008	2015	2008	2014	2008	2014
2020	2025	2019	2025	2019	2025
2031	2036	2031	2036	2030	2036

Z samej periodyczności liczb Wolfa wynika, iż cykl 1988 - 1997 będzie najsłabszy - o najmniejszym maksimum:

	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
W(t)	3,7	16,7	31,4	42,9	47,9	45,0	35,8	23,9	14,2	10,6

zbliżony do obserwowanego cyklu 1811-1823:

	1811	1812	1813	1814	1815	1816	1817	1818	1819	1820
W_i	1,4	5,0	12,2	13,9	35,4	45,8	41,1	30,1	24,0	15,6

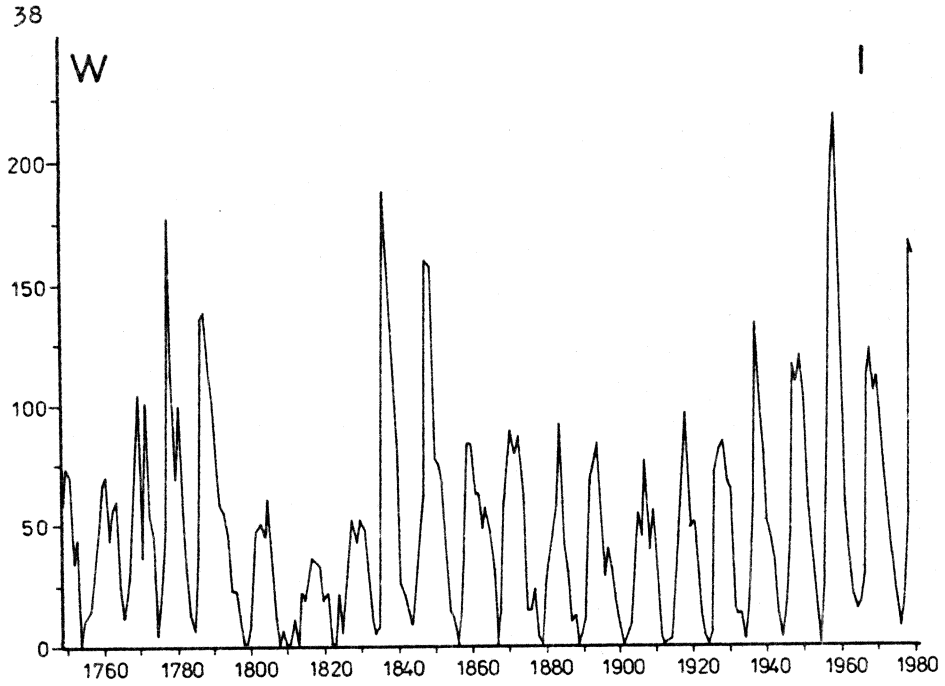
	1821	1822	1823
W_i	6,6	4,0	1,8

Interesujące są składniki liniowe $\Delta W=a_0+at$ trendów wiekowych liczb Wolfa

styczeń $W=38,32+0,06642\ t$
lipiec $W=37,56+0,09581\ t$
rok $W=38,59+0,08064\ t$

Aktywność Słońca, po eliminacji periodycznych zmian, wzrasta: styczeń - 6,6/100 lat, lipiec - 9,6/100 lat, rok - 8,1/100 lat. W latach 1749 - 1980 przyrost stały średnich rocznych liczb Wolfa $\Delta W = at$ wynosi 18,6.

Wszystkie funkcje trendów $W = f(t)$ i $W = F(t)$ cechują się dużą dokładnością aproksymacji - współczynniki korelacji wielokrotnej R zmieniają się w ciągu roku w przedziale 0,6 - 0,65. Wartości charakterystyki Fishera-Snedecora F świadczą, iż są one ważne na poziomie istotności 0,01. Na przykład w przypadku średnich rocznych liczb Wolfa /wzory 19, 19'/ współczynniki korelacji wielokrotnej $R = 0,646$, $R = 0,659$ są istotne na poziomie ufności 99%, gdyż $F = 12,99$, $F = 12,79$, a wartość krytyczna odczytana z tablic rozkładu F przy $n_1 = 12, 13$ i $n_2 = 218, 217$ stopniach swobody jest równa $F_{tab} = 2,27$.

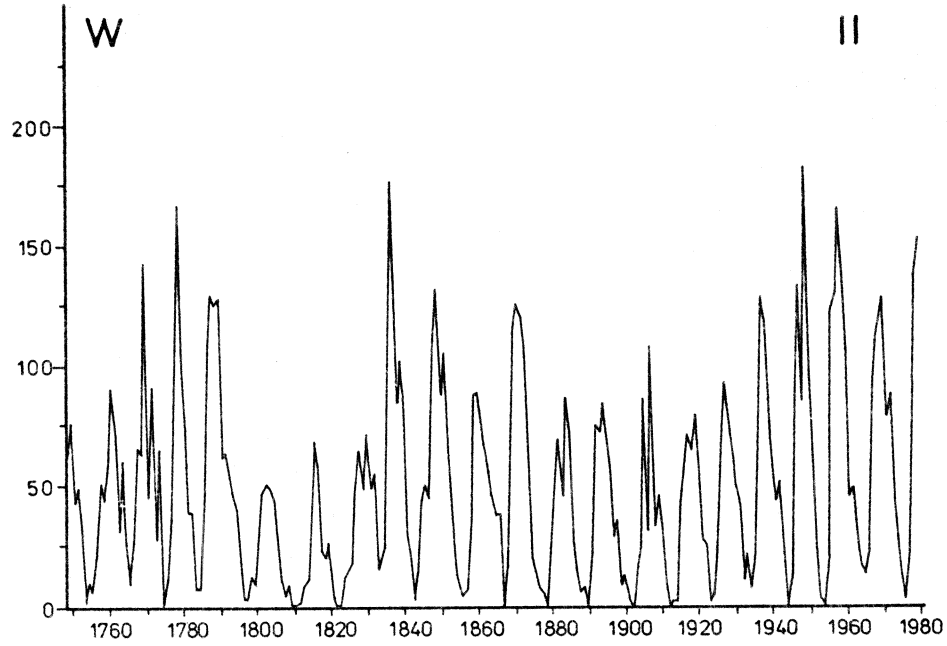


Ryc. 7. Aktywność Słońca w latach 1749 - 1980 - styczeń
Sun activity in the period 1749 - 1980 - January

Styczeń

$$W = 46{,}06 + 26{,}77\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 0{,}2809\right) + 8{,}768\sin\left(\frac{2\pi}{15}t + 2{,}873\right) + 7{,}085\sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 1{,}822\right) + 6{,}000\sin\left(\frac{2\pi}{29}t + 0{,}6467\right) + 6{,}159\sin\left(\frac{2\pi}{45}t + 2{,}038\right) + 13{,}08\sin\left(\frac{2\pi}{59}t - 2{,}374\right) + 18{,}27\sin\left(\frac{2\pi}{91}t + 0{,}0560\right) \quad (1)$$

$$W = 38{,}32 + 0{,}06642\,t + 26{,}91\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 0{,}2747\right) + 8{,}772\sin\left(\frac{2\pi}{15}t + 2{,}870\right) + 6{,}868\sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 1{,}768\right) + 6{,}468\sin\left(\frac{2\pi}{29}t + 0{,}5800\right) + 5{,}564\sin\left(\frac{2\pi}{45}t + 1{,}972\right) + 12{,}22\sin\left(\frac{2\pi}{59}t - 2{,}324\right) + 18{,}28\sin\left(\frac{2\pi}{91}t + 0{,}0585\right) \quad (1')$$

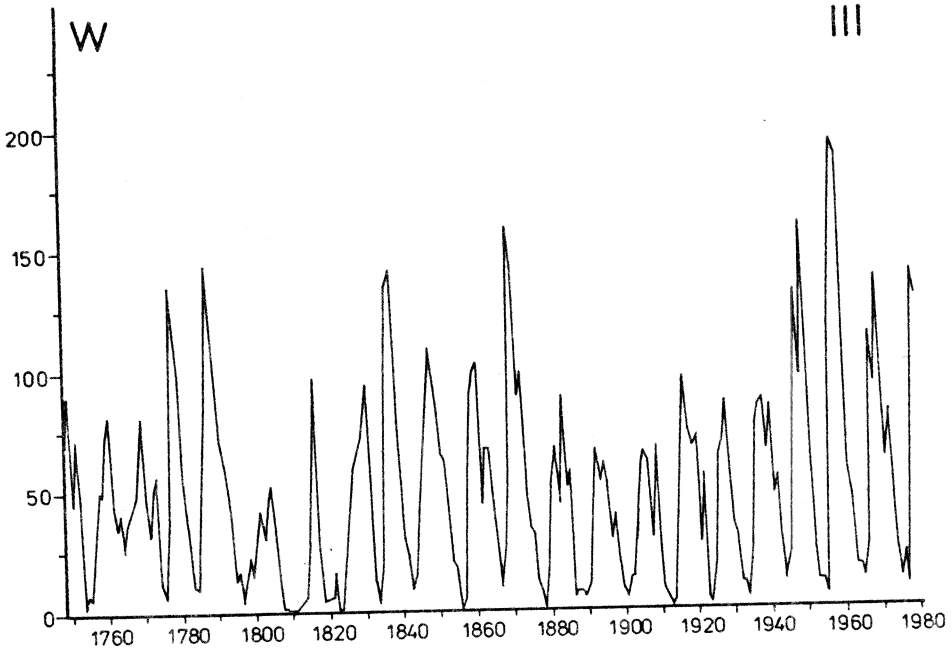


Ryc. 8. Aktywność Słońca w latach 1749 - 1980 - luty
Sun activity in the period 1749 - 1980 - February

Luty

$$W = 48{,}17 + 27{,}79 \sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 0{,}2954\right) + 6{,}877 \sin\left(\frac{2\pi}{15}t - 3{,}114\right) + 7{,}212 \sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 1{,}799\right) + 6{,}018 \sin\left(\frac{2\pi}{27}t - 1{,}353\right) + 9{,}937 \sin\left(\frac{2\pi}{59}t - 2{,}364\right) + 16{,}73 \sin\left(\frac{2\pi}{91}t + 0{,}0408\right) \quad (2)$$

$$W = 39{,}73 + 0{,}07242\,t + 27{,}94 \sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 0{,}2892\right) + 6{,}877 \sin\left(\frac{2\pi}{15}t - 3{,}115\right) + 7{,}009 \sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 1{,}747\right) + 5{,}881 \sin\left(\frac{2\pi}{27}t - 1{,}336\right) + 8{,}928 \sin\left(\frac{2\pi}{59}t - 2{,}281\right) + 16{,}77 \sin\left(\frac{2\pi}{91}t + 0{,}0522\right) \quad (2')$$

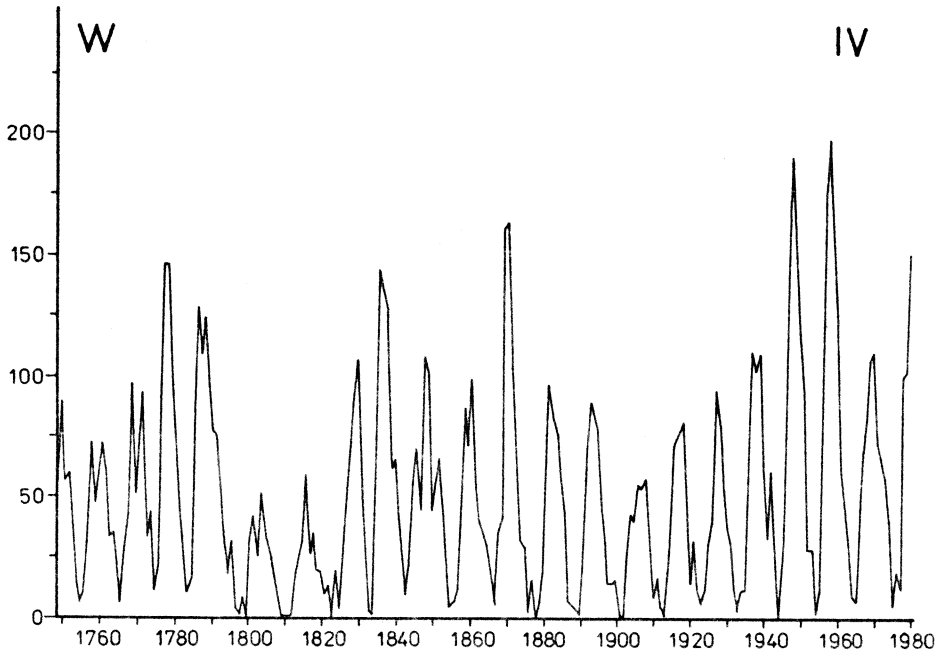


Ryc. 9. Aktywność Słońca w latach 1749 - 1980 - marzec
Sun activity in the period 1749 - 1980 - March

Marzec

$$W = 46{,}91 + 25{,}28 \sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 0{,}3174\right) + 6{,}398 \sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 1{,}850\right) + 5{,}321 \sin\left(\frac{2\pi}{28}t - 0{,}0659\right) + 7{,}942 \sin\left(\frac{2\pi}{43}t + 2{,}088\right) + 8{,}291 \sin\left(\frac{2\pi}{59}t - 2{,}406\right) + 16{,}73 \sin\left(\frac{2\pi}{93}t + 0{,}3165\right) \quad (3)$$

$$W = 37{,}98 + 0{,}07667\,t + 25{,}45 \sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 0{,}3092\right) + 6{,}119 \sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 1{,}776\right) + 5{,}577 \sin\left(\frac{2\pi}{28}t - 0{,}1264\right) + 7{,}845 \sin\left(\frac{2\pi}{43}t + 2{,}091\right) + 7{,}154 \sin\left(\frac{2\pi}{59}t - 2{,}298\right) + 16{,}68 \sin\left(\frac{2\pi}{93}t + 0{,}3063\right) \quad (3')$$

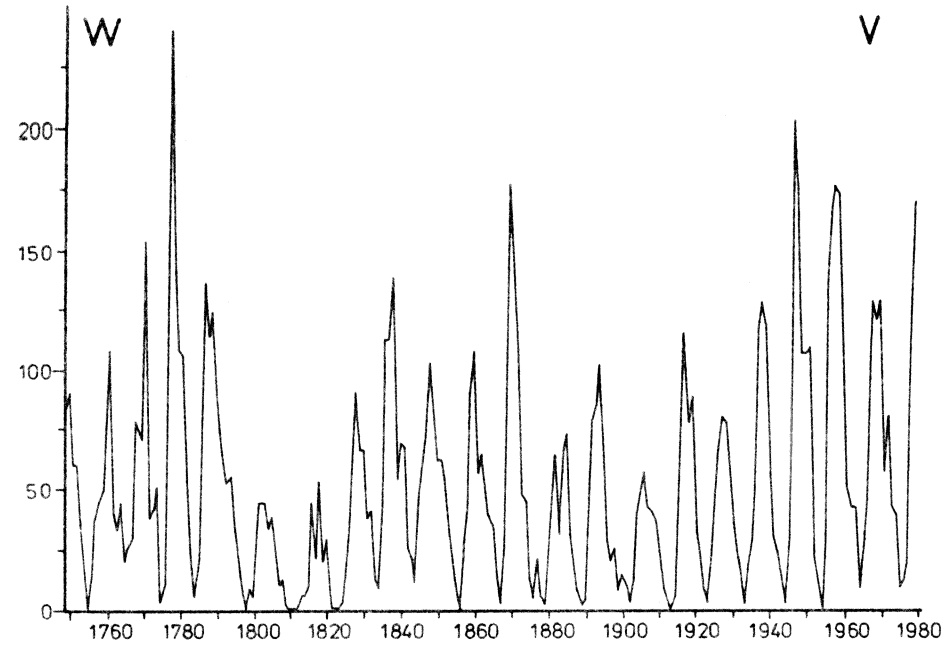


Ryc. 10. Aktywność Słońca w latach 1749 - 1980 - kwiecień
Sun activity in the period 1749 - 1980 - April

Kwiecień

$$W= 47{,}90 + 8{,}765\sin\left(\frac{2\pi}{8}t+ 1{,}015\right)+ 28{,}35\sin\left(\frac{2\pi}{11}t+ 0{,}3364\right) + 6{,}569\sin\left(\frac{2\pi}{21}t+ 1{,}913\right)+ 8{,}354\sin\left(\frac{2\pi}{28}t+ 0{,}1216\right) + 6{,}475\sin\left(\frac{2\pi}{42}t+ 1{,}766\right)+ 10{,}85\sin\left(\frac{2\pi}{57}t- 2{,}243\right) + 17{,}59\sin\left(\frac{2\pi}{91}t- 0{,}0249\right) \quad (4)$$

$$W= 37{,}43 + 0{,}08989\,t+ 8{,}808\sin\left(\frac{2\pi}{8}t+ 0{,}9879\right)+28{,}54\sin\left(\frac{2\pi}{11}t+ 0{,}3278\right) + 6{,}219\sin\left(\frac{2\pi}{21}t+ 1{,}833\right)+ 8{,}566\sin\left(\frac{2\pi}{28}t+ 0{,}0717\right) + 6{,}802\sin\left(\frac{2\pi}{42}t+ 1{,}748\right)+ 10{,}33\sin\left(\frac{2\pi}{57}t- 2{,}100\right) + 17{,}62\sin\left(\frac{2\pi}{91}t- 0{,}0124\right) \quad (4')$$

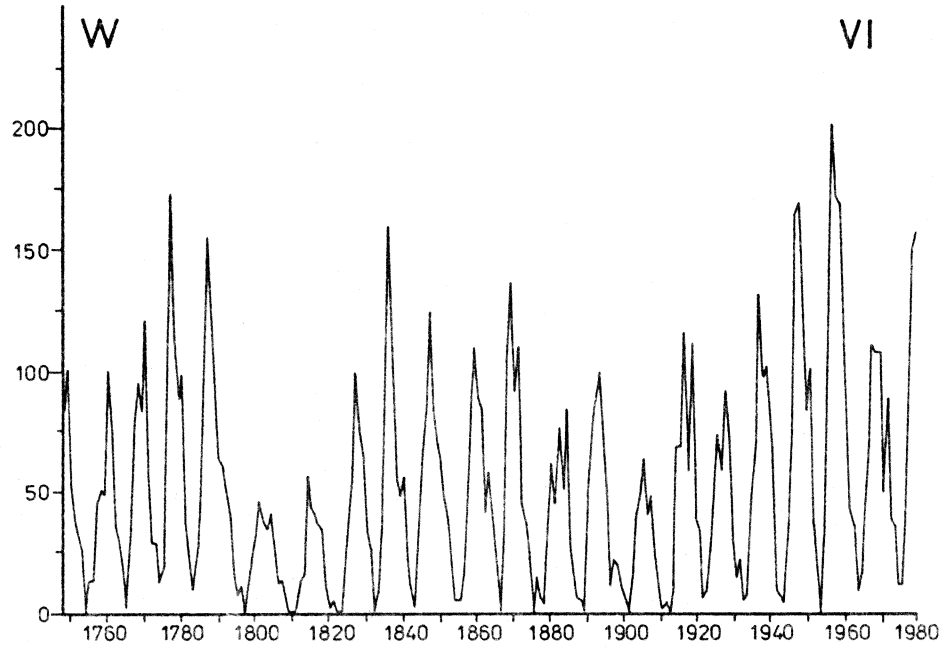


Ryc. 11. Aktywność Słońca w latach 1749 - 1980 - maj
Sun activity in the period 1749 - 1980 - May

Maj

$$W = 49{,}11 + 8{,}668 \sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 1{,}352\right) + 28{,}55 \sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 0{,}4518\right) + 6{,}128 \sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 2{,}176\right) + 8{,}176 \sin\left(\frac{2\pi}{29}t + 1{,}259\right) + 6{,}922 \sin\left(\frac{2\pi}{43}t + 2{,}009\right) + 10{,}74 \sin\left(\frac{2\pi}{59}t - 2{,}114\right) + 20{,}82 \sin\left(\frac{2\pi}{91}t + 0{,}0124\right) \quad (5)$$

$$W = 40{,}70 + 0{,}07216\,t + 8{,}636 \sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 1{,}331\right) + 28{,}68 \sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 0{,}4448\right) + 5{,}779 \sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 2{,}127\right) + 8{,}327 \sin\left(\frac{2\pi}{29}t + 1{,}183\right) + 6{,}763 \sin\left(\frac{2\pi}{43}t + 2{,}013\right) + 9{,}986 \sin\left(\frac{2\pi}{59}t - 2{,}019\right) + 20{,}84 \sin\left(\frac{2\pi}{91}t + 0{,}0189\right) \quad (5')$$

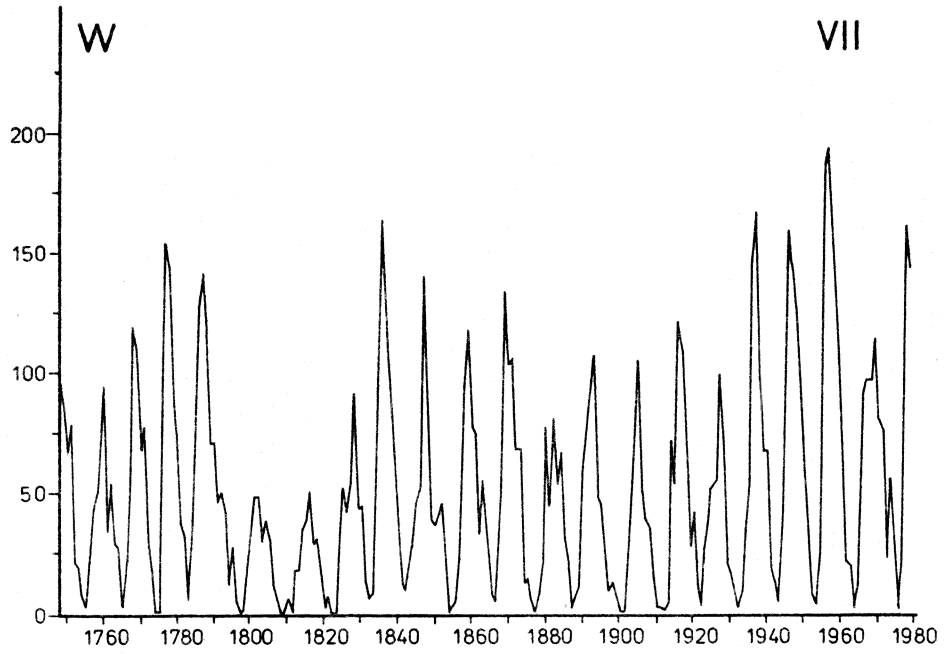


Ryc. 12. Aktywność Słońca w latach 1749 - 1980 - czerwiec
Sun activity in the period 1749 - 1980 - June

Czerwiec

$$W = 48{,}59 + 7{,}902 \sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 1{,}339\right) + 29{,}32 \sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 0{,}4463\right) + 7{,}894 \sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 1{,}933\right) + 7{,}581 \sin\left(\frac{2\pi}{29}t + 1{,}378\right) + 5{,}137 \sin\left(\frac{2\pi}{43}t + 2{,}039\right) + 9{,}060 \sin\left(\frac{2\pi}{59}t - 2{,}160\right) + 18{,}17 \sin\left(\frac{2\pi}{91}t + 0{,}0448\right) \quad (6)$$

$$W = 37{,}63 + 0{,}09414\,t + 7{,}865 \sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 1{,}309\right) + 29{,}48 \sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 0{,}4375\right) + 7{,}545 \sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 1{,}872\right) + 7{,}694 \sin\left(\frac{2\pi}{29}t + 1{,}269\right) + 4{,}931 \sin\left(\frac{2\pi}{43}t + 2{,}048\right) + 8{,}050 \sin\left(\frac{2\pi}{59}t - 2{,}012\right) + 18{,}21 \sin\left(\frac{2\pi}{91}t + 0{,}0544\right) \quad (6')$$

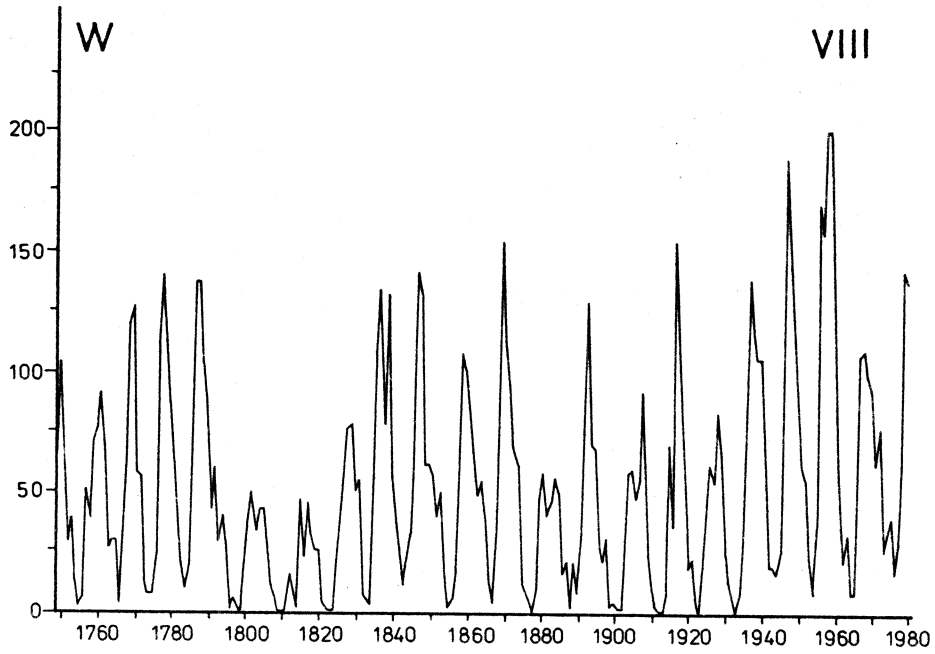


Ryc. 13. Aktywność Słońca w latach 1749 - 1980 - lipiec
Sun activity in the period 1749 - 1980 - July

Lipiec

$$W = 48{,}72 + 7{,}160 \sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 1{,}681\right) + 30{,}13 \sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 0{,}4447\right) + 6{,}577 \sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 1{,}779\right) + 6{,}098 \sin\left(\frac{2\pi}{29}t + 1{,}411\right) + 5{,}564 \sin\left(\frac{2\pi}{42}t + 1{,}908\right) + 8{,}946 \sin\left(\frac{2\pi}{58}t - 2{,}260\right) + 16{,}46 \sin\left(\frac{2\pi}{91}t + 0{,}0344\right) \quad (7)$$

$$W = 37{,}56 + 0{,}09581\,t + 7{,}045 \sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 1{,}651\right) + 30{,}30 \sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 0{,}4361\right) + 6{,}313 \sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 1{,}698\right) + 6{,}192 \sin\left(\frac{2\pi}{29}t + 1{,}278\right) + 5{,}825 \sin\left(\frac{2\pi}{42}t + 1{,}884\right) + 8{,}016 \sin\left(\frac{2\pi}{58}t - 2{,}081\right) + 16{,}50 \sin\left(\frac{2\pi}{91}t + 0{,}0441\right) \quad (7')$$

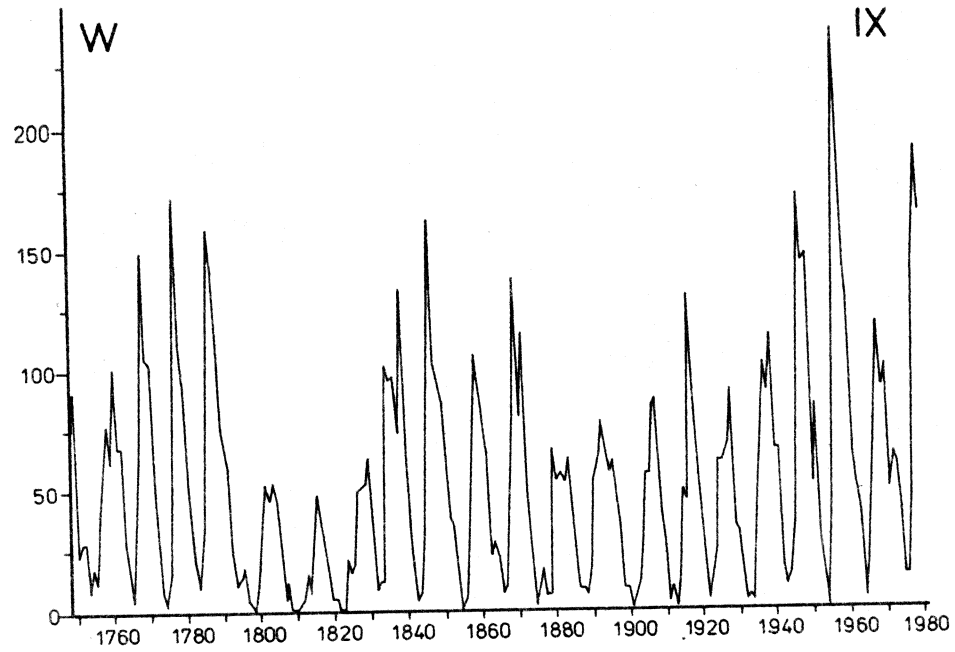


Ryc. 14. Aktywność Słońca w latach 1749 - 1980 - sierpień
Sun activity in the period 1749 - 1980 - August

Sierpień

$$W = 48{,}79 + 28{,}83 \sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 0{,}4879\right) + 8{,}297 \sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 2{,}056\right) + 7{,}384 \sin\left(\frac{2\pi}{28}t + 0{,}1069\right) + 4{,}802 \sin\left(\frac{2\pi}{42}t + 1{,}946\right) + 11{,}20 \sin\left(\frac{2\pi}{58}t - 2{,}291\right) + 19{,}47 \sin\left(\frac{2\pi}{91}t + 0{,}1248\right) \quad (8)$$

$$W = 36{,}52 + 0{,}1053\,t + 29{,}00 \sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 0{,}4774\right) + 7{,}822 \sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 1{,}993\right) + 7{,}625 \sin\left(\frac{2\pi}{28}t + 0{,}0459\right) + 5{,}162 \sin\left(\frac{2\pi}{42}t + 1{,}906\right) + 10{,}11 \sin\left(\frac{2\pi}{58}t - 2{,}141\right) + 19{,}54 \sin\left(\frac{2\pi}{91}t + 0{,}1363\right) \quad (8')$$

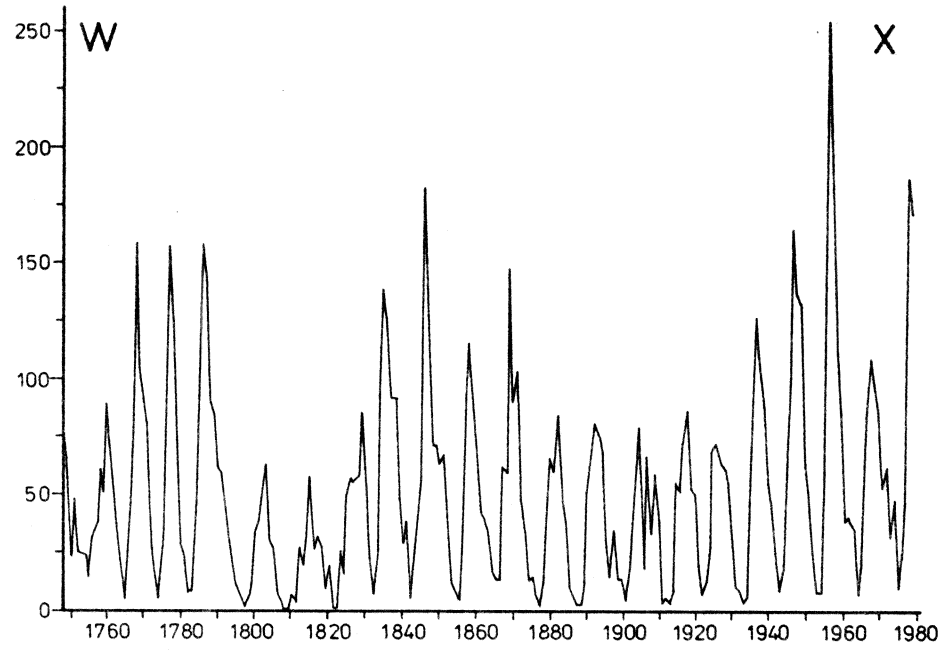


Ryc. 15. Aktywność Słońca w latach 1749 - 1980 - wrzesień
Sun activity in the period 1749 - 1980 - September

Wrzesień

$$W = 48{,}56 + 28{,}76 \sin\left(\frac{2\pi}{10}t + 1{,}293\right) + 7{,}000 \sin\left(\frac{2\pi}{15}t - 3{,}132\right) + 9{,}341 \sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 1{,}976\right) + 8{,}041 \sin\left(\frac{2\pi}{28}t - 0{,}1724\right) + 2{,}787 \sin\left(\frac{2\pi}{43}t + 2{,}045\right) + 13{,}64 \sin\left(\frac{2\pi}{60}t - 2{,}065\right) + 20{,}34 \sin\left(\frac{2\pi}{92}t + 0{,}1954\right) \quad (9)$$

$$W = 38{,}79 + 0{,}08383\,t + 28{,}63 \sin\left(\frac{2\pi}{10}t + 1{,}287\right) + 6{,}999 \sin\left(\frac{2\pi}{15}t - 3{,}134\right) + 8{,}988 \sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 1{,}929\right) + 8{,}336 \sin\left(\frac{2\pi}{28}t - 0{,}2109\right) + 2{,}667 \sin\left(\frac{2\pi}{43}t + 2{,}055\right) + 12{,}62 \sin\left(\frac{2\pi}{60}t - 1{,}993\right) + 20{,}36 \sin\left(\frac{2\pi}{92}t + 0{,}1978\right) \quad (9')$$

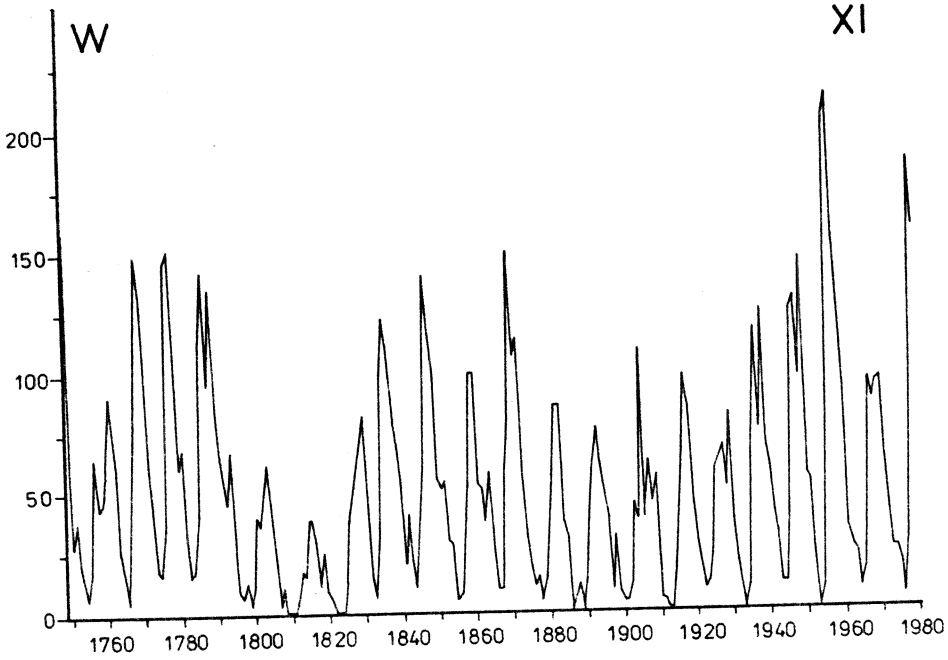


Ryc. 16. Aktywność Słońca w latach 1749 - 1980 - październik
Sun activity in the period 1749 - 1980 - October

Październik

$$W = 48{,}76 + 8{,}339\sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 1{,}933\right) + 27{,}74\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 0{,}7633\right) + 6{,}676\sin\left(\frac{2\pi}{15}t - 2{,}727\right) + 9{,}464\sin\left(\frac{2\pi}{27}t + 1{,}787\right) + 6{,}415\sin\left(\frac{2\pi}{27}t - 1{,}492\right) + 3{,}310\sin\left(\frac{2\pi}{42}t + 2{,}417\right) + 12{,}19\sin\left(\frac{2\pi}{60}t - 2{,}089\right) + 18{,}38\sin\left(\frac{2\pi}{93}t + 0{,}3593\right) \quad (10)$$

$$W = 40{,}66 + 0{,}06952\,t + 8{,}225\sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 1{,}917\right) + 27{,}79\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 0{,}7559\right) + 6{,}678\sin\left(\frac{2\pi}{15}t - 2{,}719\right) + 9{,}278\sin\left(\frac{2\pi}{27}t + 1{,}750\right) + 6{,}281\sin\left(\frac{2\pi}{27}t - 1{,}426\right) + 3{,}454\sin\left(\frac{2\pi}{42}t + 2{,}356\right) + 11{,}23\sin\left(\frac{2\pi}{60}t - 2{,}081\right) + 18{,}33\sin\left(\frac{2\pi}{93}t + 0{,}3525\right) \quad (10')$$

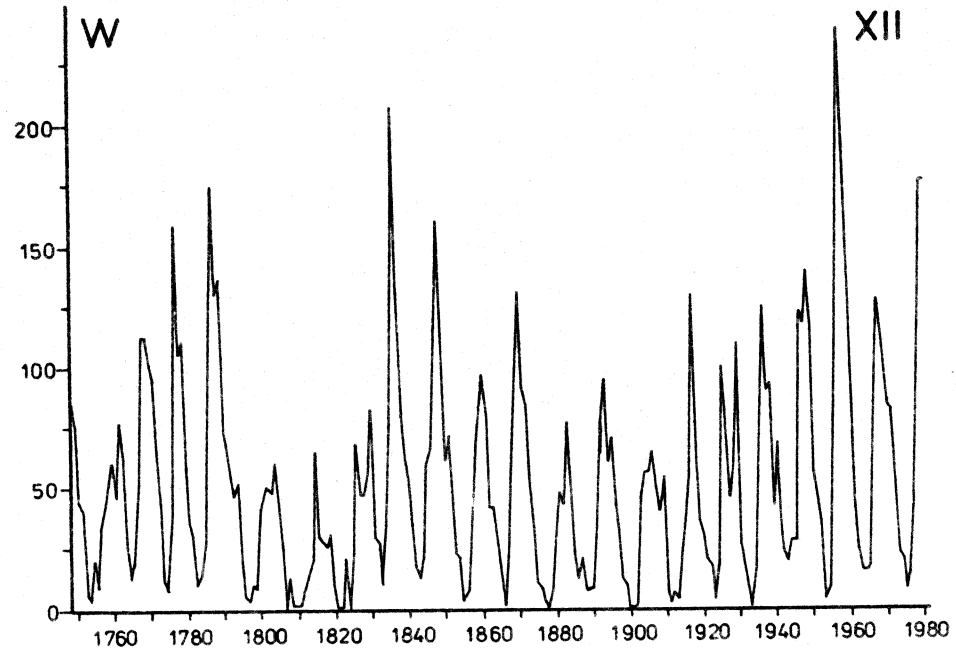


Ryc. 17. Aktywność Słońca w latach 1749 - 1980 - listopad
Sun activity in the period 1749 - 1980 - November

Listopad

$$W = 47{,}80 + 8{,}235\sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 1{,}932\right) + 27{,}55\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 0{,}7634\right) + 9{,}719\sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 2{,}018\right) + 4{,}371\sin\left(\frac{2\pi}{30}t + 2{,}047\right) + 4{,}887\sin\left(\frac{2\pi}{42}t + 1{,}985\right) + 9{,}542\sin\left(\frac{2\pi}{59}t - 2{,}248\right) + 19{,}93\sin\left(\frac{2\pi}{91}t + 0{,}1131\right) \quad (11)$$

$$W = 43{,}33 + 0{,}03837\,t + 8{,}174\sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 1{,}924\right) + 27{,}58\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 0{,}7595\right) + 9{,}850\sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 2{,}002\right) + 4{,}434\sin\left(\frac{2\pi}{30}t + 1{,}998\right) + 5{,}000\sin\left(\frac{2\pi}{42}t + 1{,}971\right) + 9{,}032\sin\left(\frac{2\pi}{59}t - 2{,}195\right) + 19{,}96\sin\left(\frac{2\pi}{91}t + 0{,}1171\right) \quad (11')$$

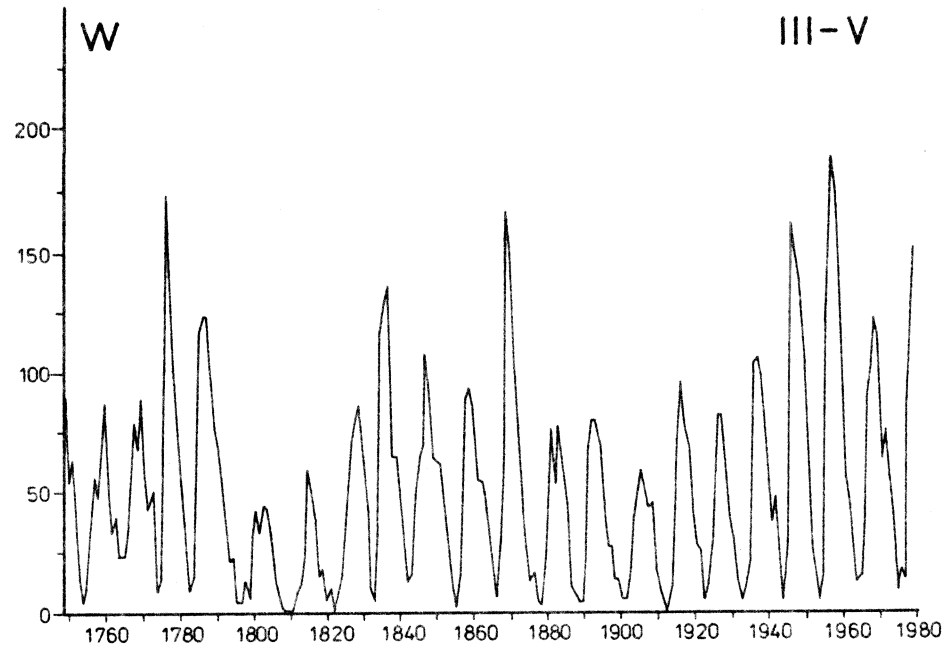


Ryc. 18. Aktywność Słońca w latach 1749 - 1980 - grudzień
Sun activity in the period 1749 - 1980 - December

Grudzień

$$W = 48{,}60 + 7{,}526\sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 1{,}685\right) + 27{,}71\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 0{,}8268\right) + 8{,}216\sin\left(\frac{2\pi}{15}t - 2{,}889\right) + 10{,}69\sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 2{,}029\right) + 6{,}337\sin\left(\frac{2\pi}{30}t + 2{,}272\right) + 4{,}804\sin\left(\frac{2\pi}{44}t + 1{,}888\right) + 12{,}48\sin\left(\frac{2\pi}{60}t - 2{,}117\right) + 18{,}01\sin\left(\frac{2\pi}{93}t + 0{,}3734\right) \quad (12)$$

$$W = 42{,}01 - 0{,}05663\,t + 7{,}456\sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 1{,}668\right) + 27{,}74\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 0{,}8203\right) + 8{,}215\sin\left(\frac{2\pi}{15}t - 2{,}890\right) + 10{,}46\sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 2{,}005\right) + 6{,}363\sin\left(\frac{2\pi}{30}t + 2{,}209\right) + 4{,}430\sin\left(\frac{2\pi}{44}t + 1{,}859\right) + 11{,}74\sin\left(\frac{2\pi}{60}t - 2{,}068\right) + 17{,}96\sin\left(\frac{2\pi}{93}t + 0{,}3660\right) \quad (12')$$

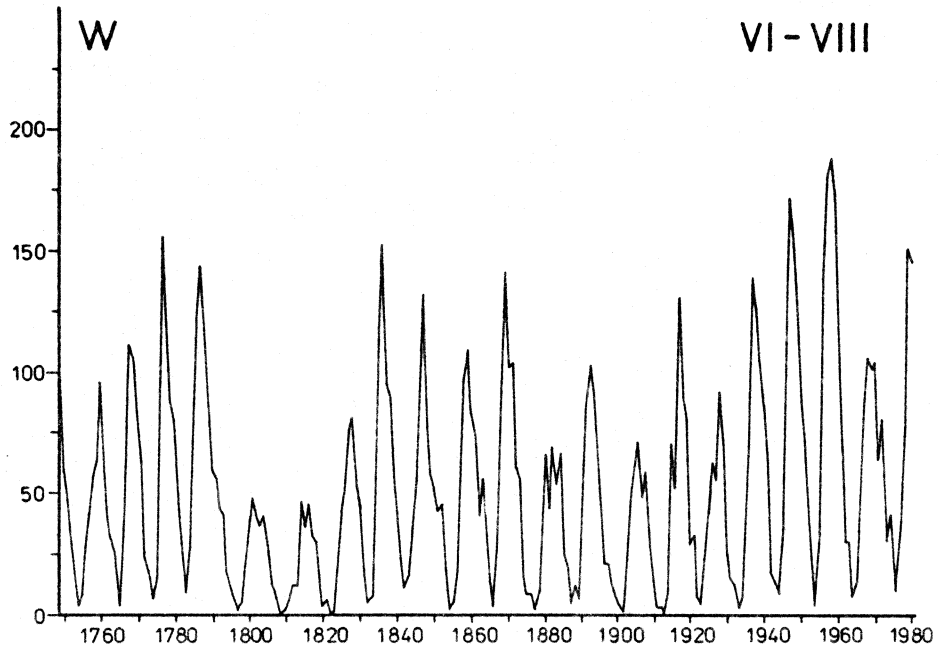


Ryc.19. Aktywność Słońca w latach 1749 - 1980 - wiosna
Sun activity in the period 1749 - 1980 - spring

Wiosna

$$W = 48{,}17 + 7{,}626\sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 1{,}788\right) + 27{,}42\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 0{,}9471\right) + 6{,}404\sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 2{,}321\right) + 6{,}431\sin\left(\frac{2\pi}{29}t + 1{,}442\right) + 7{,}459\sin\left(\frac{2\pi}{43}t + 2{,}135\right) + 9{,}262\sin\left(\frac{2\pi}{58}t - 2{,}190\right) + 18{,}35\sin\left(\frac{2\pi}{91}t + 0{,}1189\right) \quad (13)$$

$$W = 39{,}05 + 0{,}07865\,t + 7{,}585\sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 1{,}763\right) + 27{,}52\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 0{,}9374\right) + 5{,}999\sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 2{,}266\right) + 6{,}565\sin\left(\frac{2\pi}{29}t + 1{,}329\right) + 7{,}202\sin\left(\frac{2\pi}{43}t + 2{,}143\right) + 8{,}529\sin\left(\frac{2\pi}{58}t - 2{,}057\right) + 18{,}37\sin\left(\frac{2\pi}{91}t + 0{,}1215\right) \quad (13')$$

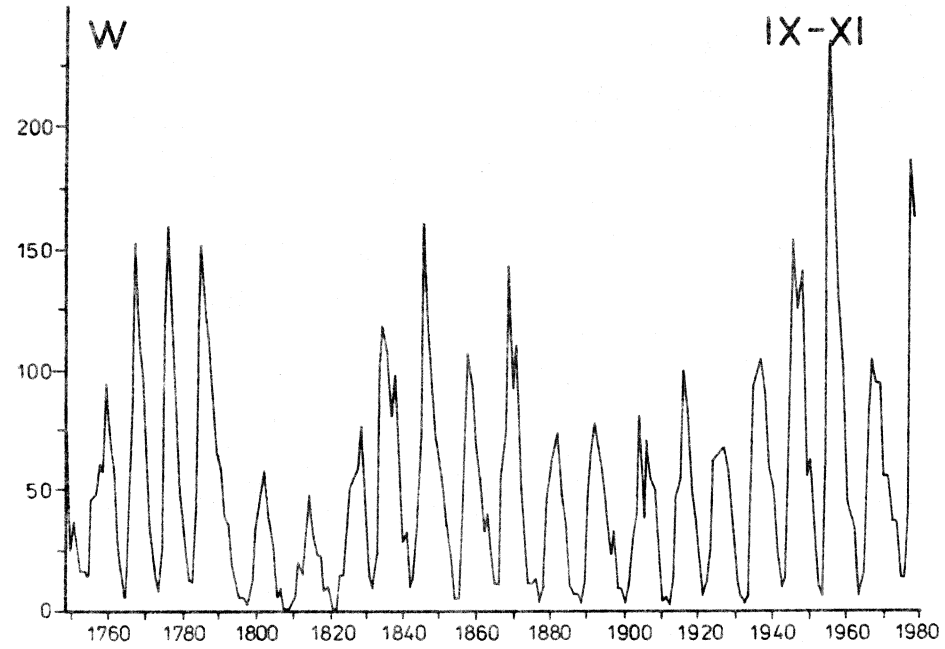


Ryc. 20. Aktywność Słońca w latach 1749 - 1980 - lato
Sun activity in the period 1749 - 1980 - summer

Lato

$$W = 48{,}77 + 29{,}37 \sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 1{,}031\right) + 7{,}544 \sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 2{,}261\right) + 6{,}464 \sin\left(\frac{2\pi}{29}t + 1{,}559\right) + 5{,}445 \sin\left(\frac{2\pi}{43}t + 2{,}271\right) + 9{,}545 \sin\left(\frac{2\pi}{58}t - 2{,}187\right) + 18{,}03 \sin\left(\frac{2\pi}{92}t + 0{,}2443\right) \quad (14)$$

$$W = 37{,}54 + 0{,}09684\,t + 29{,}46 \sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 1{,}020\right) + 7{,}063 \sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 2{,}198\right) + 6{,}538 \sin\left(\frac{2\pi}{29}t + 1{,}415\right) + 5{,}141 \sin\left(\frac{2\pi}{43}t + 2{,}294\right) + 8{,}640 \sin\left(\frac{2\pi}{58}t - 2{,}020\right) + 17{,}98 \sin\left(\frac{2\pi}{92}t + 0{,}2357\right) \quad (14')$$

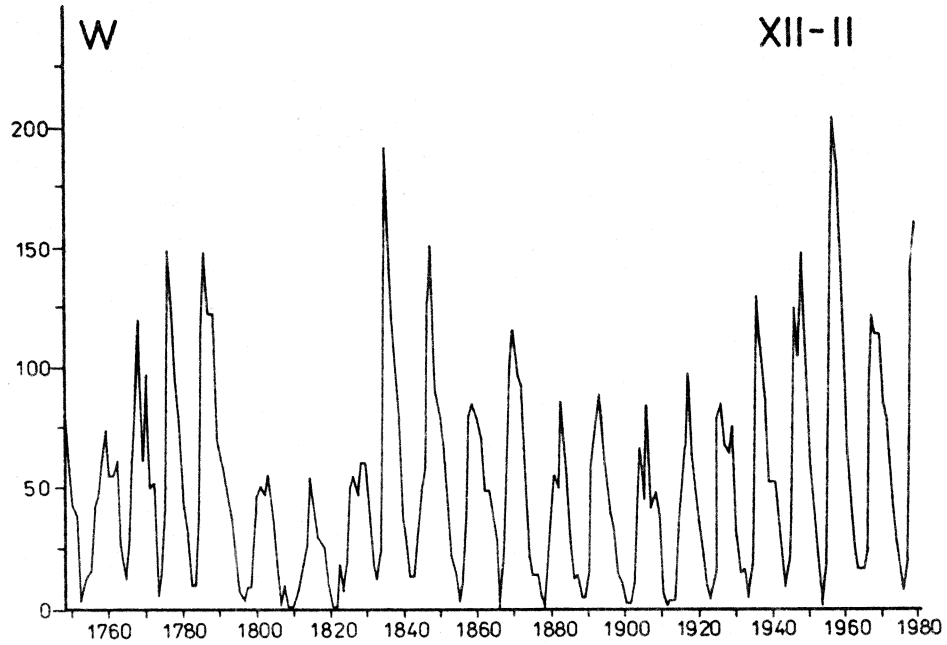


Ryc. 21. Aktywność Słońca w latach 1749 - 1980 - jesień
Sun activity in the period 1749 - 1980 - autumn

Jesień

$$W = 48{,}13 + 7{,}866 \sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 2{,}686\right) + 27{,}13 \sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 1{,}289\right) + 6{,}701 \sin\left(\frac{2\pi}{15}t + 2{,}429\right) + 9{,}599 \sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 2{,}208\right) + 7{,}039 \sin\left(\frac{2\pi}{28}t - 0{,}0005\right) + 2{,}859 \sin\left(\frac{2\pi}{43}t + 2{,}519\right) + 12{,}31 \sin\left(\frac{2\pi}{60}t - 1{,}962\right) + 19{,}37 \sin\left(\frac{2\pi}{93}t + 0{,}3551\right) \quad (15)$$

$$W = 40{,}08 + 0{,}06939\,t + 7{,}704 \sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 2{,}676\right) + 27{,}13 \sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 1{,}280\right) + 6{,}743 \sin\left(\frac{2\pi}{15}t - 2{,}420\right) + 9{,}255 \sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 2{,}171\right) + 7{,}321 \sin\left(\frac{2\pi}{28}t - 0{,}0475\right) + 2{,}701 \sin\left(\frac{2\pi}{43}t + 2{,}562\right) + 11{,}50 \sin\left(\frac{2\pi}{60}t - 1{,}893\right) + 19{,}30 \sin\left(\frac{2\pi}{93}t + 0{,}3448\right) \quad (15')$$

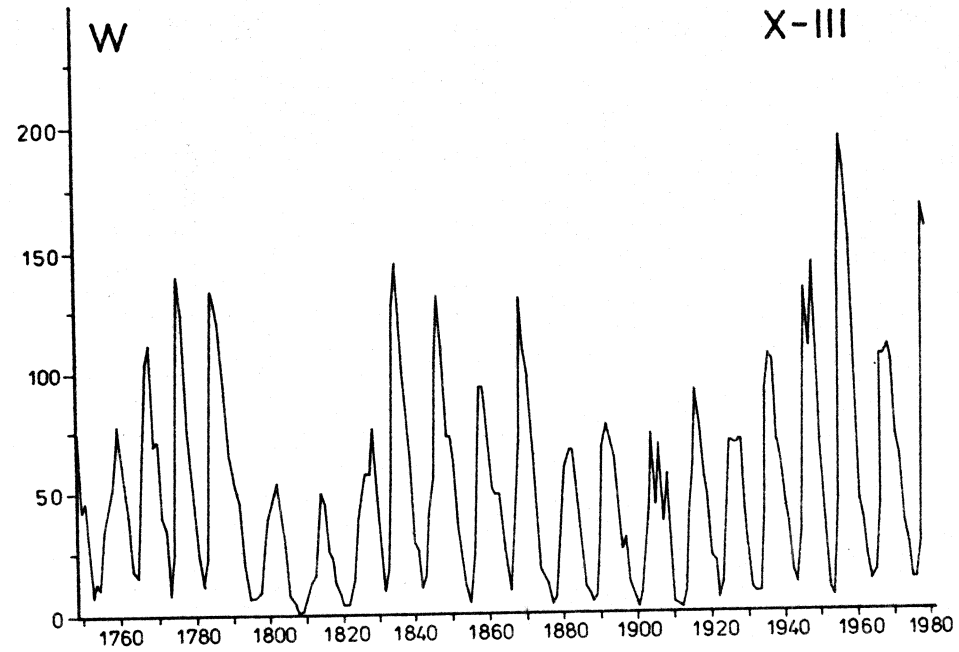


Ryc. 22. Aktywność Słońca w latach 1749 - 1980 - zima
Sun activity in the period 1749 - 1980 - winter

Zima

$$W = 47{,}48 + 27{,}08 \sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 0{,}8524\right) + 7{,}950 \sin\left(\frac{2\pi}{15}t - 2{,}920\right) + 8{,}381 \sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 2{,}133\right) + 5{,}317 \sin\left(\frac{2\pi}{29}t + 1{,}040\right) + 5{,}376 \sin\left(\frac{2\pi}{44}t + 1{,}879\right) + 11{,}76 \sin\left(\frac{2\pi}{59}t - 2{,}224\right) + 17{,}75 \sin\left(\frac{2\pi}{91}t + 0{,}1533\right) \quad (16)$$

$$W = 40{,}01 + 0{,}06441\,t + 27{,}18 \sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 0{,}8447\right) + 7{,}956 \sin\left(\frac{2\pi}{15}t - 2{,}914\right) + 8{,}108 \sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 2{,}093\right) + 5{,}649 \sin\left(\frac{2\pi}{29}t + 0{,}9463\right) + 4{,}914 \sin\left(\frac{2\pi}{44}t + 1{,}839\right) + 10{,}98 \sin\left(\frac{2\pi}{59}t - 2{,}162\right) + 17{,}76 \sin\left(\frac{2\pi}{91}t + 0{,}1546\right) \quad (16')$$

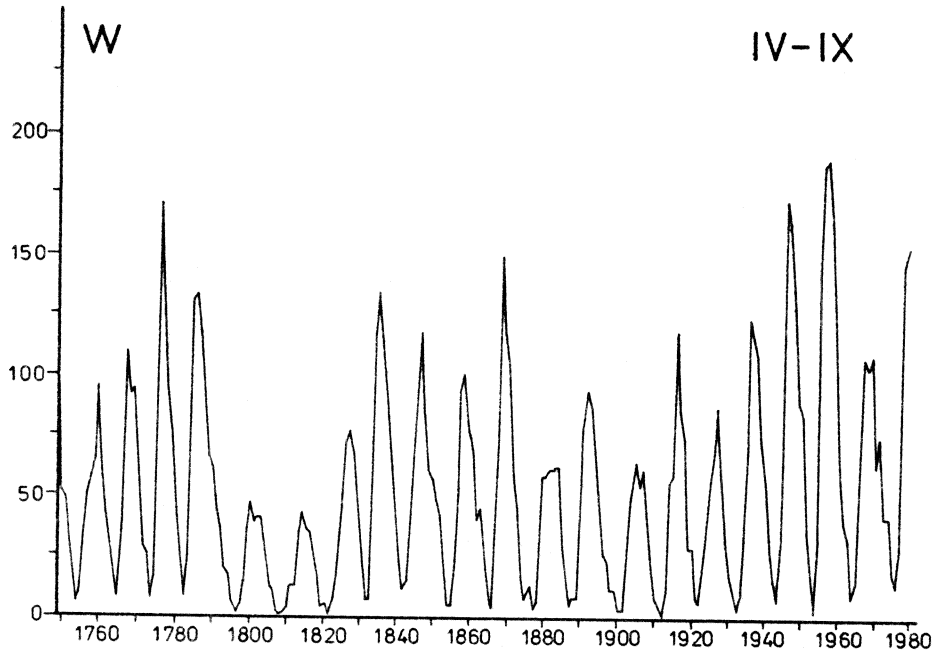


Ryc. 23. Aktywność Słońca w latach 1749 - 1980 - półrocze chłodne
Sun activity in the period 1749 - 1980 - cold period

Półrocze chłodne

$$W = 47{,}60 + 26{,}23 \sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 1{,}111\right) + 6{,}788 \sin\left(\frac{2\pi}{15}t - 2{,}604\right) + 8{,}613 \sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 2{,}167\right) + 6{,}244 \sin\left(\frac{2\pi}{28}t + 0{,}0043\right) + 3{,}959 \sin\left(\frac{2\pi}{43}t + 1{,}978\right) + 11{,}13 \sin\left(\frac{2\pi}{59}t - 2{,}179\right) + 17{,}77 \sin\left(\frac{2\pi}{91}t + 0{,}1637\right) \quad (17)$$

$$W = 39{,}43 + 0{,}07042\,t + 26{,}28 \sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 1{,}102\right) + 6{,}816 \sin\left(\frac{2\pi}{15}t - 2{,}596\right) + 8{,}285 \sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 2{,}124\right) + 6{,}521 \sin\left(\frac{2\pi}{28}t - 0{,}0477\right) + 3{,}790 \sin\left(\frac{2\pi}{43}t + 1{,}982\right) + 10{,}29 \sin\left(\frac{2\pi}{59}t - 2{,}100\right) + 17{,}80 \sin\left(\frac{2\pi}{91}t + 0{,}1690\right) \quad (17')$$

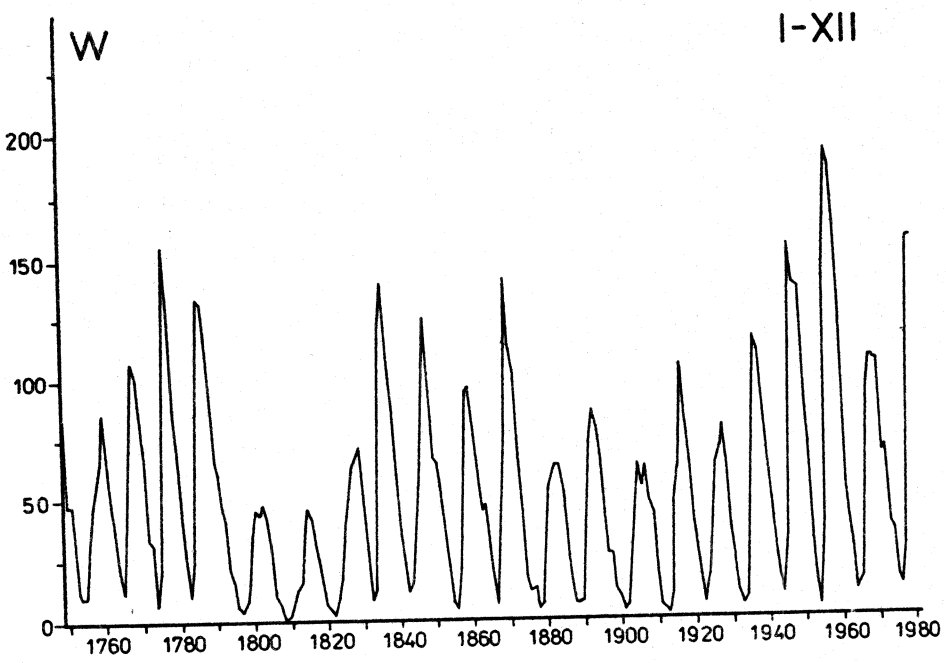


Ryc. 24. Aktywność Słońca w latach 1749 - 1980 - półrocze ciepłe
Sun activity in the period 1749 - 1980 - warm period

Półrocze ciepłe

$$W = 48{,}41 + 7{,}511 \sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 2{,}175\right) + 28{,}75 \sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 1{,}041\right) + 7{,}640 \sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 2{,}224\right) + 8{,}289 \sin\left(\frac{2\pi}{28}t + 0{,}3685\right) + 5{,}386 \sin\left(\frac{2\pi}{43}t + 2{,}225\right) + 11{,}01 \sin\left(\frac{2\pi}{59}t - 1{,}978\right) + 18{,}81 \sin\left(\frac{2\pi}{91}t + 0{,}1286\right) \quad (18)$$

$$W = 37{,}98 + 0{,}08995\,t + 7{,}383 \sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 2{,}149\right) + 28{,}84 \sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 1{,}030\right) + 7{,}195 \sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 2{,}163\right) + 8{,}473 \sin\left(\frac{2\pi}{28}t + 0{,}3056\right) + 5{,}177 \sin\left(\frac{2\pi}{43}t + 2{,}239\right) + 10{,}20 \sin\left(\frac{2\pi}{59}t - 1{,}856\right) + 18{,}84 \sin\left(\frac{2\pi}{91}t + 0{,}1348\right) \quad (18')$$

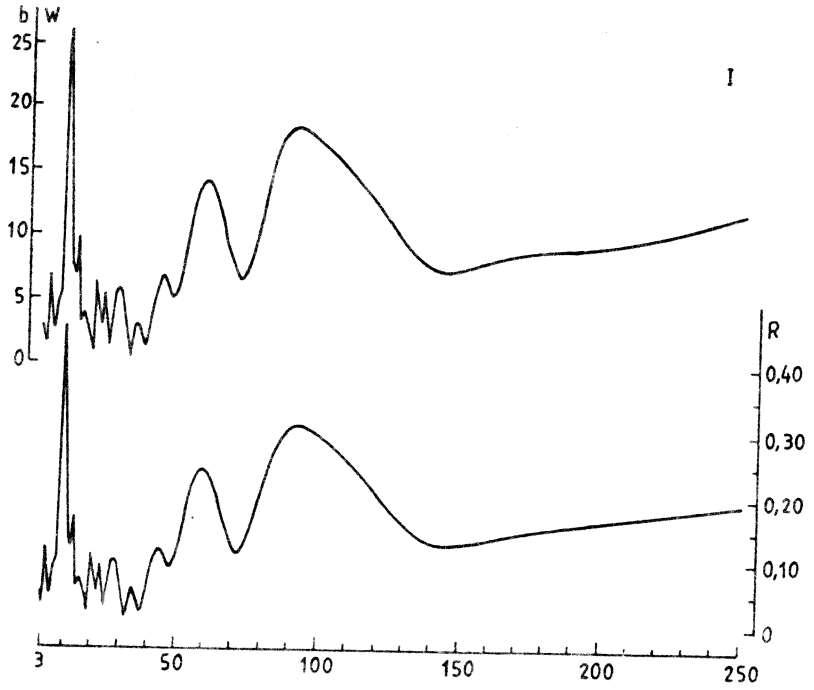


Ryc. 25. Aktywność Słońca w latach 1749 - 1980 - rok
Sun activity in the period 1749 - 1980 - year

Rok

$$W = 47{,}93 + 27{,}54 \sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 1{,}077\right) + 7{,}847 \sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 2{,}211\right) + 7{,}055 \sin\left(\frac{2\pi}{28}t + 0{,}1956\right) + 4{,}601 \sin\left(\frac{2\pi}{43}t + 2{,}130\right) + 11{,}11 \sin\left(\frac{2\pi}{59}t - 2{,}070\right) + 18{,}28 \sin\left(\frac{2\pi}{91}t + 0{,}1436\right) \quad (19)$$

$$W = 38{,}58 + 0{,}08064\,t + 27{,}61 \sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 1{,}067\right) + 7{,}453 \sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 2{,}157\right) + 7{,}297 \sin\left(\frac{2\pi}{28}t + 0{,}1351\right) + 4{,}413 \sin\left(\frac{2\pi}{43}t + 2{,}139\right) + 10{,}28 \sin\left(\frac{2\pi}{59}t - 1{,}970\right) + 18{,}31 \sin\left(\frac{2\pi}{91}t + 0{,}1495\right) \quad (19')$$



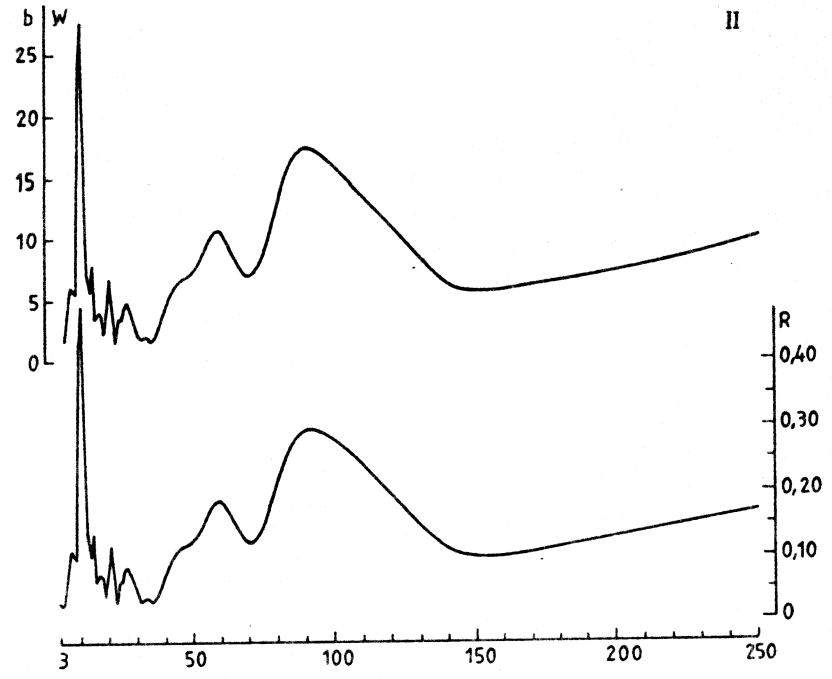
Ryc. 26. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) aktywności Słońca /1749 - 1980/ - styczeń
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of Sun activity /1749 - 1980/ - January

Tablica 3

Okresy rzeczywiste (ϑ) aktywności Słońca w latach 1749-1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - styczeń
Actual periods (ϑ) of Sun activity in the period 1749-1980: amplitudes (b), phase shift (c) - January

W I

ϑ	11	15	21	29	45	59	91
a	48,32	48,60	48,39	48,41	48,41	48,24	46,13
b	27,14	9,622	6,238	5,795	6,751	14,24	18,53
c	0,283	2,747	1,867	0,487	2,596	-2,217	-0,112
F	29,18	3,01	1,25	1,08	1,43	6,78	11,32



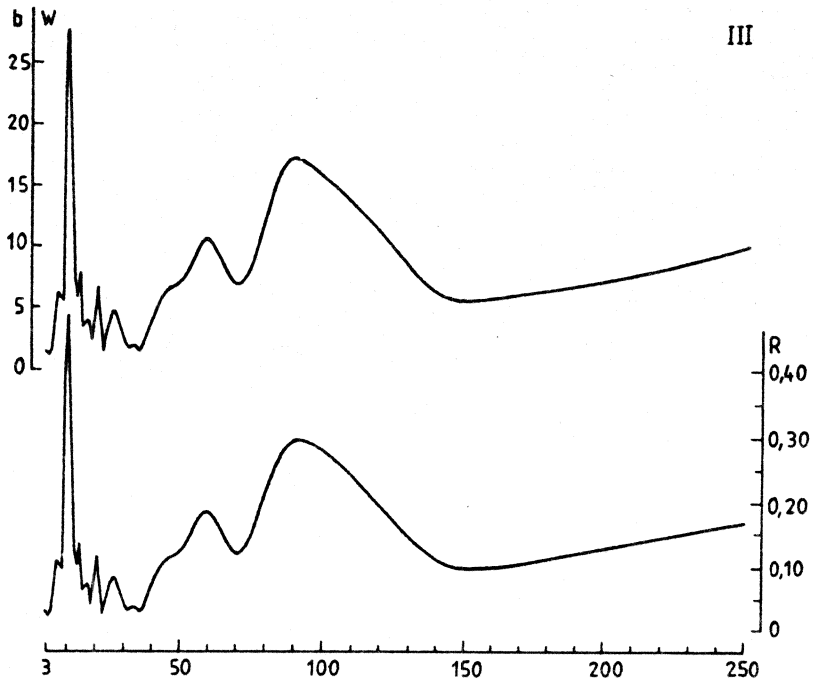
Ryc. 27. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) aktywności Słońca /1749 - 1980/ - luty
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of Sun activity /1749 - 1980/ - February

Tablica 4

Okresy rzeczywiste (ϑ) aktywności Słońca w latach 1749-1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - luty
Actual periods (ϑ) of Sun activity in the period 1749-1980: amplitudes (b), phase shift (c) - February

W II

ϑ	11	15	21	27	59	91
a	50,29	50,54	50,36	50,32	50,24	48,27
b	27,78	7,771	6,613	4,791	10,64	17,19
c	0,304	2,966	1,958	-1,579	-2,113	-0,082
F	33,94	2,09	1,51	0,79	3,97	10,39



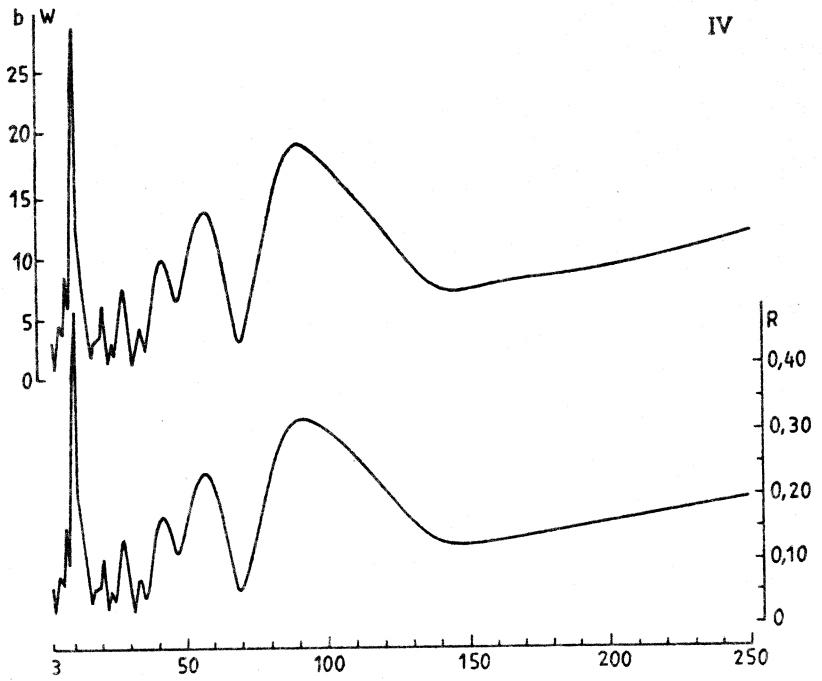
Ryc. 28. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) aktywności Słońca /1749 - 1980/ - marzec
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of Sun activity /1749 - 1980/ - March

Tablica 5

Okresy rzeczywiste (ϑ) aktywności Słońca w latach 1749-1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - marzec
Actual periods (ϑ) of Sun activity in the period 1749-1980: amplitudes (b), phase shift (c) - March

W III

ϑ	11	21	28	43	59	93
a	49,04	49,10	49,03	49,35	49,00	47,04
b	25,38	5,868	4,707	9,983	9,709	16,79
c	0,308	1,816	-0,260	2,243	-2,172	0,210
F	29,17	1,26	0,81	3,67	3,51	10,80



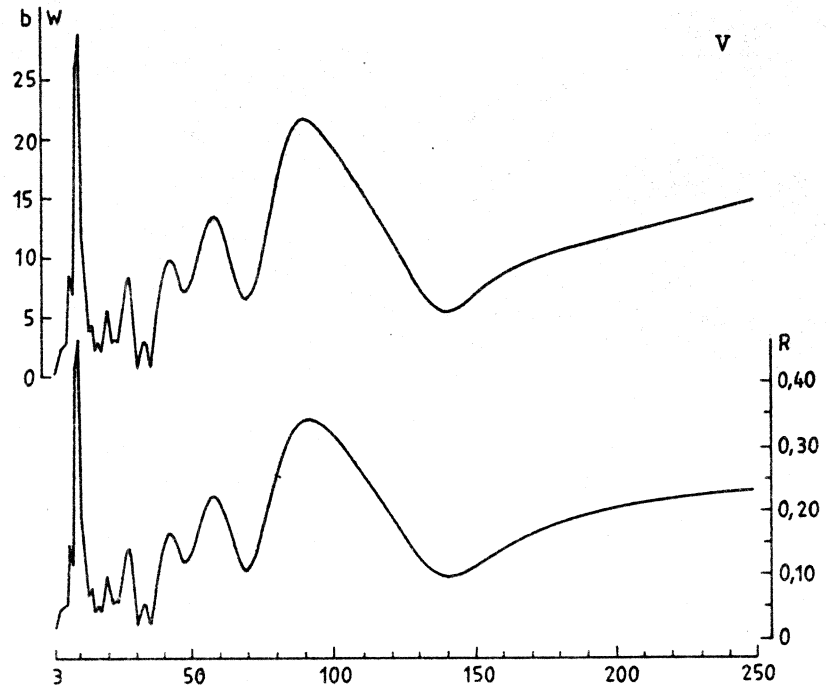
Ryc. 29. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) aktywności Słońca /1749 - 1980/ - kwiecień
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of Sun activity /1749 - 1980/ - April

Tablica 6

Okresy rzeczywiste (ϑ) aktywności Słońca w latach 1749-1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - kwiecień
Actual periods (ϑ) of Sun activity in the period 1749-1980: amplitudes (b), phase shift (c) - April

W IV

ϑ	8	11	21	28	42	57	91
a	50,10	50,01	50,08	49,92	50,46	50,32	47,80
b	8,486	28,29	5,929	7,241	9,717	13,50	18,83
c	1,017	0,327	1,921	-0,038	2,113	-2,195	-0,071
F	2,39	33,59	1,16	1,74	3,14	6,32	12,09



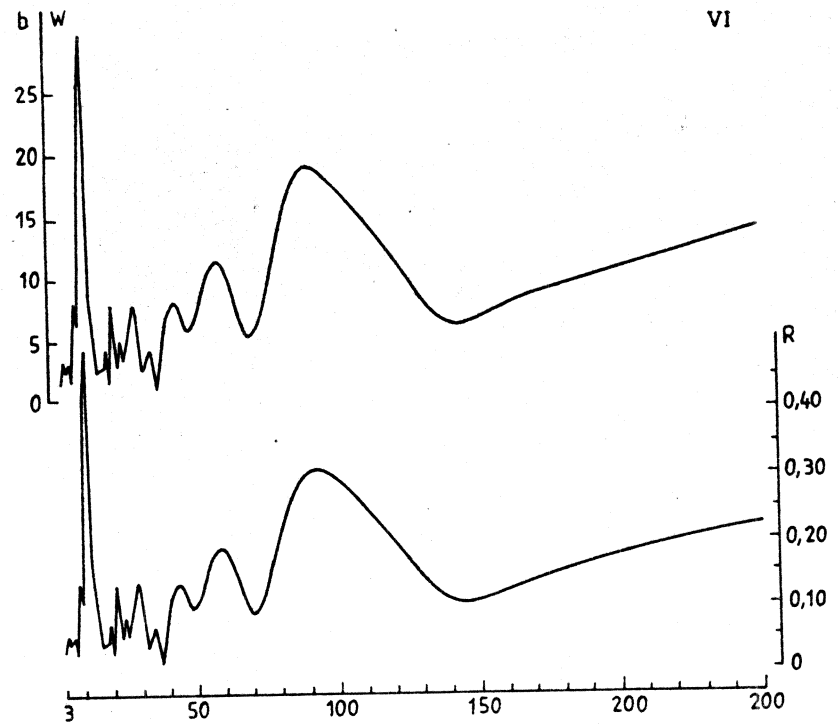
Ryc. 30. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) aktywności Słońca /1749 - 1980/ - maj
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of Sun activity /1749 - 1980/ - May

Tablica 7

Okresy rzeczywiste (ϑ) aktywności Słońca w latach 1749-1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe(c) - maj
Actual periods (ϑ) of Sun activity in the period 1749-1980 amplitudes (b), phase shift (c) - May

W V

ϑ	8	11	21	29	43	59	91
a	51,82	51,72	51,81	51,82	52,13	51,63	49,18
b	8,394	28,57	5,603	8,247	9,810	13,47	21,52
c	1,355	0,440	2,117	1,123	2,413	-1,964	-0,091
F	2,05	29,19	0,91	1,97	2,78	5,36	14,08



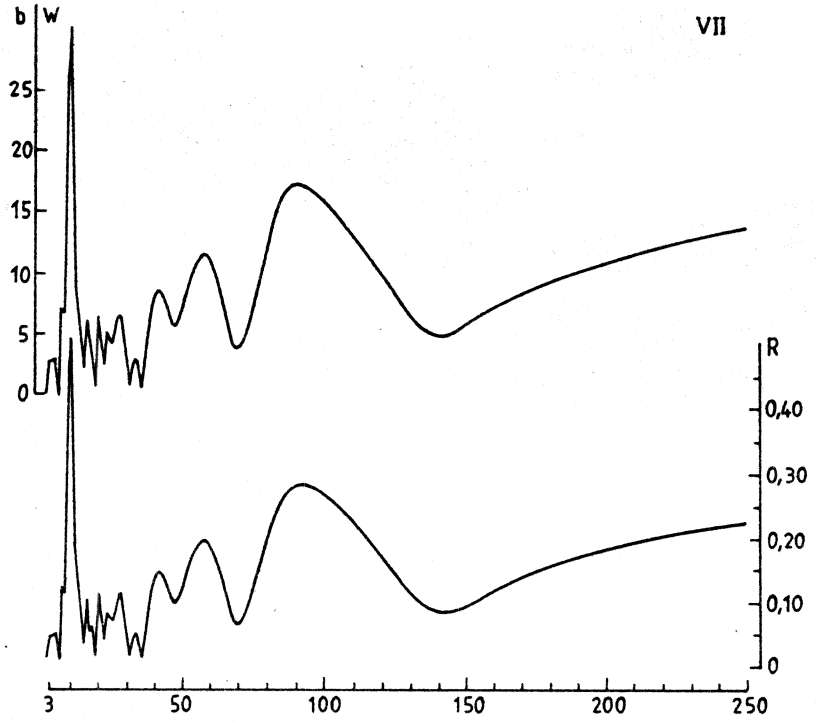
Ryc. 31. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) aktywności Słońca /1749 - 1980/ - czerwiec
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of Sun activity /1749 - 1980/ - June

Tablica 8

Okresy rzeczywiste (ϑ) aktywności Słońca w latach 1749-1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - czerwiec
Actual periods (ϑ) of Sun activity in the period 1749-1980: amplitudes (b), phase shift (c) - June

W VI

ϑ	8	11	21	29	43	59	91
a	50,97	50,86	50,94	50,97	51,24	50,81	48,70
b	7,631	29,35	7,585	7,600	7,743	11,12	18,55
c	1,347	0,438	1,882	1,263	2,487	-1,978	-0,059
F	1,90	36,26	1,87	1,88	1,94	4,06	11,51



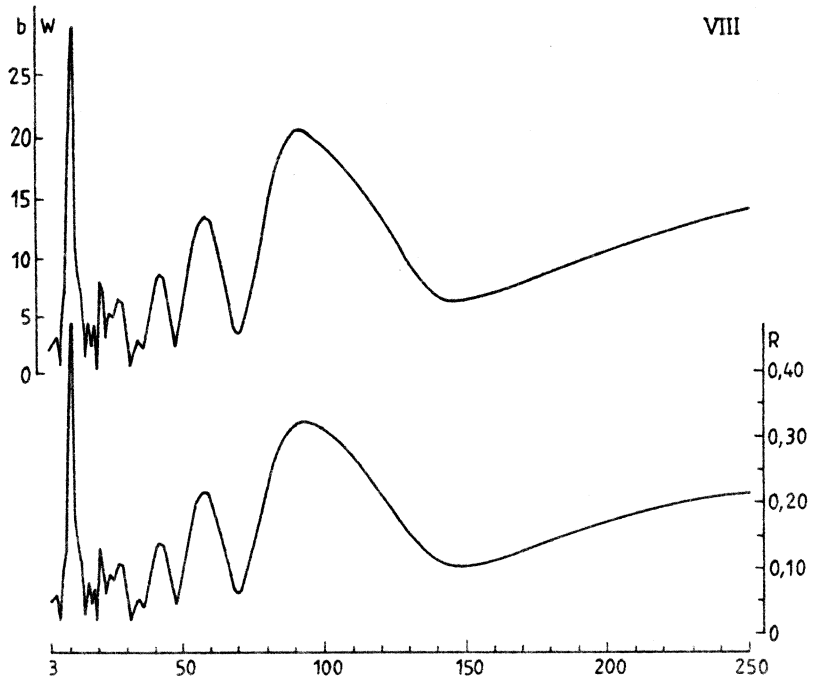
Ryc. 32. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) aktywności Słońca /1749 - 1980/ - lipiec
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of Sun activity /1749 - 1980/ - July

Tablica 9

Okresy rzeczywiste (ϑ) aktywności Słońca w latach 1749-1980: amplitudy(b), przesunięcia fazowe(c) - lipiec
Actual period (ϑ) of Sun activity in the period 1749-1980: amplitudes (b), phase shift (c) - July

W VII

ϑ	8	11	21	29	42	58	91
a	50,69	50,58	50,67	50,69	51,04	50,69	48,60
b	6,929	30,22	6,394	6,411	8,531	11,49	17,16
c	1,701	0,435	1,692	1,249	2,201	-2,097	-0,049
F	1,51	37,45	1,28	1,29	2,29	4,23	9,35



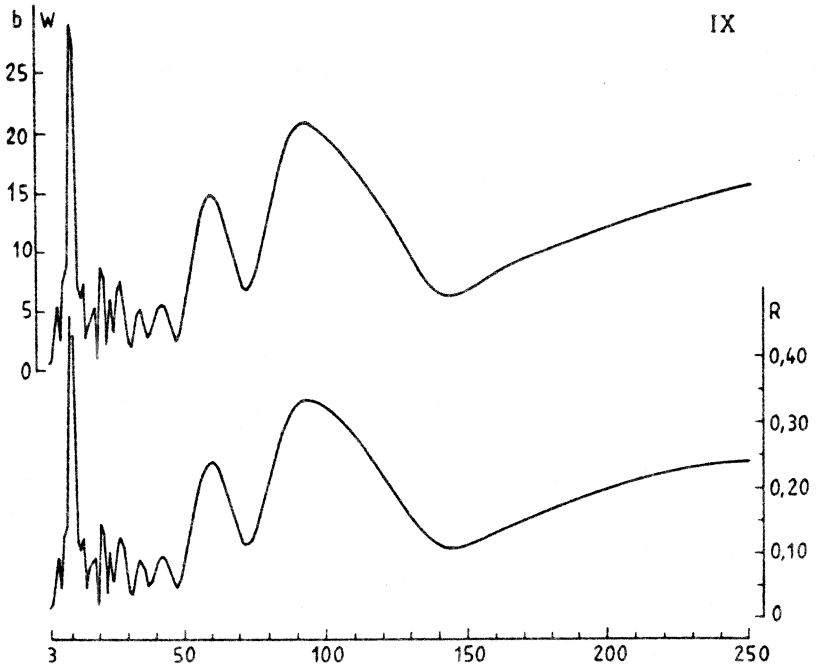
Ryc. 33. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) aktywności Słońca /1749 - 1980/ - sierpień
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of Sun activity /1749 - 1980/ - August

Tablica 10

Okresy rzeczywiste (ϑ) aktywności Słońca w latach 1749-1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - sierpień
Actual periods (ϑ) of Sun activity in the period 1749-1980: amplitudes (b), phase shift (c) - August

W VIII

ϑ	11	21	28	42	58	91
a	51,17	51,26	51,13	51,63	51,28	48,85
b	28,81	7,698	6,363	8,294	13,13	20,16
c	0,479	2,070	-0,097	2,240	-2,098	0,027
F	30,94	1,77	1,21	2,05	5,28	12,61



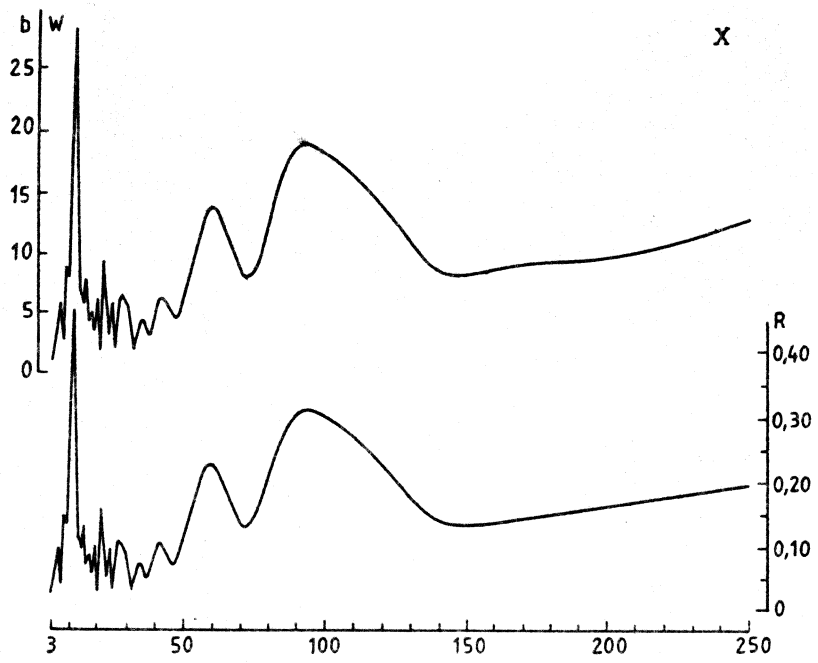
Ryc. 34. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) aktywności Słońca /1749 - 1980/ - wrzesień
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of Sun activity /1749 - 1980/ - September

Tablica 11

Okresy rzeczywiste (θ) aktywności Słońca w latach 1749-1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - wrzesień
Actual periods (θ) of Sun activity in the period 1749-1980: amplitudes (b), phase shift (c) - September

W IX

θ	10	15	21	28	43	60	92
a	51,34	51,68	51,50	51,40	51,75	51,15	48,94
b	28,86	7,349	8,845	7,401	5,529	14,76	20,72
c	1,291	-3,094	2,074	-0,416	2,635	-1,898	0,030
F	29,53	1,55	2,25	1,56	0,87	6,43	12,91



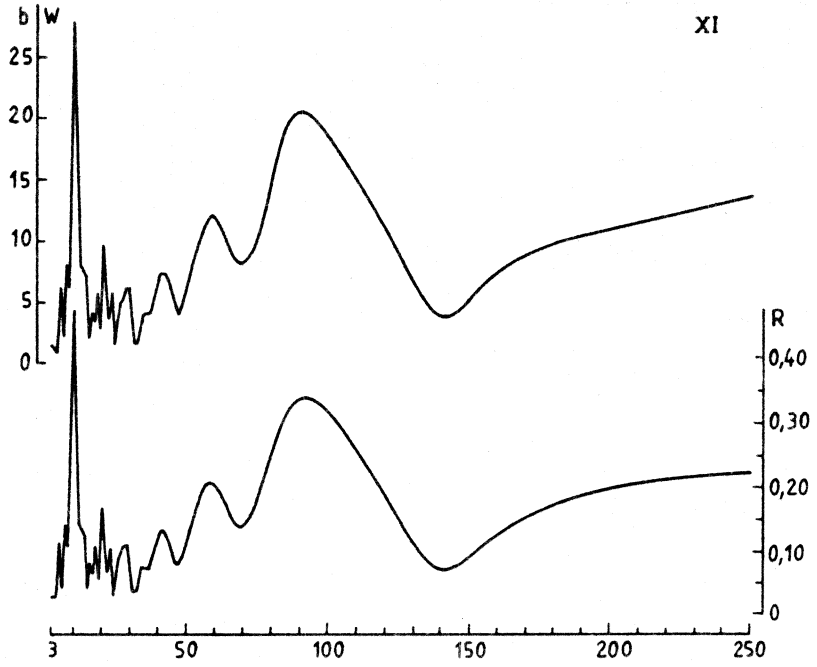
Ryc. 35. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) aktywności Słońca /1749 - 1980/ - październik
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of Sun activity /1749 - 1980/ - October

Tablica 12

Okresy rzeczywiste (θ) aktywności Słońca w latach 1749-1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe(c)- październik
Actual periods (θ) of Sun activity in the period 1749-1980: amplitudes (b), phase shift (c)- October

W X

θ	8	11	15	21	27	42	60	93
a	51,18	51,06	51,32	51,15	51,14	51,47	50,82	48,87
b	8,318	27,78	7,349	8,901	5,830	5,732	13,25	18,57
c	1,969	0,771	-2,874	1,867	-1,805	2,495	-1,842	-0,204
F	2,14	29,53	1,67	2,46	1,06	1,00	5,53	11,14



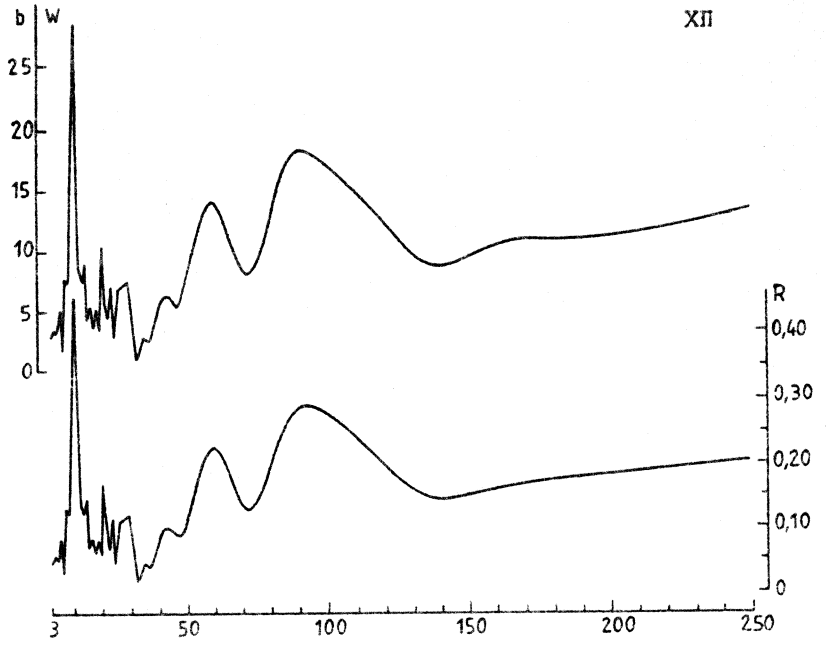
Ryc. 36. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) aktywności Słońca /1749 - 1980/ - listopad
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of Sun activity /1749 - 1980/ - November

Tablica 13

Okresy rzeczywiste (ϑ) aktywności Słońca w latach 1749-1980: amplitudy(b), przesunięcia fazowe (c) - listopad
Actual periods (ϑ) of Sun activity in the period 1749-1980: amplitudes (b), phase shift (c) - November

W XI

ϑ	8	11	21	30	42	59	91
a	50,13	50,01	50,10	50,31	50,45	49,96	47,67
b	7,933	27,56	9,443	6,026	7,409	11,89	20,28
c	1,941	0,751	1,950	2,043	2,262	-1,972	-0,004
F	2,01	30,08	2,86	1,13	1,74	4,56	13,71



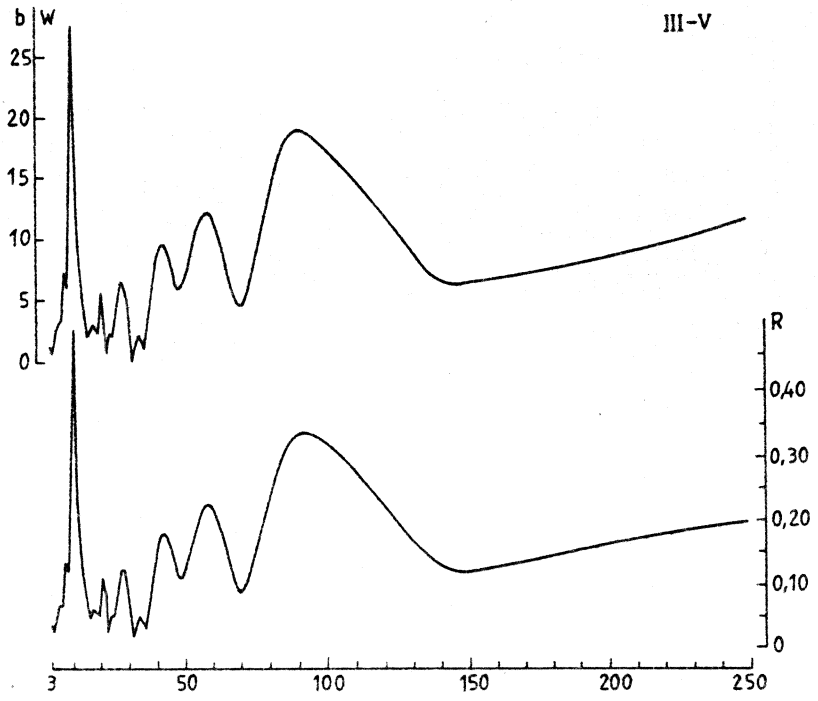
Ryc. 37. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) aktywnosci Słońca /1749 - 1980/ - grudzień
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of Sun activity /1749 - 1980/ - December

Tablica 14

Okresy rzeczywiste (θ) aktywności Słońca w latach 1749-1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - grudzień
Actual periods (θ) of Sun activity in the period 1749-1980: amplitudes (b), phase shift (c) - December

W XII

θ	8	11	15	21	30	44	60	93
a	50,85	50,73	51,02	50,82	51,07	50,95	50,51	48,62
b	7,375	28,00	8,739	10,03	7,160	6,000	13,77	17,84
c	1,693	0,827	-2,995	2,014	2,195	2,606	-1,935	-0,184
F	1,60	28,42	2,26	2,99	1,48	1,03	5,74	9,70



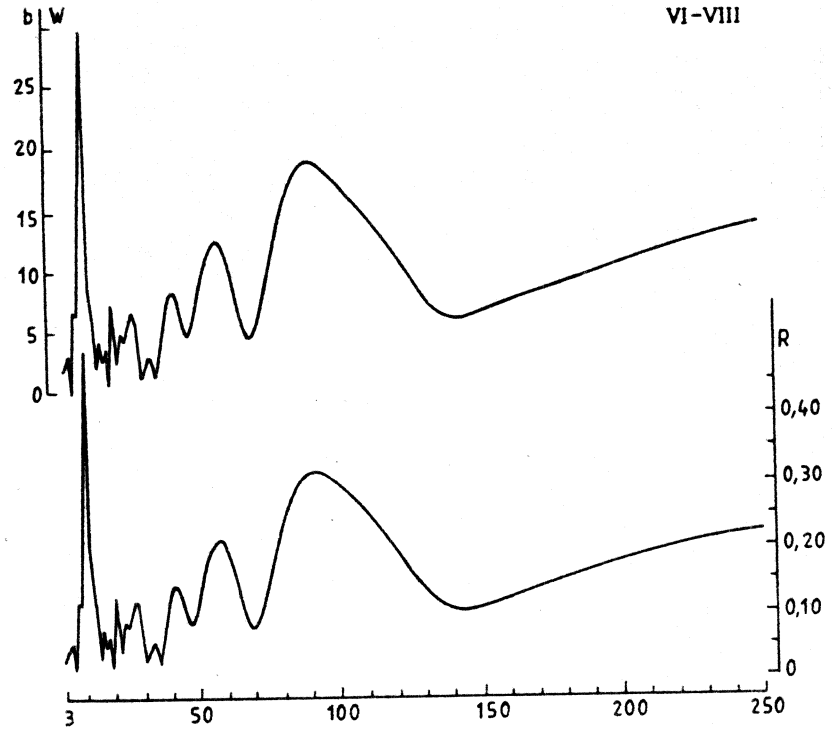
Ryc. 38. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) aktywności Słońca /1749 - 1980/ - wiosna
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of Sun activity /1749 - 1980/ - spring

Tablica 15

Okresy rzeczywiste (ϑ) aktywności Słońca w latach 1749-1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c)- wiosna
Actual periods (ϑ) of Sun activity in the period 1749-1980: amplitudes (b), phase shift (c) - spring

W III-V

ϑ	8	11	21	29	43	58	91
a	50,29	50,26	50,26	50,29	50,56	50,21	47,92
b	7,121	27,38	5,653	6,530	9,678	12,29	19,02
c	1,783	0,932	2,263	1,230	2,509	-2,029	0,002
F	1,77	33,24	1,12	1,49	3,28	5,43	13,25



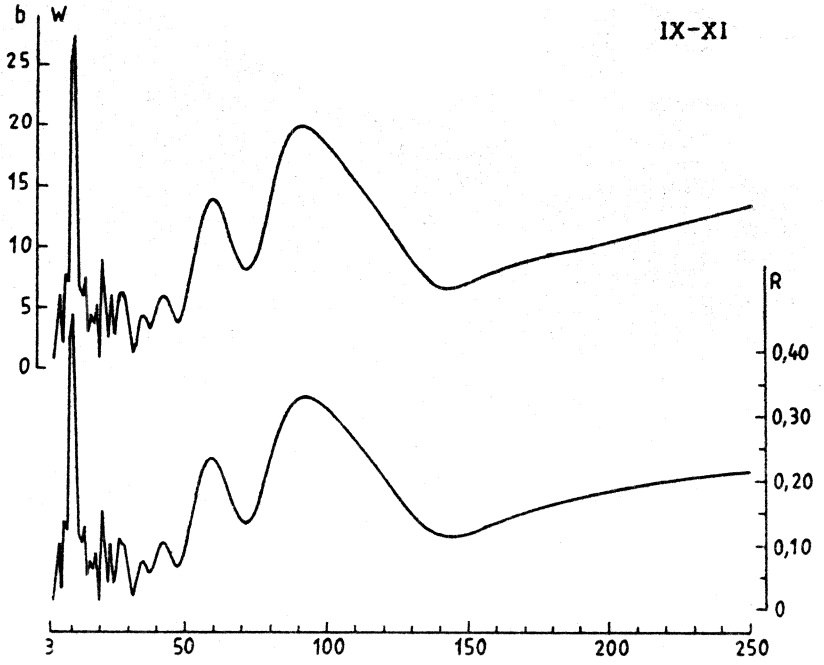
Ryc. 39. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) aktywności Słońca /1749 - 1980/ - lato
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of Sun activity /1749 - 1980/ - summer

Tablica 16

Okresy rzeczywiste (ϑ) aktywności Słońca w latach 1749-1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - lato
Actual periods (ϑ) of Sun activity in the period 1749-1980: amplitudes (b), phase shift (c) - summer

W VI-VIII

ϑ	11	21	29	43	58	92
a	50,85	50,85	50,88	51,16	50,80	48,54
b	29,42	6,969	6,455	7,942	12,22	18,59
c	1,021	2,210	1,387	2,687	-1,994	0,131
F	36,70	1,59	1,35	2,06	4,99	11,81



Ryc. 40. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) aktywności Słońca /1749 - 1980/ - jesień
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of Sun activity /1749 - 1980/ - autumn

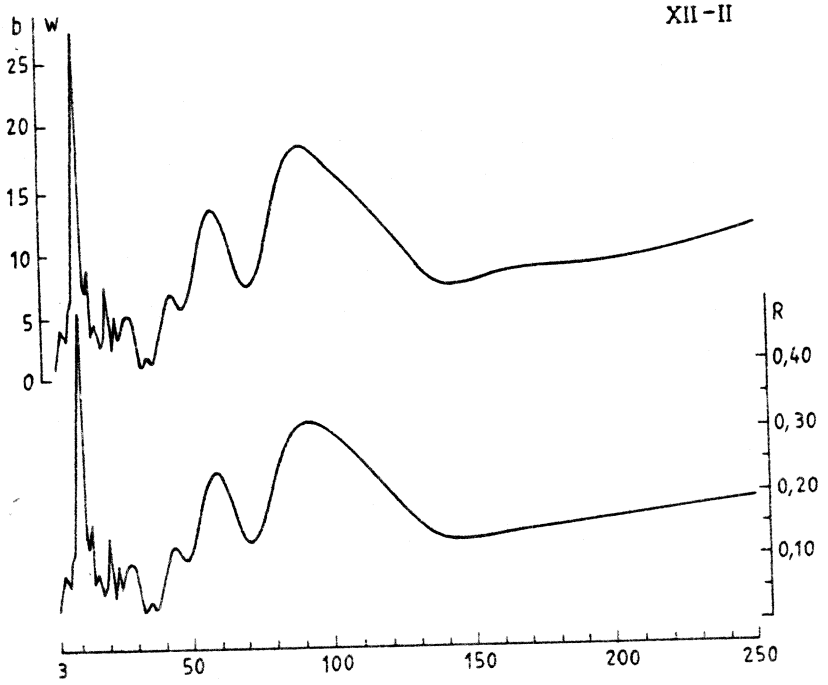
Tablica 17

Okresy rzeczywiste (ϑ) aktywności Słońca w latach 1749-1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - jesień
Actual periods (ϑ) of Sun activity in the period 1749-1980: amplitudes (b), phase shift (c) - autumn

W IX-XI

ϑ	8	11	15	21	28	43	60	93
a	50,73	50,72	50,85	50,72	50,62	50,98	50,28	48,24
b	7,724	27,19	7,476	8,732	6,288	5,903	13,87	19,75
c	2,745	1,294	-2,525	2,291	-0,298	2,871	-1,740	0,212
F	1,91	29,09	1,79	2,45	1,25	1,11	6,27	13,32

XII-II



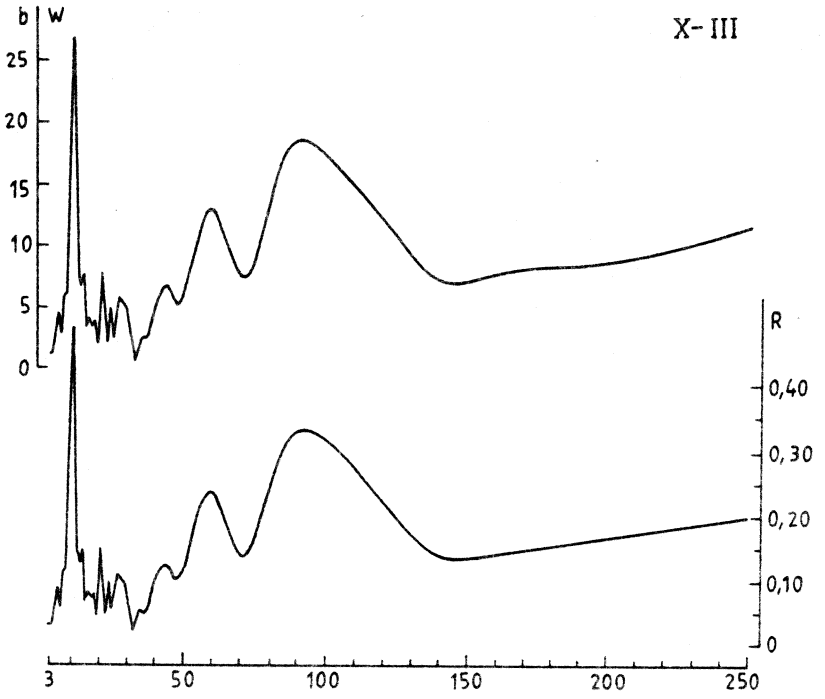
Ryc. 41. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) aktywności Słońca /1749 - 1980/ - zima
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of Sun activity /1749 - 1980/ - winter

Tablica 18

Okresy rzeczywiste (ϑ) aktywności Słońca w latach 1749-1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - zima
Actual periods (ϑ) of Sun activity in the period 1749-1980: amplitudes (b), phase shift (c) - winter

W XII-II

ϑ	11	15	21	29	44	59	91
a	49,67	49,84	49,67	49,69	49,74	49,45	47,45
b	27,40	8,709	7,342	5,016	6,529	13,20	18,04
c	0,852	-3,045	2,163	0,812	2,543	-2,051	-0,007
F	32,25	2,62	1,84	0,86	1,41	6,13	11,45



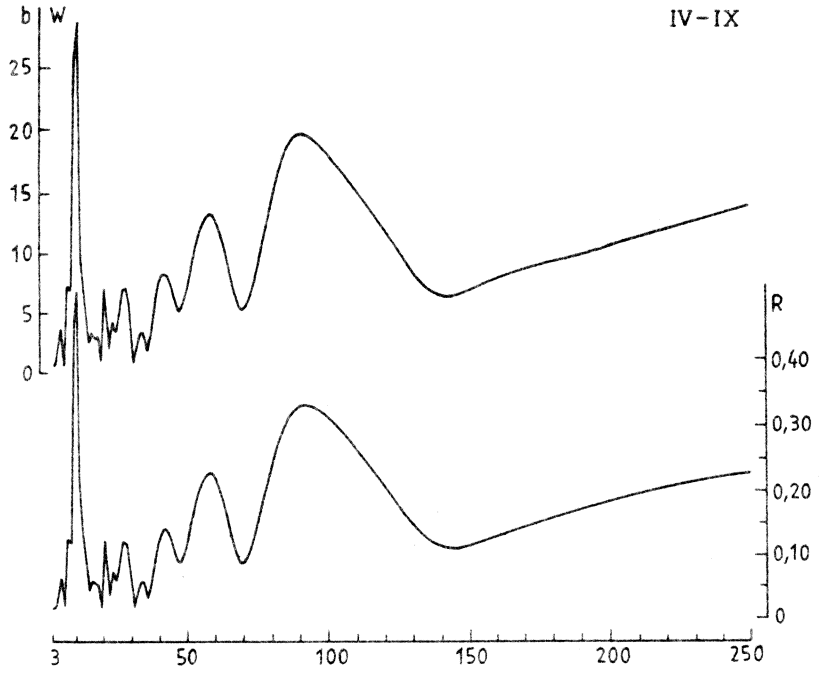
Ryc. 42. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) aktywności Słońca /1749 - 1980/ - półrocze chłodne
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of Sun activity /1749 - 1980/ - cold period

Tablica 19

Okresy rzeczywiste (ϑ) aktywności Słońca w latach 1749-1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c)-półrocze chłodne
Actual periods (ϑ) of Sun activity in the period 1749-1980: amplitudes (b), phase shift (c) - cold period

W III-X

ϑ	11	15	21	28	43	59	91
a	49,86	50,00	49,86	49,78	50,06	49,64	47,63
b	26,38	7,532	7,634	5,374	6,321	12,56	18,19
c	1,115	-2,733	2,240	-0,324	2,522	-1,977	0,019
F	33,00	2,14	2,19	1,07	1,48	6,08	12,96



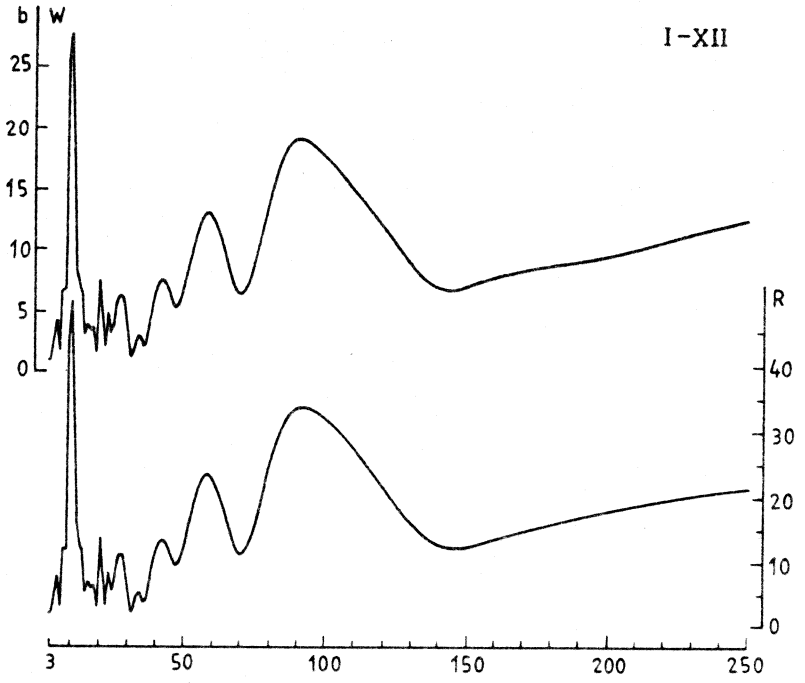
Ryc. 43. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) aktywności Słońca /1749 - 1980/ - półrocze ciepłe
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of Sun activity /1749 - 1980/ - warm period

Tablica 20

Okresy rzeczywiste (ϑ) aktywności Słońca w latach 1749-1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - półrocze ciepłe
Actual periods (ϑ) of Sun activity in the period 1749-1980: amplitudes (b), phase shift (c) - warm period

W IV-IX

ϑ	8	11	21	28	43	59	91
a	50,98	50,95	50,95	50,79	51,25	50,70	48,56
b	7,017	28,57	6,803	6,804	8,059	13,12	19,49
c	2,212	1,031	2,281	0,178	2,653	-1,828	0,005
F	1,64	34,76	1,54	1,55	2,16	5,83	13,23



Ryc. 44. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) aktywności Słońca /1749 - 1980/ - rok
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of Sun activity /1749 - 1980/ - year

Tablica 21

Okresy rzeczywiste (ϑ) aktywności Słońca w latach 1749-1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - rok
Actual periods (ϑ) of Sun activity in the period 1749-1980: amplitudes (b), phase shift (c) - year

W I-XII

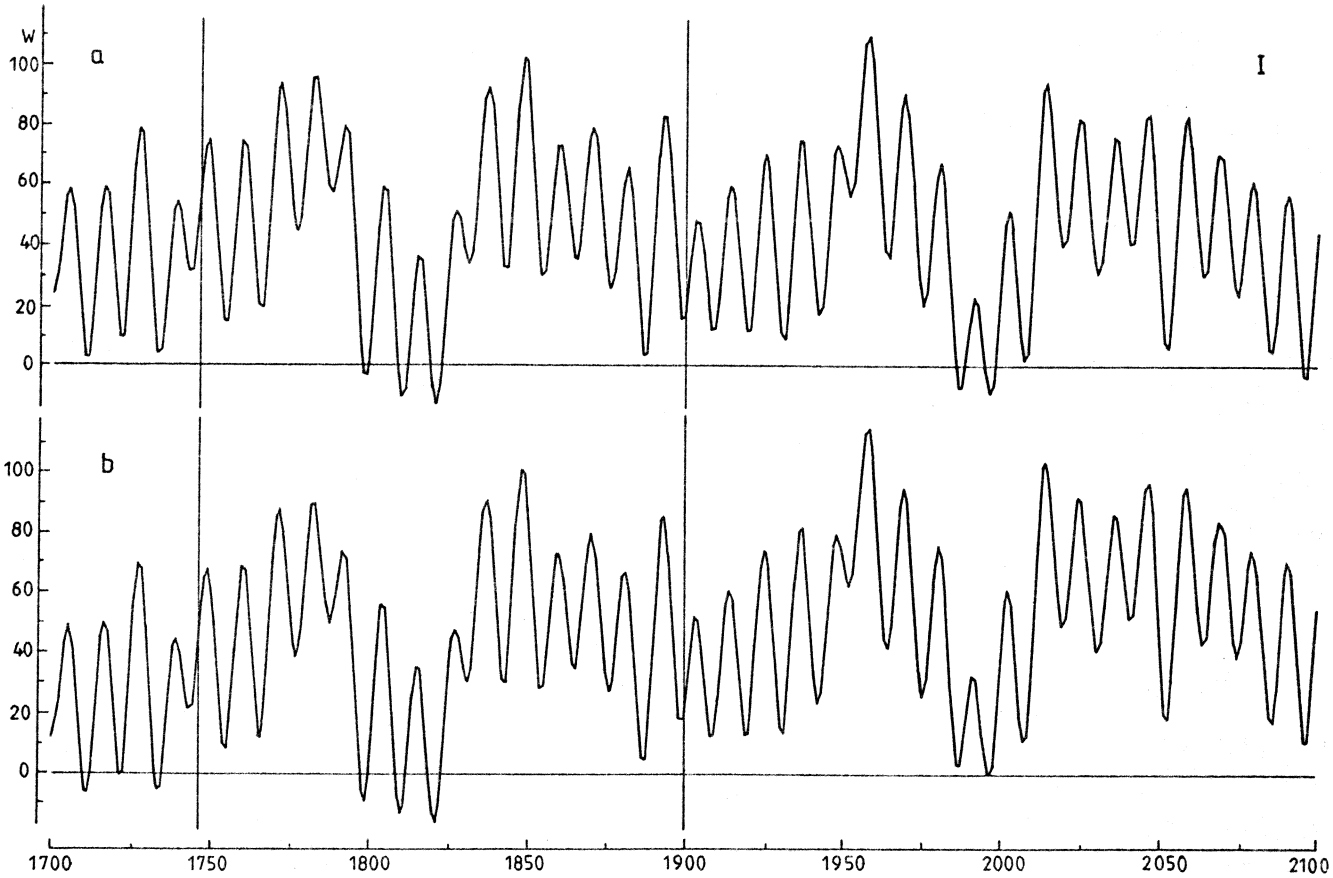
ϑ	11	21	28	43	59	91
a	50,41	50,41	50,29	50,66	50,17	48,09
b	27,45	7,217	5,900	7,174	12,80	18,84
c	1,071	2,259	-0,043	2,595	-1,901	0,012
F	34,62	1,87	1,25	1,84	6,03	13,36

Tablica 22

Ocena dokładności trendów aktywności Słońca W = f(t), W = F(t): ε - odchylenie resztowe, δ - błąd standardowy, R - współczynnik korelacji wielokrotnej, F - test Fishera-Snedecora, $\bar{W}$ - średnia arytmetyczna, s - odchylenie standardowe

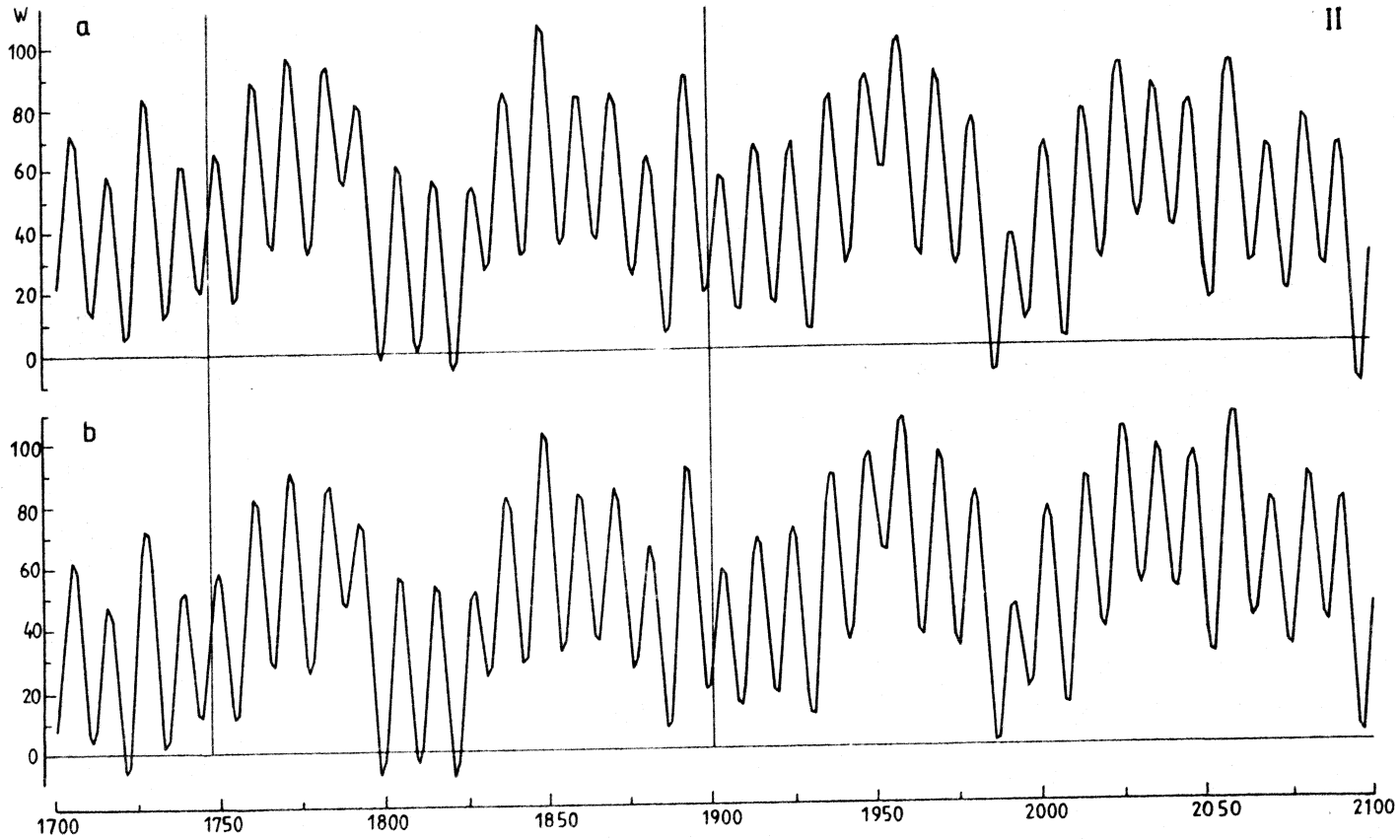
Accuracy evaluation of time trends in Sun activity W = f(t), W = F(t), ε - rest deviation, δ - standard error, R - multiple correlation coefficient, F - Fisher-Snedecor test $\bar{W}$ - arithmetic mean, s - standard deviation

			W= f(t)				W= F(t)			
	$\bar{W}$	s	ε	δ	R	F	ε	δ	R	F
I	48,41	42,60	33,19	34,32	0,627	10,03	32,91	34,11	0,635	9,73
II	50,38	41,10	32,43	33,38	0,614	11,06	32,09	33,10	0,625	10,75
III	49,12	39,85	31,98	32,91	0,597	10,10	31,58	32,58	0,610	9,93
IV	50,10	42,04	31,90	32,98	0,651	11,42	31,35	32,49	0,666	11,48
V	51,82	44,87	34,69	35,87	0,634	10,43	34,37	35,62	0,643	10,14
VI	50,97	42,37	32,38	33,48	0,645	11,04	31,79	32,95	0,661	11,18
VII	50,69	43,09	33,58	34,72	0,627	10,02	33,00	34,20	0,643	10,15
VIII	51,28	44,23	34,74	35,75	0,619	11,33	34,05	35,13	0,638	11,52
IX	51,53	45,11	34,91	36,09	0,633	10,38	34,47	35,73	0,645	10,26
X	51,18	43,47	33,66	34,96	0,633	8,98	33,35	34,72	0,641	8,80
XI	50,13	42,81	33,12	34,24	0,634	10,40	33,02	34,23	0,636	9,80
XII	50,85	44,50	34,68	36,03	0,626	8,68	34,49	35,91	0,632	8,37
III-V	50,26	40,76	31,06	32,12	0,647	11,13	30,64	31,76	0,659	11,02
VI-VIII	50,85	42,16	32,57	33,53	0,635	12,26	31,96	32,98	0,652	12,35
IX-XI	50,72	42,65	32,51	33,77	0,647	9,65	32,19	33,52	0,656	9,46
XII-II	49,67	41,27	31,82	32,90	0,637	10,52	31,54	32,70	0,645	10,20
X-III	49,86	39,38	29,97	31,00	0,649	11,20	29,62	30,70	0,659	11,00
IV-IX	50,95	41,79	31,49	32,56	0,658	11,76	30,94	32,07	0,672	11,83
I-XII	50,41	40,23	30,72	31,62	0,646	12,99	30,27	31,23	0,659	12,79



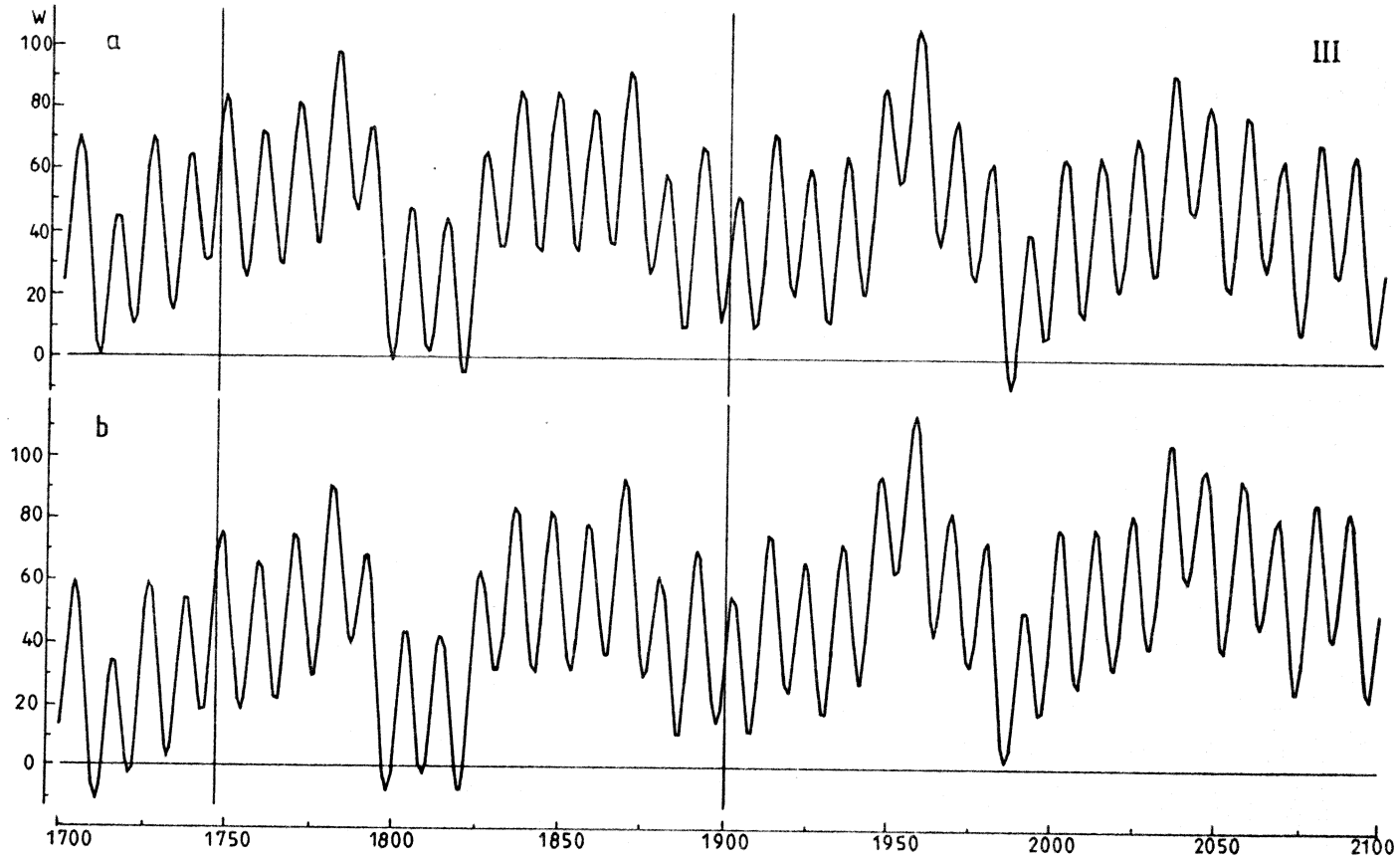
Ryc. 45. Trend wiekowy aktywności Słońca w latach 1749 - 1980: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 1 i 1'/- styczeń

Century trend of Sun activity in the period 1749 - 1980: a - resultant of actual cycles , b with stable tendency accounted for /graphs of functions 1, 1'/ - January



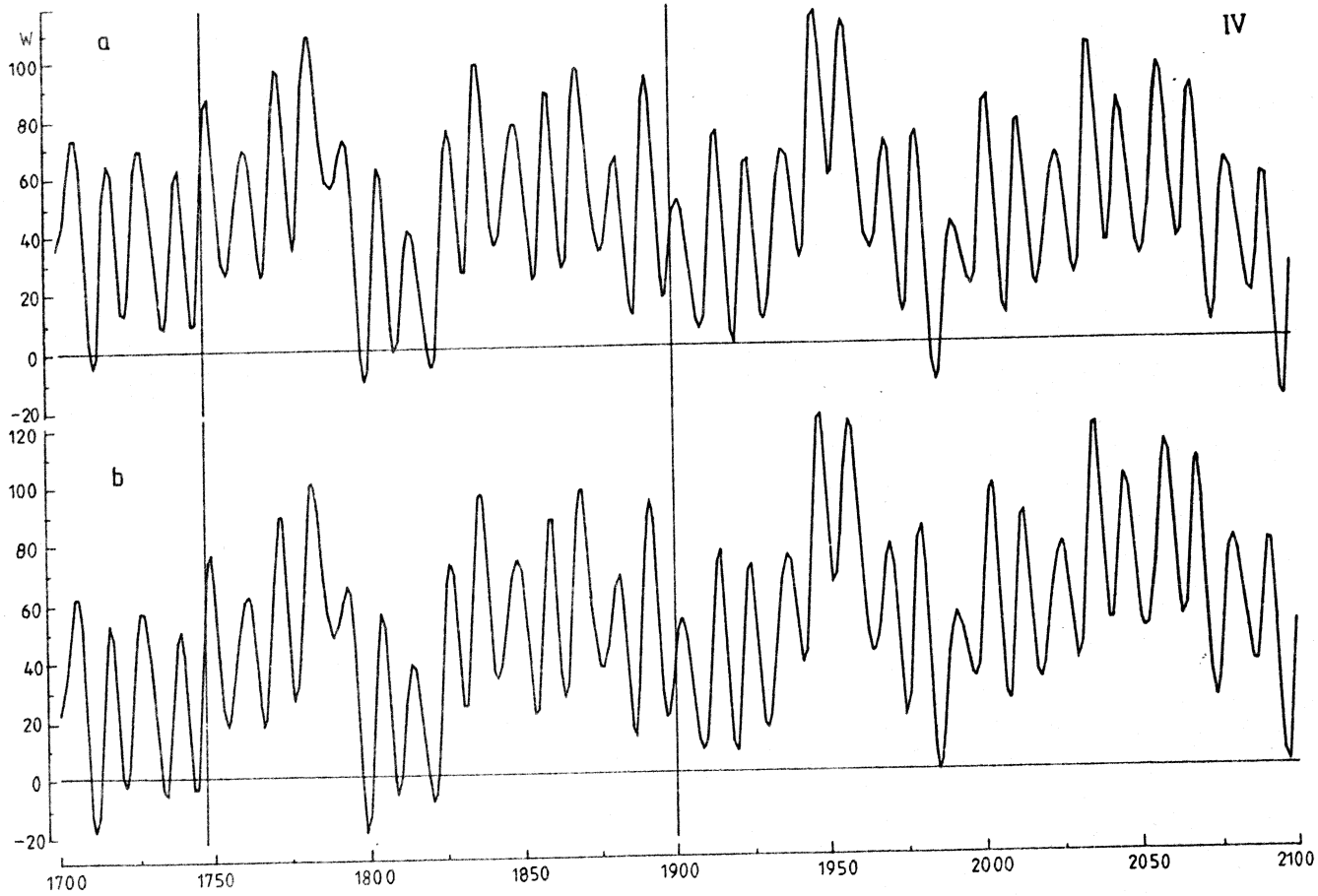
Ryc. 46. Trend wiekowy aktywności Słońca w latach 1749 - 1980: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 2 i 2'/ - luty

Century trend of Sun activity in the period 1749 - 1980 : resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 2, 2'/ - February

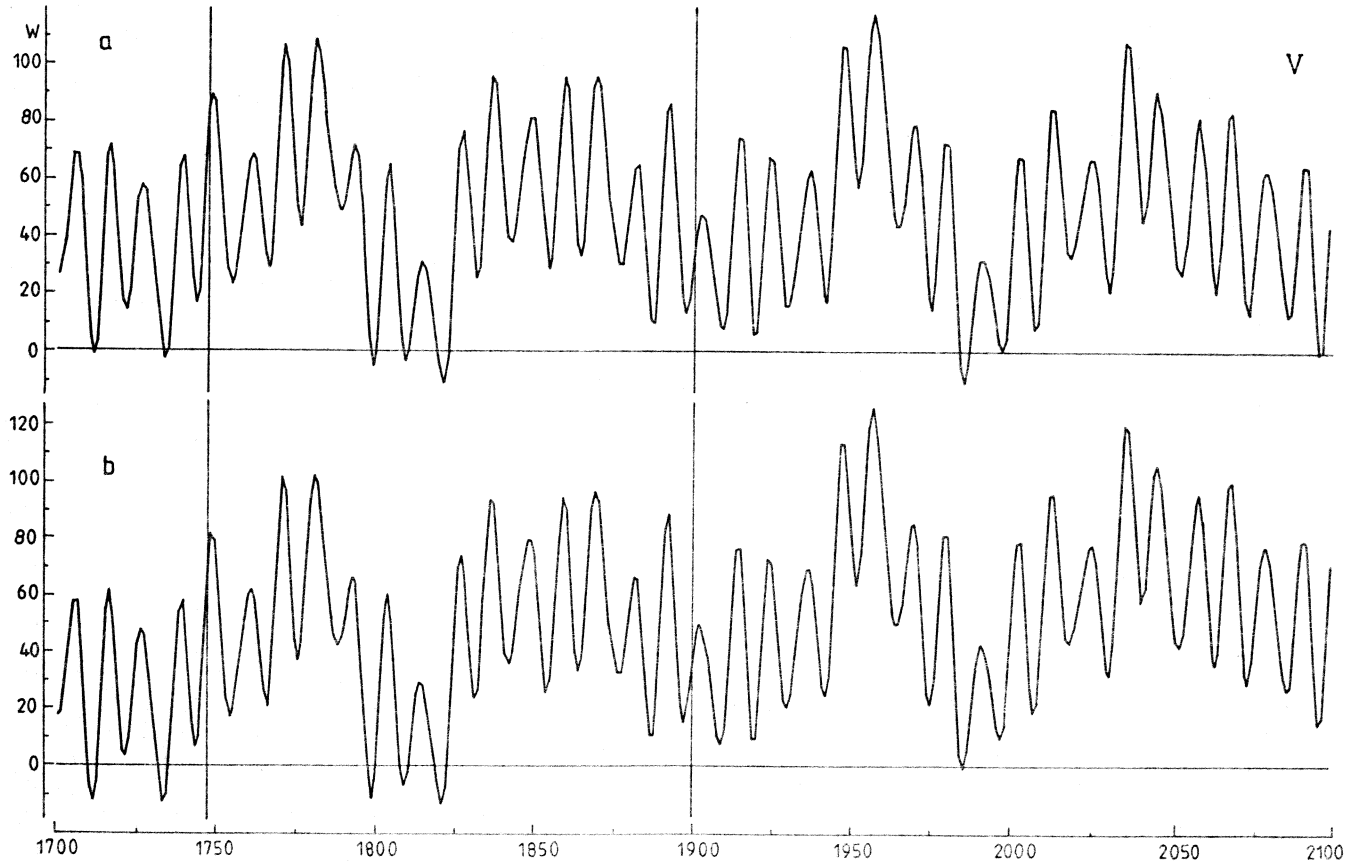


Ryc. 47. Trend wiekowy aktywności Słońca w latach 1749 - 1980: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 3 i 3'/ - marzec

Century trend of Sun activity in the period 1749 - 1980: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 3, 3'/ - March

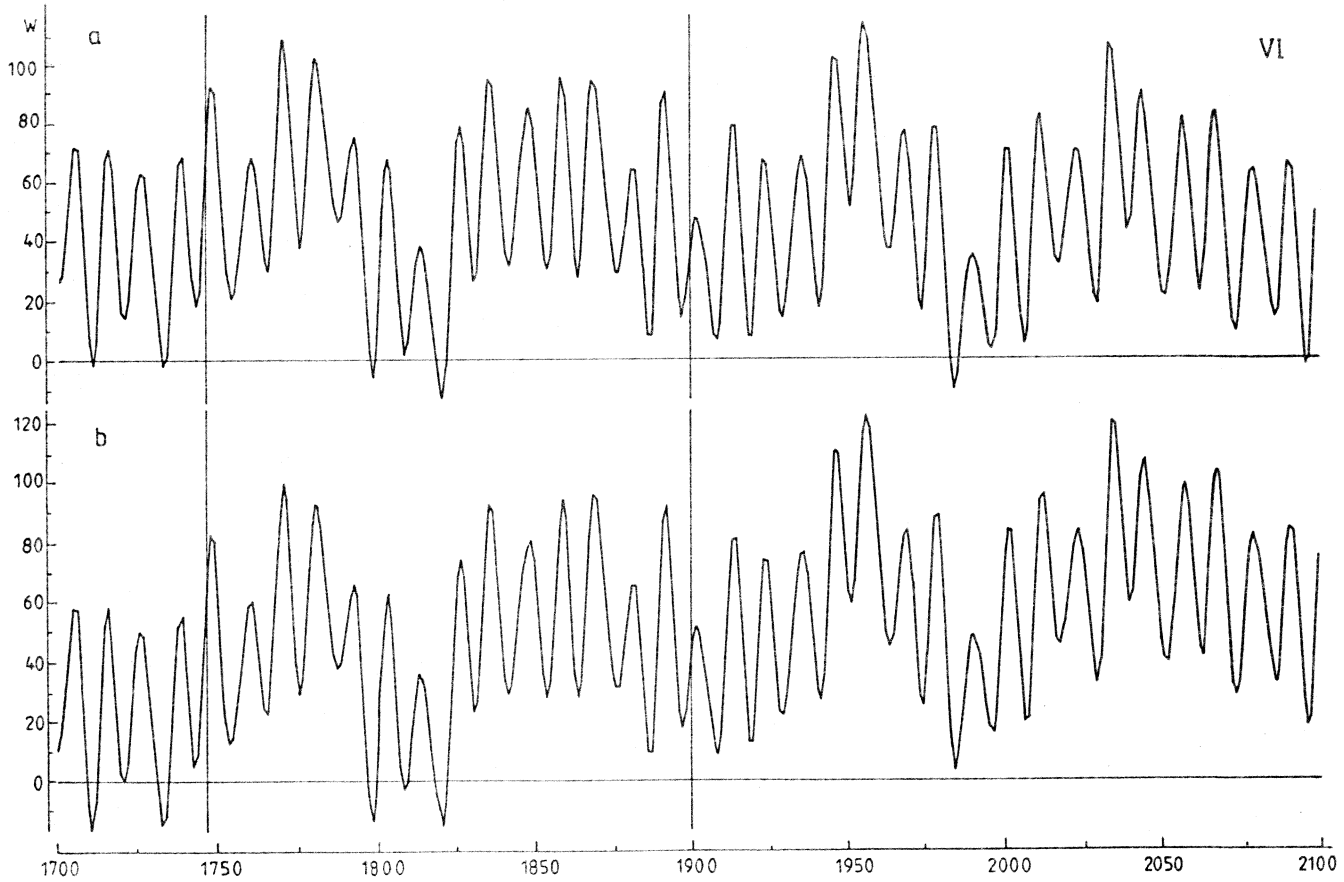


Ryc. 48. Trend wiekowy aktywności Słońca w latach 1749 - 1980: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 4 i 4'/ - kwiecień
Century trend of Sun activity in the period 1749 - 1980: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 4, 4'/ - April



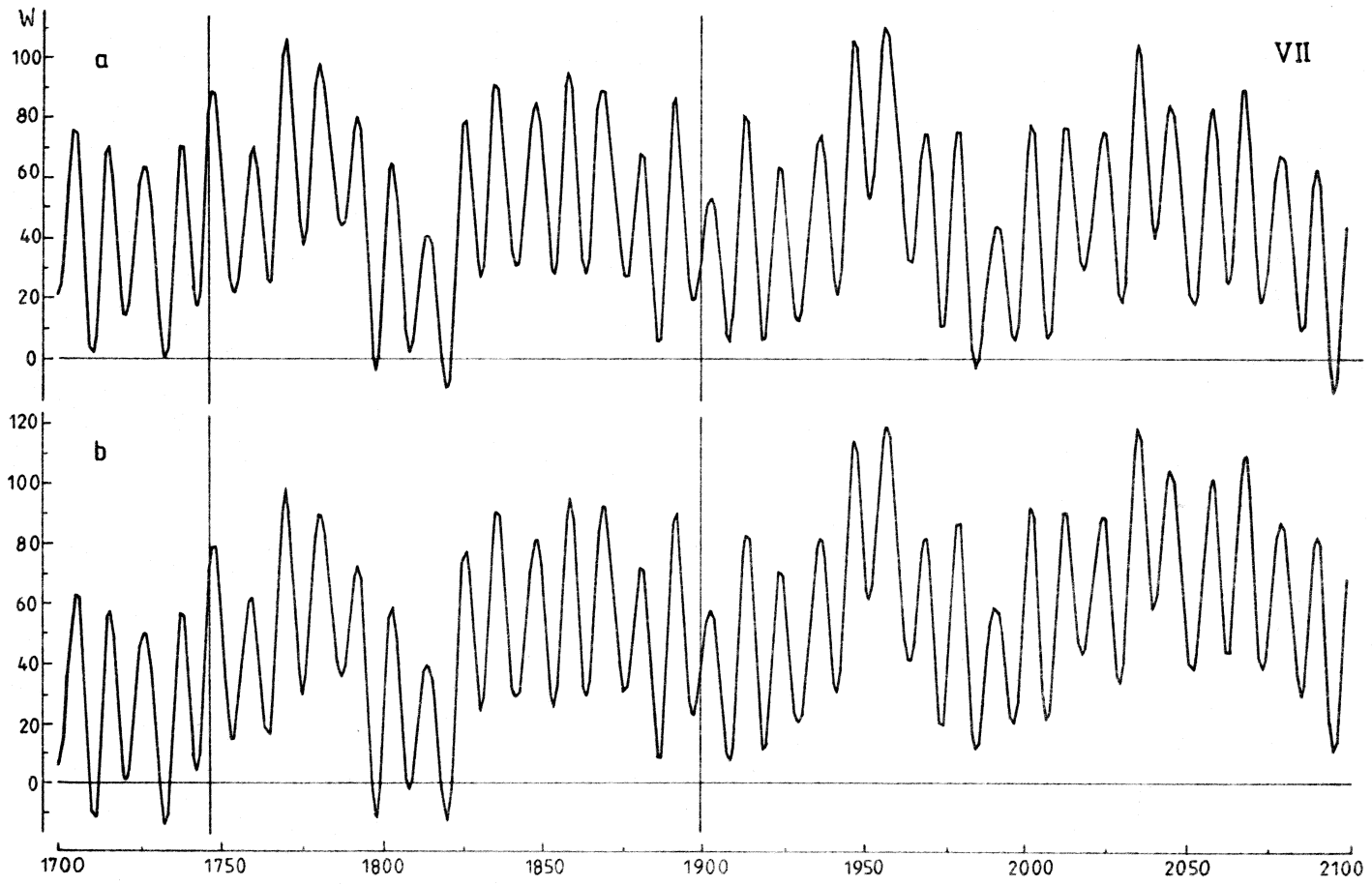
Ryc. 49. Trend wiekowy aktywności Słońca w latach 1749 - 1980: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 5 i 5′/ - maj

Century trend of Sun activity in the period 1749 - 1980: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 5,5′/ - May



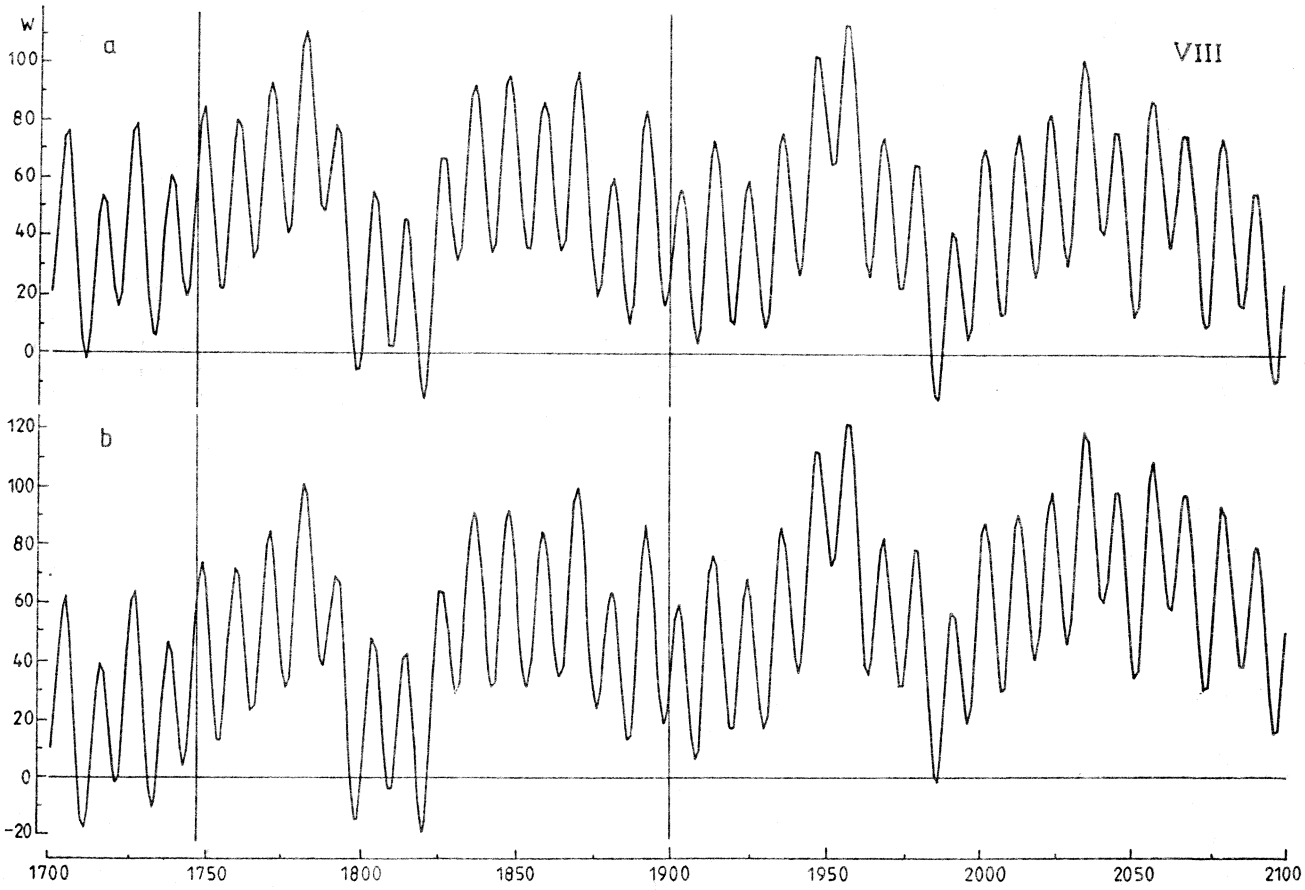
Ryc. 50. Trend wiekowy aktywności Słońca w latach 1749 - 1980: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 6 i 6′/ - czerwiec

Century trend of Sun activity in the period 1749 - 1980: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 6, 6′/ - June



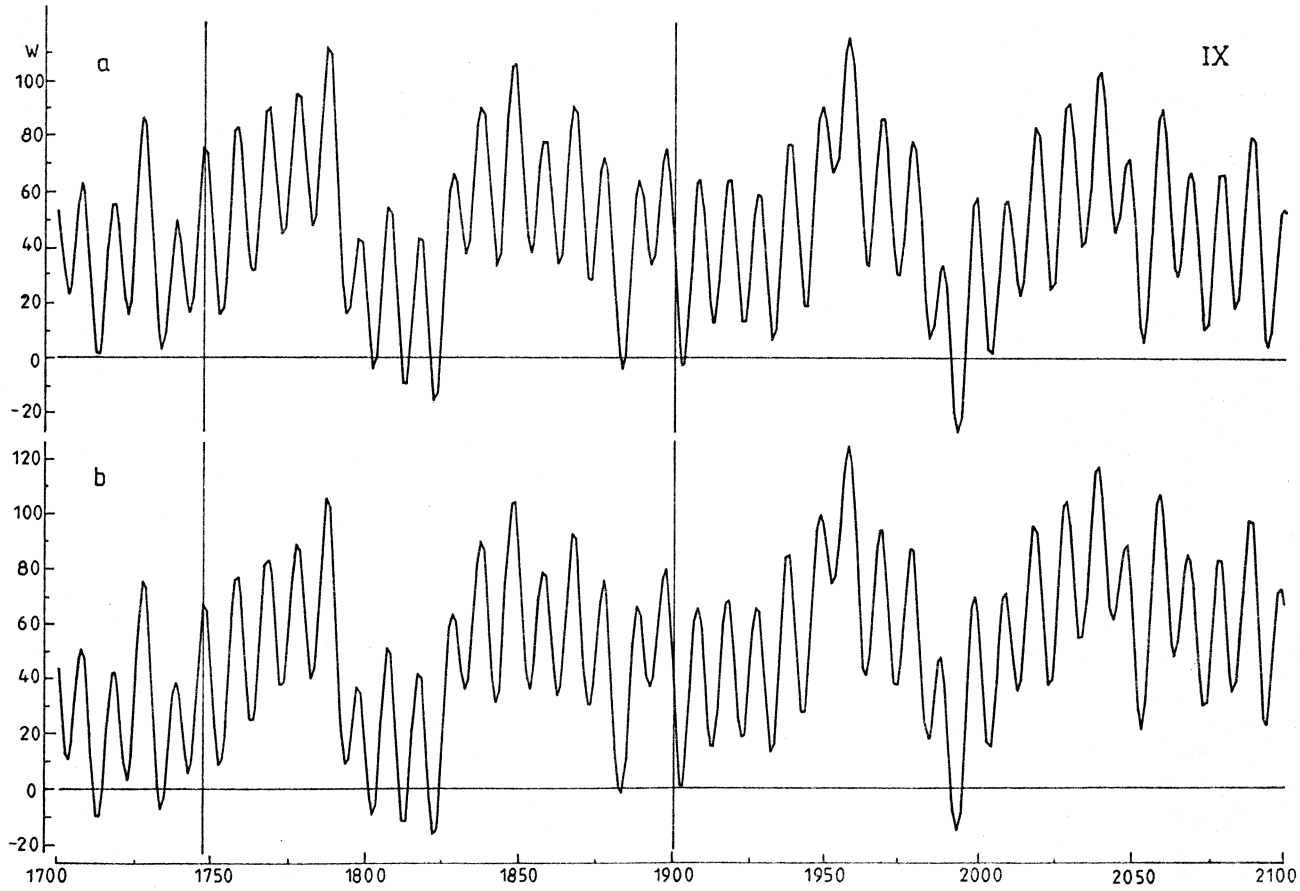
Ryc. 51. Trend wiekowy aktywności Słońca w latach 1749 - 1980: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 7 i 7'/ - lipiec

Century trend of Sun activity in the period 1749 - 1980: a resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 7, 7'/ - July



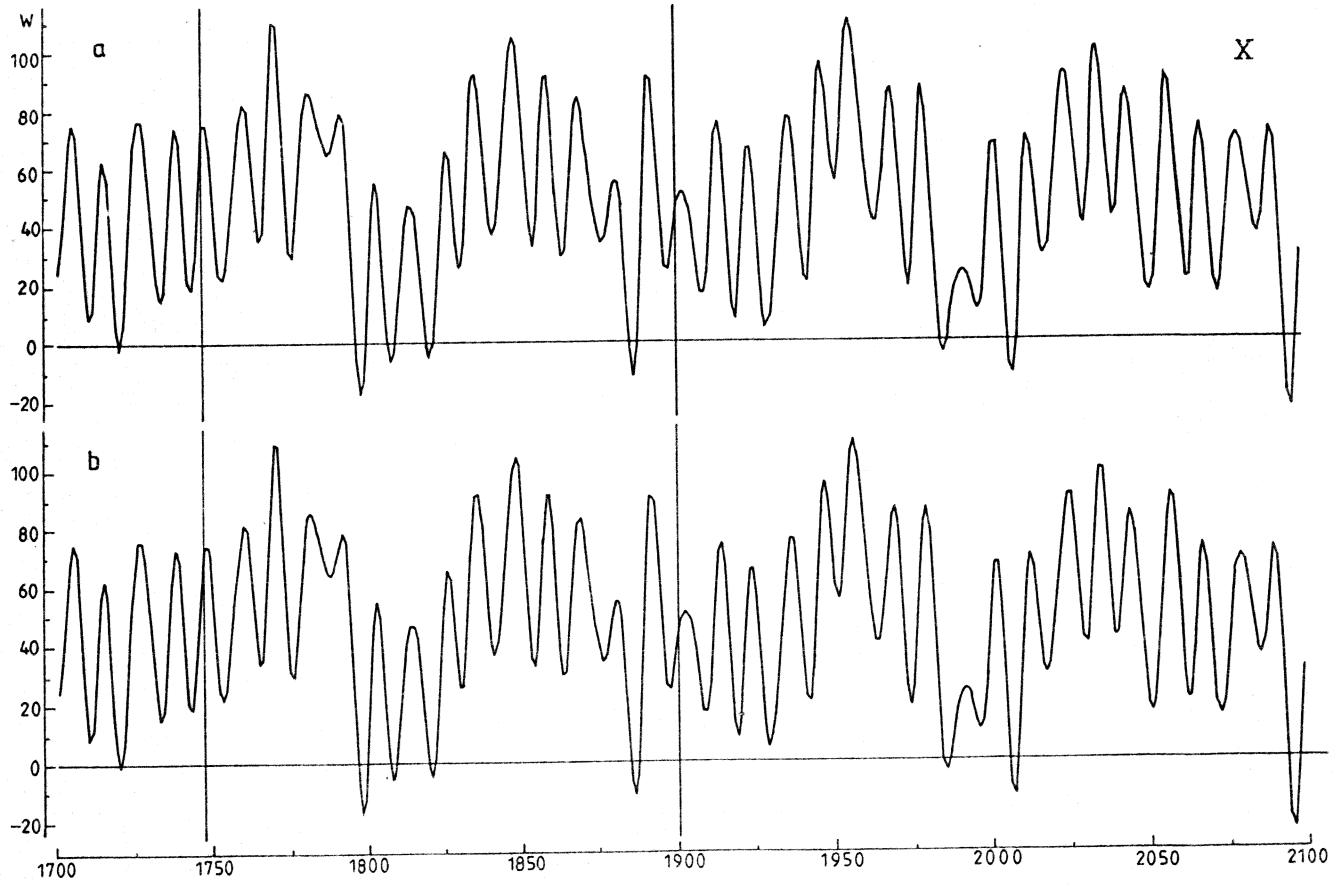
Ryc. 52. Trend wiekowy aktywności Słońca w latach 1749 - 1980: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 8 i 8'/ - sierpień

Century trend of Sun activity in the period 1794 - 1980: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 8, 8'/ - August



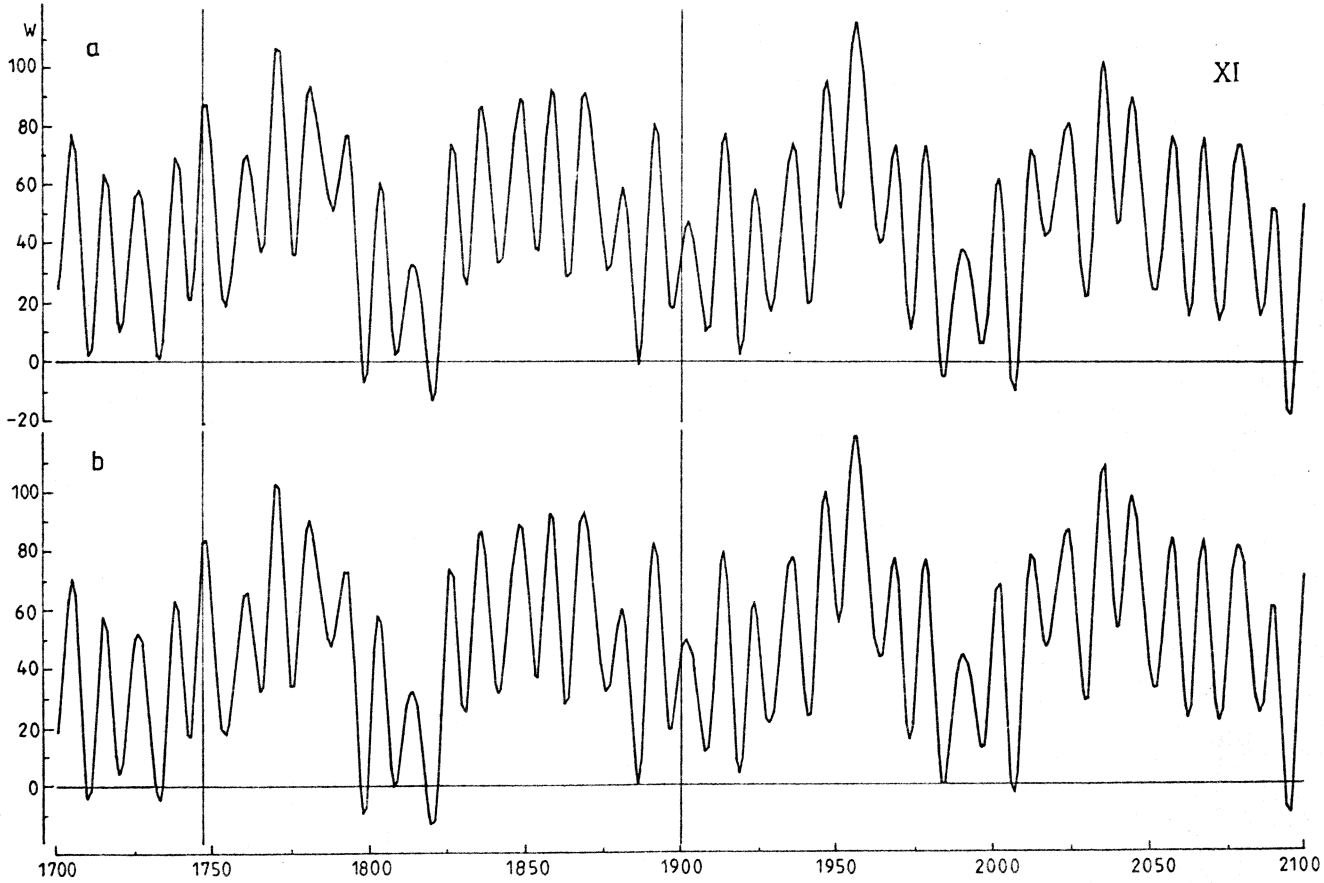
Ryc. 53. Trend wiekowy aktywności Słońca w latach 1749 - 1980: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 9 i 9′/ - wrzesień

Century trend of Sun activity in the period 1794 - 1980: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 9, 9′/ - September



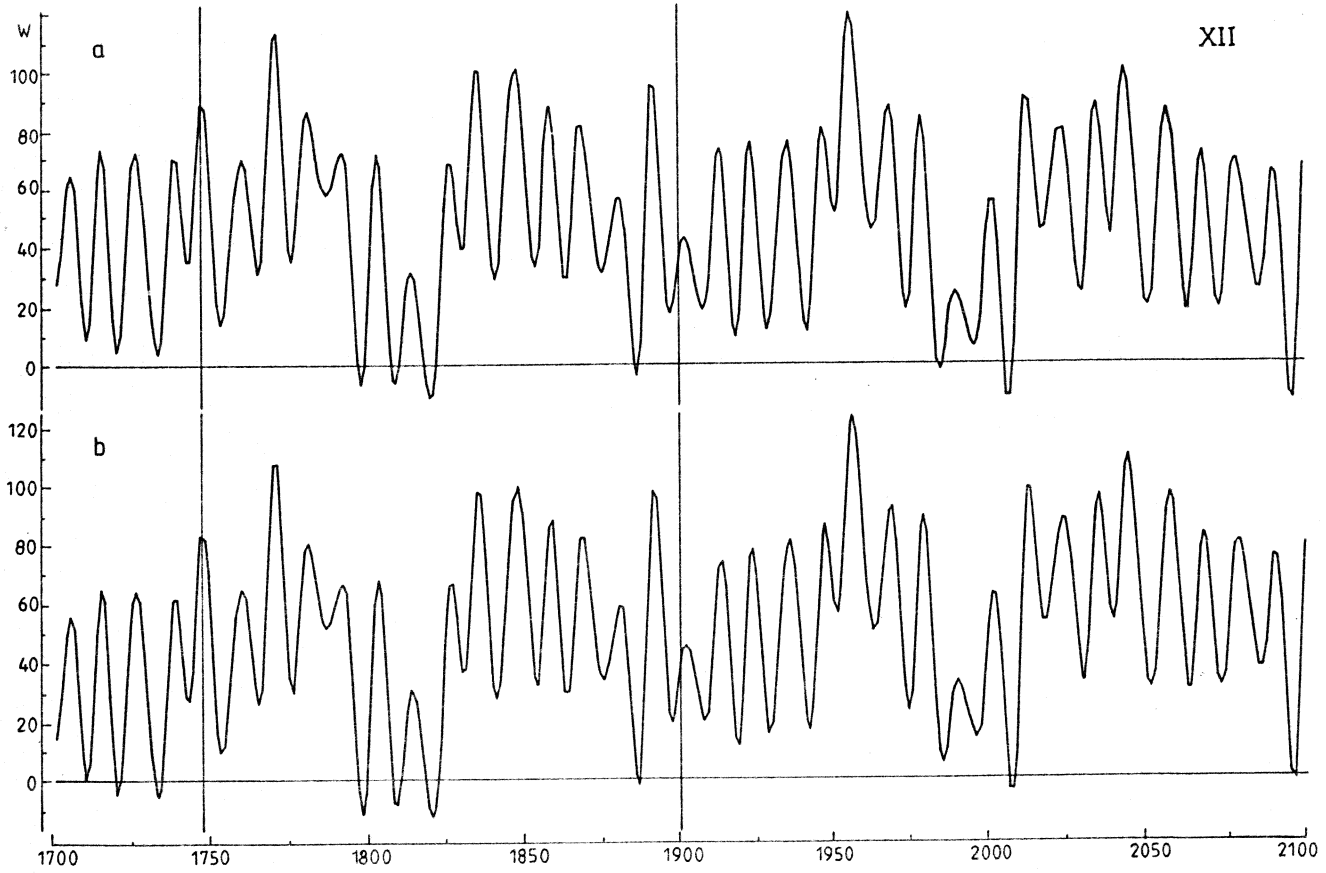
Ryc. 54. Trend wiekowy aktywności Słońca w latach 1749 - 1980: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 10 i 10′ - październik

Century trend of Sun activity in the period 1794 - 1980: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 10, 10′ - October



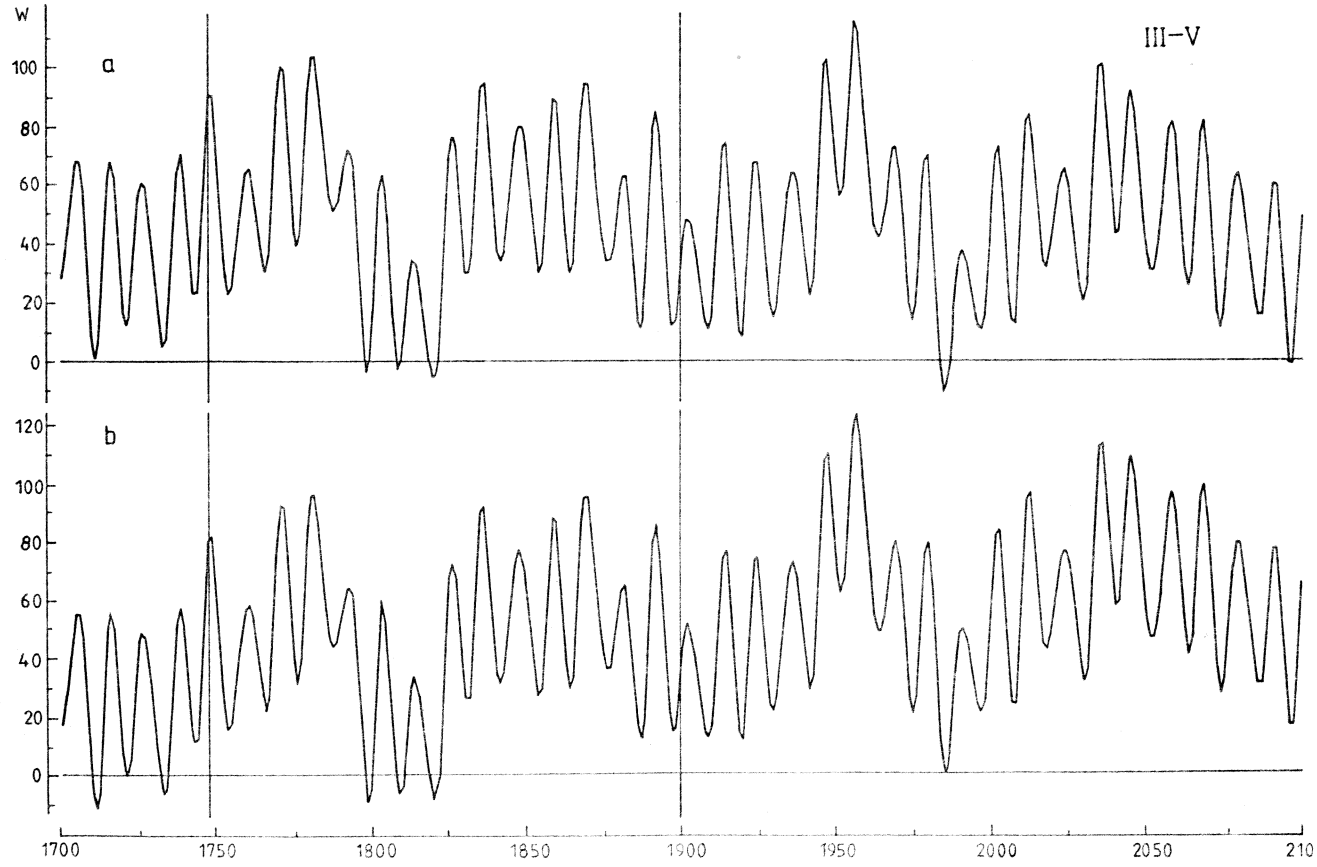
Ryc. 55. Trend wiekowy aktywności Słońca w latach 1749 - 1980: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 11 i 11′/ - listopad

Century trend of Sun activity in the period 1794 - 1980: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 11, 11′/ - November



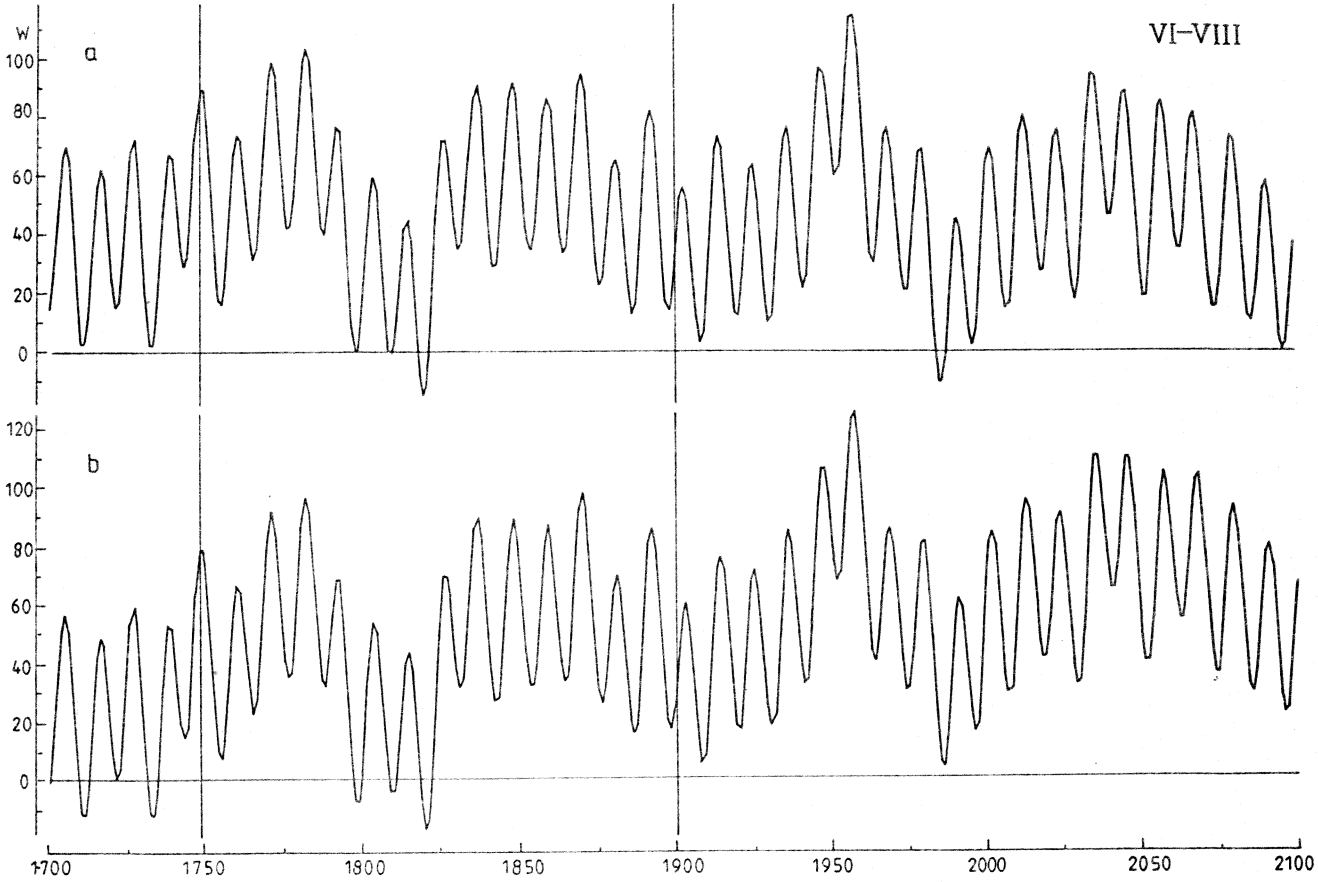
Ryc. 56. Trend wiekowy aktywności Słońca w latach 1794 - 1980: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 12 i 12′/ - grudzień

Century trend of Sun activity in the period 1794 - 1980: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 12, 12′/ - December



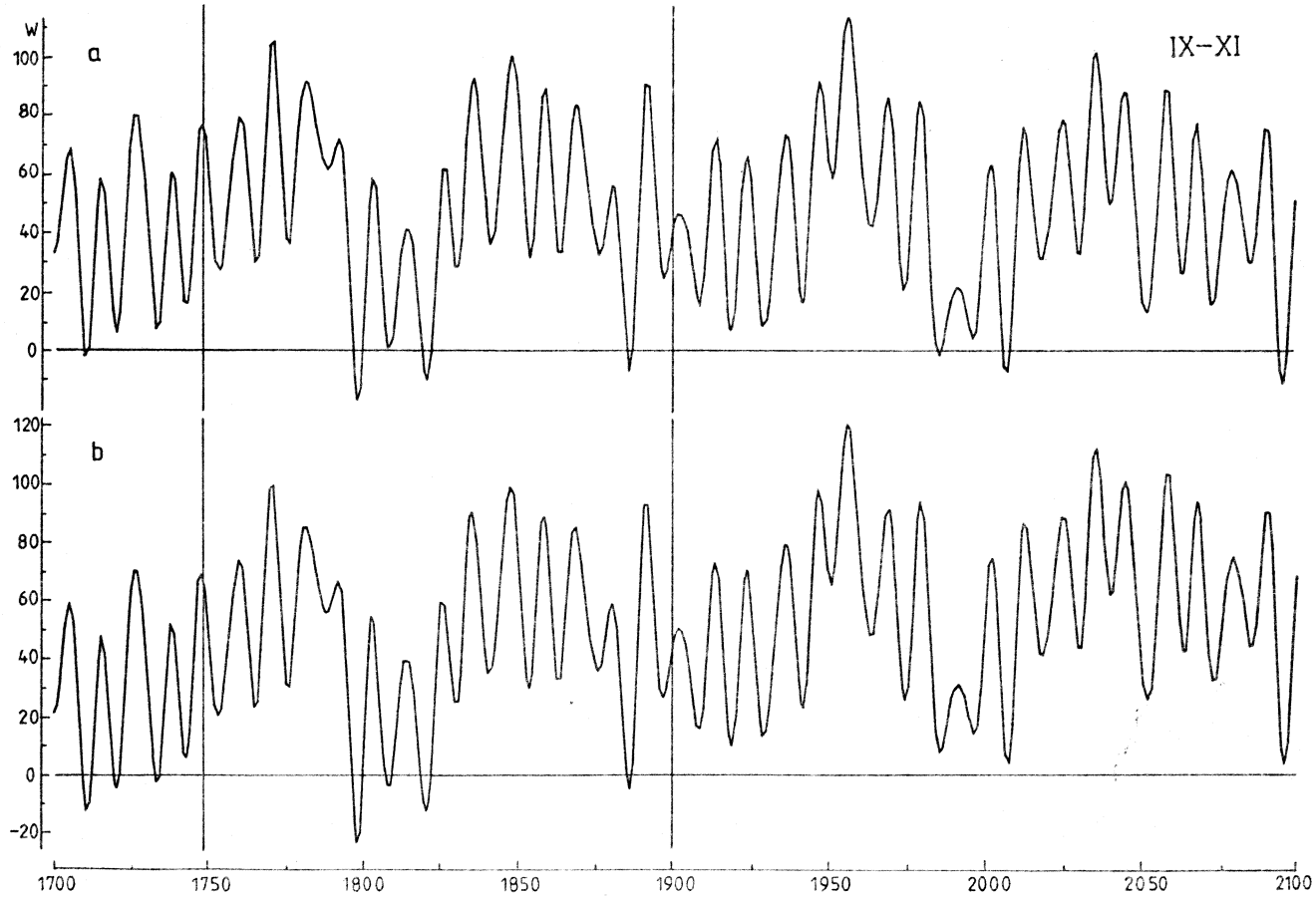
Ryc. 57. Trend wiekowy aktywności Słońca w latach 1749 - 1980: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 13 i 13′/ - wiosna

Century trend of Sun activity in the period 1794 - 1980: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 13, 13′/ - April



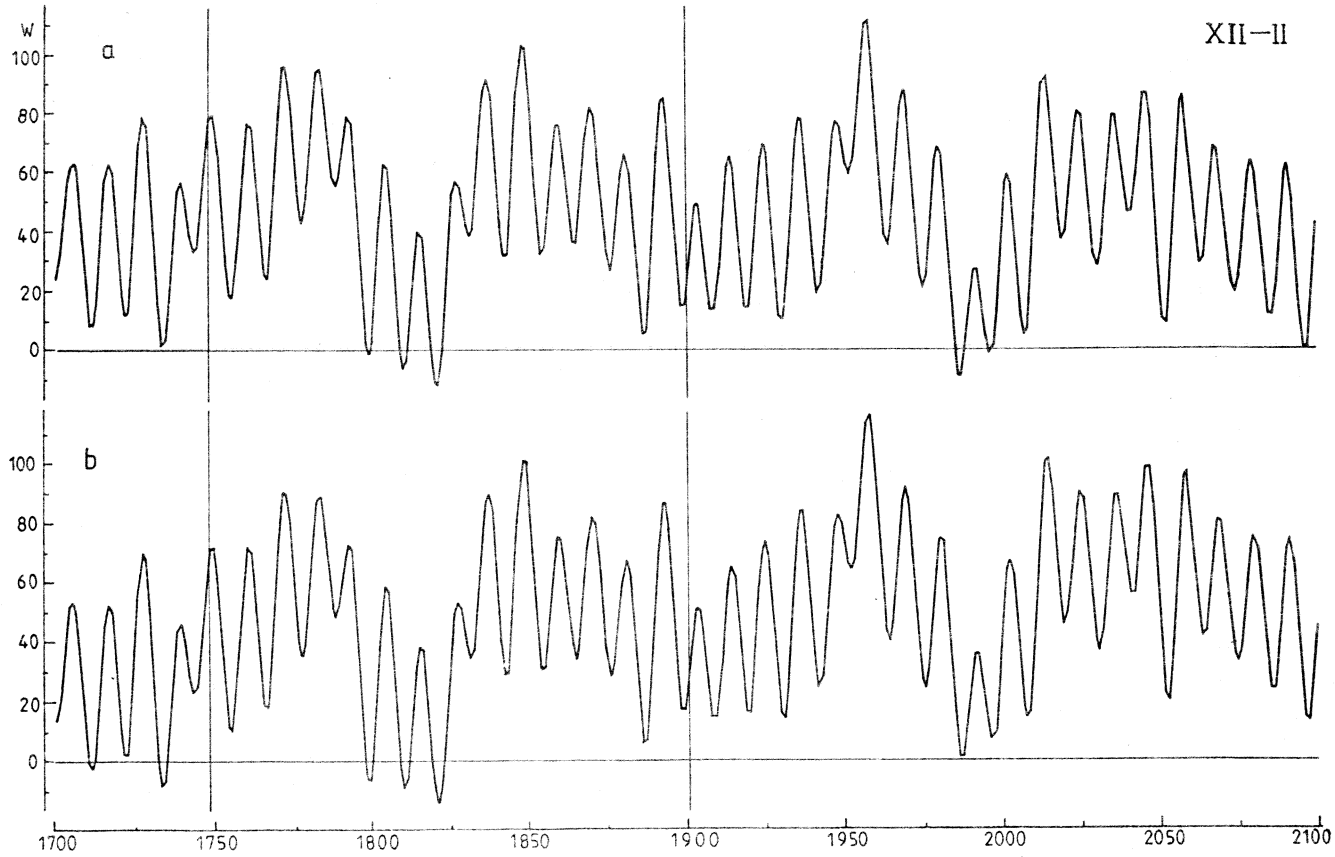
Ryc. 58. Trend wiekowy aktywności Słońca w latach 1749 - 1980: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 14 i 14′/ - lato

Century trend of Sun activity in the period 1794 - 1980: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 14, 14′/ - Summer



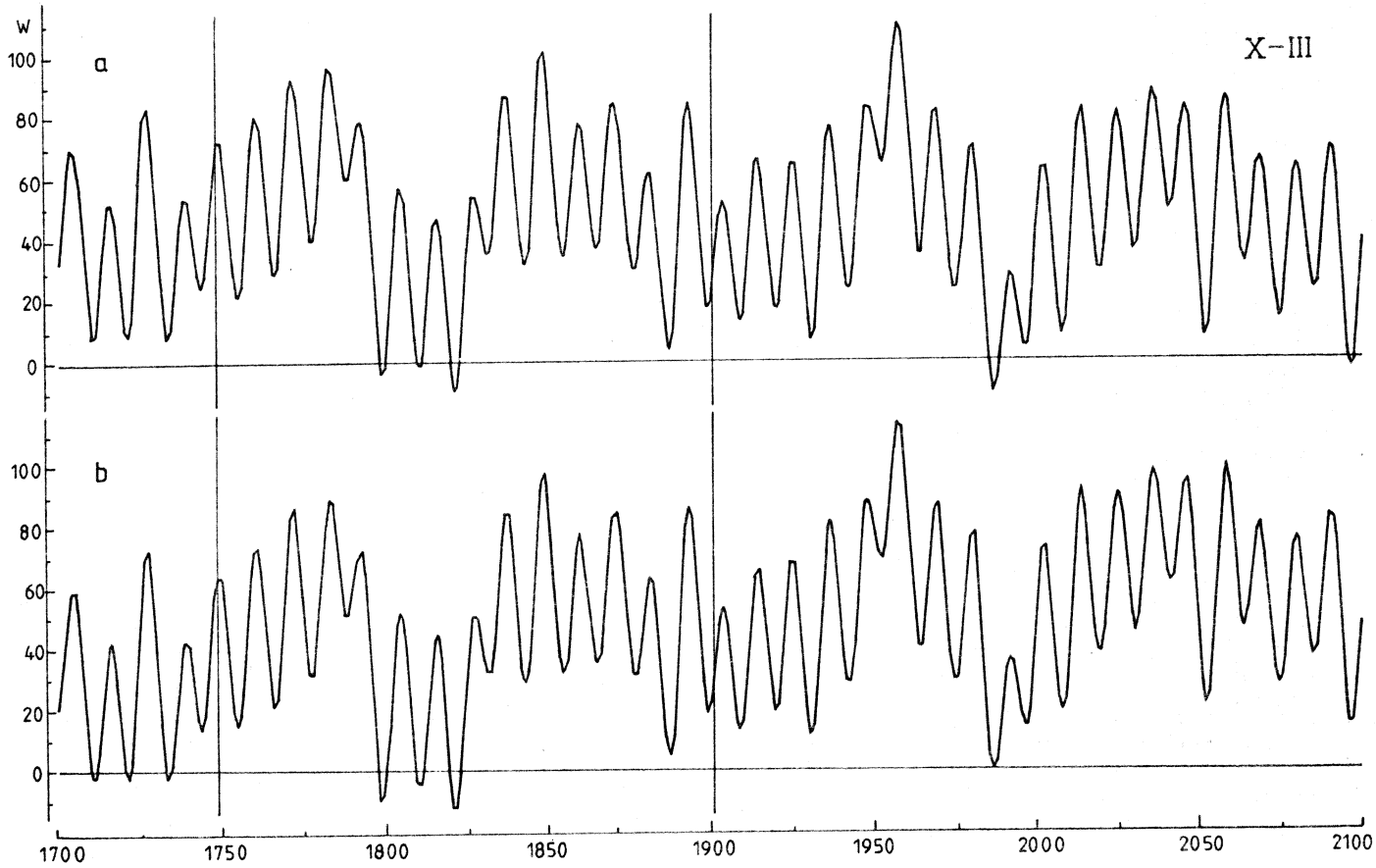
Ryc. 59. Trend wiekowy aktywności Słońca w latach 1794 - 1980: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 15 i 15′/ - jesień

Century trend of Sun activity in the period 1794 - 1980: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 15, 15′/ - autumn



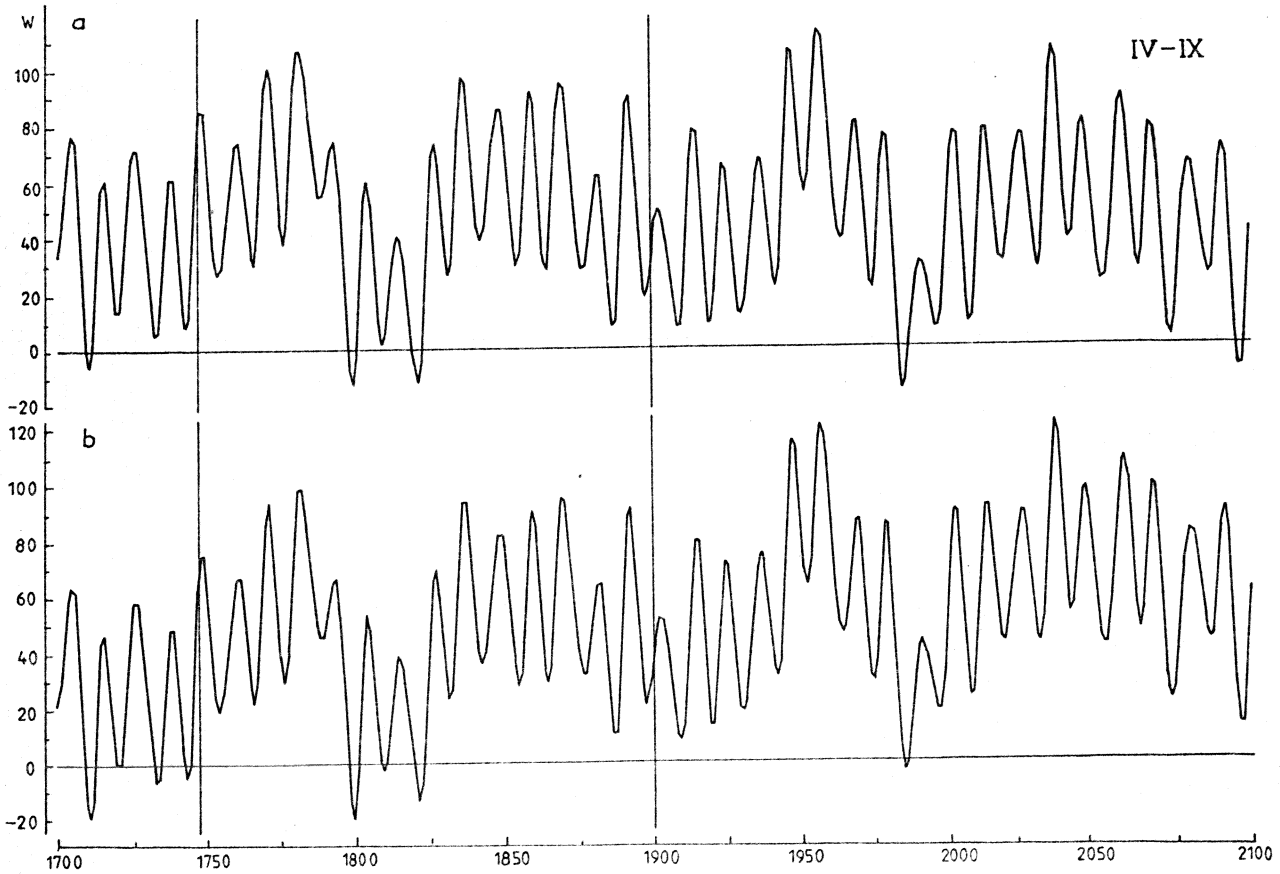
Ryc. 60. Trend wiekowy aktywności Słońca w latach 1794 - 1980: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 16 i 16′/ - zima

Century trend of Sun activity in the period 1794 - 1980: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 16, 16′/ - winter



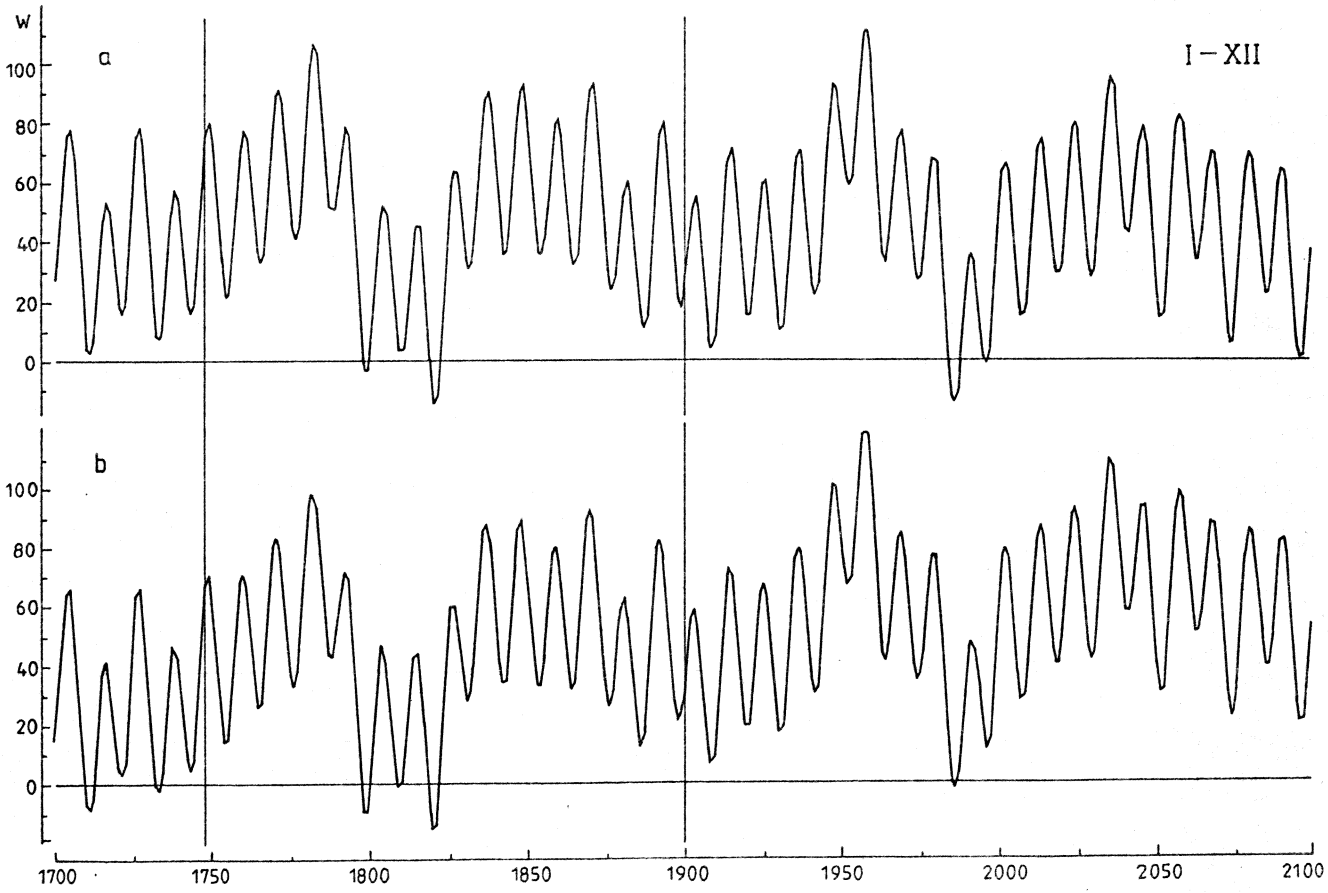
Ryc. 61. Trend wiekowy aktywności Słońca w latach 1794 - 1980: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 17 i 17'/-półrocze chłodne

Century trend of Sun activity in the period 1794 - 1980: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 17, 17'/ - cold period



Ryc. 62. Trend wiekowy aktywności Słońca w latach 1794 - 1980: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 18 i 18'/ - półrocze ciepłe

Century trend of Sun activity in the period 1794 - 1980: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 18, 18'/ - warm period



Ryc. 63. Trend wiekowy aktywności Słońca w latach 1794 - 1980: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 19 i 19'/ - rok

Century trend of Sun activity in the period 1794 - 1980: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 19, 19'/ - year

IV. ZMIANY OKRESOWE CYRKULACJI ATMOSFERYCZNEJ

Cyrkulacja atmosferyczna jako główne ogniwo mechanizmu przenoszenia zmian aktywności Słońca kształtuje wiekowe zmiany klimatu Polski.

W Atlasie wykorzystano dane dotyczące częstości trzech makrotypów cyrkulacji: wschodniej /E/, zachodniej /W/ i południkowej /C/ w atlantycko-europejskim sektorze półkuli północnej wg klasyfikacji G.J. Wangenheima /1938, 1948/.

Według Wangenheima /1948/ adwekcja chłodnego i ciepłego powietrza w umiarkowanych szerokościach geograficznych nad Oceanem Atlantyckiem i lądem Europy zależy od trzech głównych typów cyrkulacji w troposferze /poziom 500 hPa/.

Cyrkulacja wschodnia /E/, wynikająca z ogólnej południkowej cyrkulacji atmosfery, jest związana z przemieszczaniem się dolnych antycyklonów ze wschodu. Natomiast cyrkulacja zachodnia /W/ jest to strefowe przemieszczanie się układów barycznych znad Oceanu Atlantyckiego nad kontynent Europy. Z kolei cyrkulacja południkowa /centralna/ jest uwarunkowana klinem wysokiego ciśnienia nad wschodnim Atlantykiem i Półwyspem Skandynawskim. Analogicznej klasyfikacji cyrkulacji atmosferycznej w sektorze Pacyfiku i Ameryki dokonał A.A. Girs /1948/, wyodrębniając podobne makrotypy.

Częstość typów cyrkulacji atmosferycznej ulega okresowym zmianom. Z badań przeprowadzonych przez J. Boryczkę i M. Stopę-Boryczkę /1984/ wynika, że istnieją okresy:

E - 8, 10, 13, 16, 27, 46, 100 lat
W - 5, 8, 11, 13, 16, 20, 28, 45 lat
C - 3, 8, 11, 16, 24, 55 lat

/liczby dni z cyrkulacją wschodnią, zachodnią i południkową wg danych średnich rocznych częstości zaczerpniętych z publikacji J. Stachy, 1970/.

Dużą amplitudę zmian mają cykle 8-letnie cyrkulacji wschodniej /2b=27 dni/, zachodniej /2b=25 dni/, południkowej /2b=18,6 dni/.

Cykliczność 7 - 8-letnią potwierdzają badania K. Kożuchowskiego /1989/ korelacji między temperaturą powietrza i częstością makrotypow cyrkulacji - z przesunięciem czasowym ciągów chronologicznych.

Częstości /liczby dni w miesiącach/ cyrkulacji wschodniej /E/, zachodniej /W/ i południkowej /C/ w kolejnych latach 1891 - 1967 podane w publikacjach A.A. Girsa /1974/ i L.A. Dydina /1982/ wzięto z pracy K. Kożuchowskiego /1989/.

1. Cyrkulacja wschodnia

Ciągi chronologiczne liczby dni z cyrkulacją wschodnią /C_E/ w latach 1891 - 1976 przedstawiają wykresy na ryc. 65 - 82.

Widma oscylacji $b(\vartheta)$ i oscylogramy korelacji $R(\vartheta)$ - ryc. 83 - 101 charakteryzują okresowość cyrkulacji wschodniej. Natomiast okresy rzeczywiste ϑ wraz z parametrami sinusoidy regresji

$$C_E = a + b\sin\left(\frac{2\pi}{\vartheta}\ t + c\right)$$

gdzie: a - wyraz wolny,
b - amplituda,
c - przesunięcie fazowe zestawiono w tabl. 23-41.

W celu oceny istotności statystycznej amplitud /maksimów oscylogramu korelacji R/ podano wartości charakterystyki Fishera-Snedecora F. Wartości krytyczne F_{tab} odczytane z tablic rozkładu F na poziomach istotności 0,01, 0,05, 0,10 przy $n_1 = 2$ i $n_2 = 83$ wynoszą: 4,85, 3,10, 2,36.

Cyrkulacja wschodnia ulega okresowym zmianom o okresach: 3-6, 8-14, 15-18, 22-24, 27-34, 44-64 lat. Najkrótszy cykl trwa 3 lata, a najdłuższy 64 lata.

W obu półroczach: chłodnym (X-III) i ciepłym (IV-IX) występuje prawie taka sama periodyczność cyrkulacji wschodniej:

X-III	θ	8	17	22	31	54	lat
	b	7,9	8,5	9,8	9,4	9,4	
IV-IX	θ	12	17	22	30	45	lat
	b	8,6	14,6	9,0	12,4	17,4	

Powtarzają się okresy 17, 22, 30 lat, zbliżone do okresów aktywności Słońca.

Długość najdłuższego cyklu zmienia się w ciągu roku od 44 do 64 lat:

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
47	46	60	49	44	48	45	47	53	64	59	63	lat

Długie cykle cyrkulacji wschodniej są zbliżone do cykli 43 i 59 lat aktywności Słońca. Wskazują na to także przesunięcia fazowe - maksima i minima występują mniej więcej w tych samych latach.

Trendy czasowe cyrkulacji wschodniej

$$C_E = a_o + \sum_{j=1}^{k} b_j \sin\left(\frac{2\pi}{\theta_j} t + c_j\right), \qquad \text{(wzory 1, ... , 19)}$$

$$C_E = a_o + at + \sum_{j=1}^{k} b_j \sin\left(\frac{2\pi}{\theta_j} t + c_j\right), \qquad \text{(wzory 1', ..., 19')}$$

wyznaczono składając rzeczywiste cykle - sinusoidy regresji o okresach θ /tabl. 23 - 41/. Ponadto wyodrębniono składnik liniowy $\Delta C_E = at$, charakteryzujący stałą tendencję zmian: rosnącą /$a > 0$/ lub malejącą /$a < 0$/.

Współczynniki regresji cząstkowej a wyrażone w liczbie dni/100 lat w poszczególnych miesiącach są następujące:

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
a	5,0	6,2	2,5	5,8	9,1	12,9	13,4	2,0	8,3	1,6	9,8	4,1

W ciągu całego roku tendencja a zmian cyrkulacji wschodniej jest dodatnia. Przyrosty frekwencji cyrkulacji wschodniej w latach 1950, 2000 w odniesieniu do roku 1890 /$\Delta C_E = at = 0$/ wynoszą:

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1950	3	3,7	1,5	3,5	5,5	7,7	8,0	1,2	5,0	1,0	5,9	2,5
2000	5,5	6,8	2,8	6,4	6,4	14,2	14,7	2,2	9,1	1,8	10,8	4,5

Stała tendencja zmian cyrkulacji C_E w półroczu ciepłym, a = 68,1 dni/100 lat, jest prawie trzykrotnie większa niż w półroczu chłodnym, a = 23,6 dni/100 lat.

Przyrosty ΔC_E= at odpowiednio wynoszą:

	1950	2000
X-III	14,1	25,9
IV-IX	40,9	74,9

Składnik liniowy ΔC_E = at trendu cyrkulacji wschodniej prawdopodobnie aproksymuje odcinek sinusoidy - cyklu wiekowego - o nieznanym okresie.

Wykresami funkcji aproksymujących (1), ... , (19) i (1'), ... (19') są krzywe na ryc. 217-234; rekonstrukcja - 1850 - 1890, aproksymacja - 1891 - 1976, prognoza - 1977 - 2050.

Przykładowo podano prognozę sum rocznych liczby dni o cyrkulacji wschodniej w latach 1991 - 2020 /wg wzoru 13 /:

1991	153,3	2001	138,6	2011	123,8
1992	138,7	2002	154,8	2012	114,6
1993	153,2	2003	140,3	2013	111,4
1994	132,3	2004	127,8	2014	149,6
1995	111,7	2005	156,6	2015	153,9
1996	135,3	2006	152,9	2016	149,9
1997	133,4	2007	141,4	2017	176,8
1998	131,4	2008	158,6	2018	168,3
1999	153,4	2009	136,3	2019	158,7
2000	160,0	2010	109,3	2020	190,2

W prognozowanym 30-leciu 1991 - 2020 najmniejsza częstość cyrkulacji wschodniej wystąpi w latach 1995 /112 dni/ i 2013 / 111 dni/, a największa - w roku 2000 /160 dni/ i 2020 /190 dni/.

Dokładność funkcji trendów (1), (1'), ..., (19), (19') charakteryzują wskaźniki statystyczne ε - odchylenie resztowe, δ - błąd standardowy, R - współczynnik korelacji wielokrotnej, F - charakterystyka Fishera-Snedecora (tabl. 42). Funkcje trendów wiekowych cyrkulacji wschodniej są istotne statystycznie na poziomach ufności 90%, 95%, 99% - z wyjątkiem grudnia /F = 1,96, F = 1,86, a F_{tab} = 2,15, F_{tab} = 2,02/ - wzór 12.

Trendy (19, 19') rocznych sum dni o cyrkulacji wschodniej są istotne statystycznie na poziomie ufności 99%. Współczynnik korelacji wielokrotnej R osiąga wartości: wzór (13) - 0,716, wzór (13') - 0,849, a wartości obliczone charakterystyki Fishe-

ra-Snedecora wynoszą odpowiednio F = 6,32, F = 14,14. Natomiast wartości krytyczne F_{tab} odczytane z tablic rozkładu F przy $n_1=6$, $n_2=80$ i $n_1=7$, $n_2=79$ stopniach swobody na poziomie istotności 0,01 wynoszą F_{tab} = 3,04, F_{tab} = 2,87. Stąd wniosek o istnieniu /z prawdopodobieństwem 99%/trendu czasowego cyrkulacji wschodniej, określonego wzorami (13),(13').

2. Cyrkulacja zachodnia

Miesięczne liczby dni z cyrkulacją zachodnią (C_W) w latach 1891 - 1976 przedstawiają wykresy na ryc. 121-139.

Okresowość cyrkulacji zachodniej określają widma oscylacji $b(\vartheta)$ i oscylogramy korelacji $R(\vartheta)$ - ryc. 140-158.

Cykle rzeczywiste cyrkulacji zachodniej - równania sinusoid regresji

$$C_W = a + b \sin\left(\frac{2\pi}{\vartheta} t + c\right)$$

gdzie: ϑ - okres rzeczywisty,
b - amplituda,
c - przesunięcie fazowe przedstawiono w tabl. 43-61.

Najkrótszy okres wynosi 4 lata, a najdłuższy 99 lat.

Cyrkulacja zachodnia ulega periodycznym zmianom o okresach 4 - 6, 8 - 14, 15 - 18, 21 - 26, 30 - 41, 48 - 55, 87 - 99 lat.

W przypadku 4 miesięcy stwierdzono cykliczność 87 - 99 lat, analogiczną do aktywności Słońca / 91 lat/:

		F
I	$C_W = 10{,}77 + 2{,}73 \sin\left(\frac{2\pi}{98} t - 1{,}666\right)$	3,40
II	$C_W = 8{,}11 + 2{,}82 \sin\left(\frac{2\pi}{99} t + 0{,}134\right)$	5,19
V	$C_W = 7{,}88 + 3{,}89 \sin\left(\frac{2\pi}{87} t - 0{,}134\right)$	9,23
XI	$C_W = 10{,}96 + 3{,}63 \sin\left(\frac{2\pi}{88} t + 0{,}345\right)$	5,46

Amplitudy tych cykli 2b = 5,46, 5,64, 7,78, 7,26 są istotne na poziomie istotności 0,05.

Oto daty maksimów i minimów zimowych cykli wiekowych:

styczeń - cykl 98 lat		luty - cykl 99 lat	
maksimum	minimum	maksimum	minimum
1842	1793	1813	1763
1940	1891	1912	1862
2038	1989	2012	1961
			2060

Na uwagę zasługują też cykle 30 - 41 lat i 48 - 55 lat:

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
41	41	.	38	35	33	30	30	31	33	.	30
.	.	55	.	.	.	48	49	51	53	.	55

zbliżone do cykli aktywności Słońca: 27 - 30, 42 - 45, 57 - 60.

W obu półroczach: chłodnym (X-III) i ciepłym (IV-IX) występują analogiczne cykle cyrkulacji zachodniej:

X-III	θ	9	14	30	46 lat
	b	8,0	6,6	6,4	3,9
IV-IX	θ	9	17	31	43 lat
	b	8,6	9,7	11,9	6,7

Interesujące jest, że maksima cykli 30 lat w półroczu chłodnym i 31 w półroczu ciepłym występują mniej więcej w tych samych latach:

X-III	1894	1924	1954	1984	2014
IV-IX	1891	1922	1953	1984	2015

Okresy cyrkulacji zachodniej, np. w półroczu ciepłym - 9, 17, 31, 45 lat, są zbliżone do okresów cyrkulacji wschodniej (12, 17, 22, 30, 45 lat) i okresów aktywności Słońca (11, 21, 28, 43 lat).

Trendy czasowe cyrkulacji zachodniej o postaci ogólnej

$$C_W = a_o + \sum_{j=1}^{k} b_j \sin\left(\frac{2\pi}{\theta_j} t + c_j\right)$$

$$C_W = a_o + a\,t + \sum_{j=1}^{k} b_j \sin\left(\frac{2\pi}{\theta_j} t + c_j\right)$$

uwzględniają nakładanie się cykli rzeczywistych (wzory 1, ... , 19) i stałą tendencję wiekowych zmian (wzory 1', ... , 19')

Składnik liniowy $\Delta C_W = at$ trendu informuje o stałym wzroście ($a > 0$) czy też spadku ($a < 0$) częstości cyrkulacji zachodniej w latach 1891 - 1976.

Tendencja $\frac{\partial C_W}{\partial t} = a + \ldots$ wiekowych zmian cyrkulacji zachodniej jest ujemna/z wyjątkiem lutego/w ciągu roku:

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
a	-1,0	-3,6		-4,0		-11,7		-13,6		-8,5			dni/
	1,0		-4,0		-6,4		-17,1		-3,8		-6,9		100 lat

Największy spadek częstości cyrkulacji zachodniej występuje w miesiącach półrocza letniego: lipiec a =-11,7, sierpień a =-17,1, wrzesień a =-13,6 dni/100 lat.

Spadki liczby dni z cyrkulacją zachodnią w latach 1950, 2000 względem roku 1890 ($\Delta C_W = 0$) osiągają wartości:

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1950	-0,6		-2,2		-2,4		-7,0		-8,2		-5,1	
		-06		-2,4		-3,8		-10,3		-2,3		-4,1
2000	-1,1		-4,0		-4,4		-12,9		-15,0		-9,4	
		-1,1		-4,4		-7,0		-18,8		-4,2		-7,6

Stałe spadki liczby dni z cyrkulacją zachodnią w półroczu ciepłym a = 69,3 dni/100 lat są prawie dwukrotnie większe niż w półroczu chłodnym a =-41,5 dni/100 lat. Stąd sumy roczne (wzór 13') maleją o 113,6 dni/100 lat.

Ekstrapolując funkcje trendów (1), ..., (19) i (1')..., (19') dokonano prognoz częstości cyrkulacji zachodniej w latach 1977-2050.

Przykładowo podano prognozę cyrkulacji zachodniej w latach 1991 - 2020 wynikającą z samej periodyczności cyrkulacji zachodniej - wartości C_W obliczone ze wzoru (13):

1991	137,8	2001	103,4	2011	128,5
1992	141,1	2002	111,1	2012	122,9
1993	145,2	2003	114,6	2013	115,8
1994	145,5	2004	113,2	2014	111,8
1995	138,9	2005	109,2	2015	114,3
1996	125,9	2006	106,6	2016	123,4
1997	110,6	2007	108,6	2017	135,4
1998	98,2	2008	115,1	2018	144,8
1999	93,1	2009	123,2	2019	147,5
2000	95,8	2010	128,7	2020	142,8

Można oczekiwać, iż w latach 1994, 2019 liczba przypadków dni o cyrkulacji zachodniej będzie największa, a w roku 1999 - najmniejsza.

Dokładność aproksymacji ciągów chronologicznych cyrkulacji zachodniej szeregami czasowymi $C_W = f(t)$ i $C_W = F(t)$ - równań (1), ... , (19) i (1'), ... , (19') charakteryzuje tabl. 62.

3. Cyrkulacja południkowa

Dane obserwacyjne cyrkulacji południkowej C /miesięczne wartości / w latach 1891 - 1976 /wg klasyfikacji Wangenheima / przedstawiają ryc. 178-196.

Widma oscylacji $b(\vartheta)$ i oscylogramy $R(\vartheta)$ cyrkulacji południkowej - to wykresy na ryc. 197-215.

Maksima lokalne każdego z widm oscylacji - okresy rzeczywiste ϑ wraz z pozostałymi parametrami sinusoid regresji $C = a + b \sin\left(\frac{2\pi}{\vartheta} t + c\right)$ o wyrazie wolnym a, amplitudzie b i przesunięciu fazowym c podano w tabl. 64-81.

Okresy cyrkulacji południkowej w poszczególnych miesiącach zawierają się w przedziałach:
4-7, 8-14, 16-18, 19-24, 28-34, 40-48, 58-67, 70-87 lat.

Najdłuższe cykle cyrkulacji południkowej w kolejnych miesiącach wynoszą:

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
ϑ	58	70	67	47	48	40	43	60	77	73	60	87	lat
b	2,7	1,6	2,2	2,2	4,5	2,9	3,5	2,0	2,2	3,3	1,9	1,6	

Ich średnia długość jest równa $\bar{\vartheta} = 60{,}8$ lat.

Roczne liczby cyrkulacji południkowej ulegają okresowym zmianom:

I-XII	ϑ	8	17	23	61	lat
	b	7,8	12,1	13,9	19,7	

Najdłuższy okres 61 lat jest więc wypadkową cykli 40 - 87 lat.

Interesujące jest porównanie cykli 58 lat cyrkulacji południkowej / styczeń / z cyklem 59 lat aktywności Słońca w tym miesiącu:

$$C = 6{,}611 + 2{,}059 \sin\left(\frac{2\pi}{58} t + 0{,}437\right)$$

$$W = 48{,}24 + 14{,}24 \sin\left(\frac{2\pi}{59} t - 2{,}217\right)$$

Cykle te są synchroniczne - ekstrema sinusoid występują w tych samych latach:

C_{max}	W_{max}	C_{min}	W_{min}
1784	1783	1813	1813
1842	1842	1871	1872
1900	1902	1929	1931
1958	1960	1987	1990
2016	2020	2045	2049

Potwierdza to hipotezę Haurwitza / 1946 / o wzmożonej cyrkulacji południkowej podczas maksimów aktywności Słońca.

Trendy czasowe cyrkulacji południkowej o równaniach ogólnych:

$$C = a_o + \sum_{j=1}^{k} b_j \sin\left(\frac{2\pi}{\vartheta_j} t + c_j\right)$$

$$C = a_o + at + \sum_{j=1}^{k} b_j \sin\left(\frac{2\pi}{\vartheta_j} t + c_j\right)$$

- to funkcje (1), ..., (19) i (19'), ... , (19') i ich wykresy ryc. 217-234.

Ich dokładność określają wskaźniki statystyczne: ε - odchylenie resztowe, δ - błąd standardowy, R - współczynnik korelacji wielokrotnej i wartość F - charakterystyki Fishera-Snedecora (tabl. 82). Jedynie w marcu trendy C = f (t) i C = F(t) cyrkulacji południkowej są nieistotne statystycznie: R = 0,334, R = 0,359 na poziomie istotności 10%. Wartości obliczone testu Fishera-Snedecora: F = 1,66, F = 1,64 są mniejsze od wartości krytycznych: F_{tab} = 1,92, 1,85 odczytanych z tablic rozkładu F o $n_1 = 5$, $n_2 = 81$ i $n_i = 6$, $n_2 = 80$ stopniach swobody. Trendy wiekowe cyrkulacji południkowej w pozostałych miesiącach są istotne statystycznie na poziomach istotności 5% lub 1%.

Składnik liniowy $\triangle C = at$ cyrkulacji południkowej jest mały i zmienia znak w ciągu roku:

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
a	0,6		2,0		3,4		-1,7		1,0		1,2	
		0,0		1,7		-3,8		1,4		1,5		-0,3

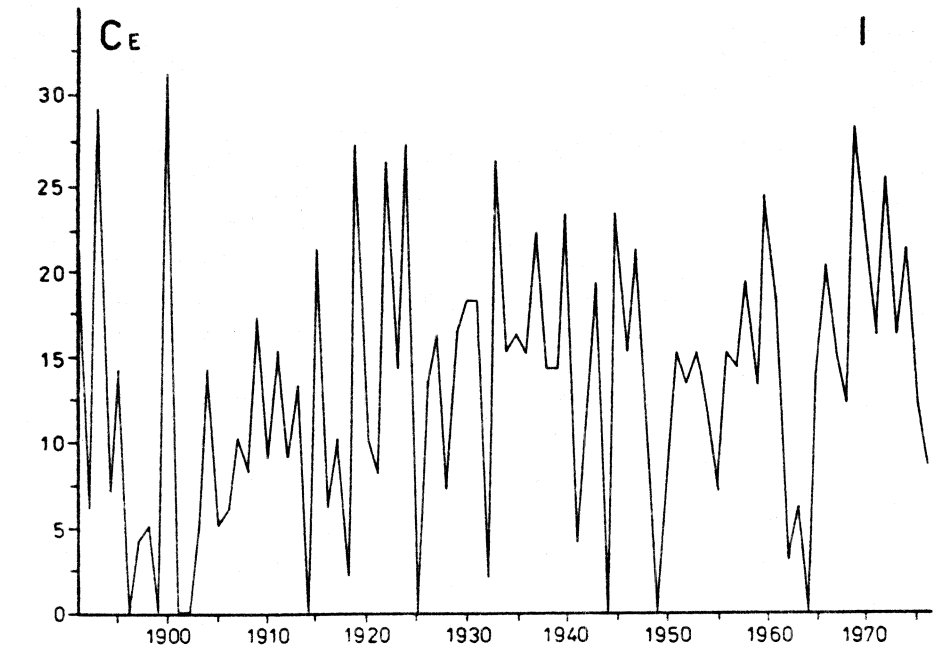
dni/100 lat

W miesiącach letnich: czerwiec, lipiec obserwuje się stały niewielki spadek częstości cyrkulacji południkowej o 3,8, 1,7 dni/100 lat.

Większa jest amplituda zmian okresowych, Oto prognoza częstości / liczebności / cyrkulacji południkowej w latach 1991 - 2020:

1991	86,1	2001	80,4	2011	128,5
1992	84,4	2002	80,4	2012	136,9
1993	86,2	2003	88,6	2013	139,4
1994	91,8	2004	94,6	2014	135,4
1995	98,7	2005	98,3	2015	127,0
1996	103,5	2006	99,2	2016	117,7
1997	103,4	2007	99,1	2017	110,8
1998	98,2	2008	101,1	2018	107,3
1999	90,1	2009	107,2	2019	105,8
2000	83,2	2010	117,2	2020	103,5

Najmniejsza częstość cyrkulacji południkowej / 80 dni / wystąpi w roku 2001, a największa / 139 dni / - w roku 2013.

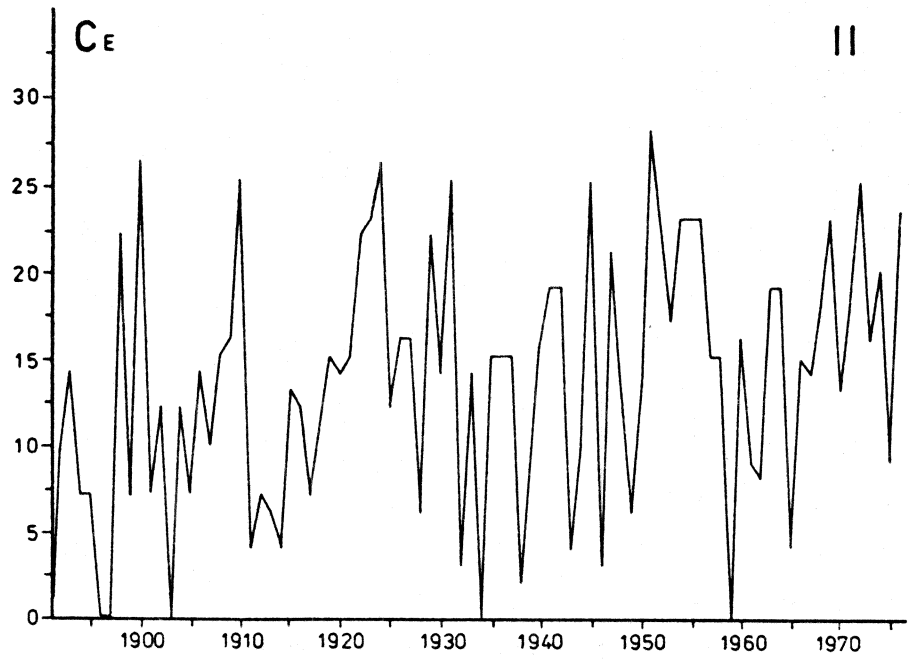


Ryc. 64. Cyrkulacja atmosferyczna wschodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - styczeń
Easterly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - January

Styczeń

$$C_E = 13{,}08 + 2{,}828\sin\left(\frac{2\pi}{3}t - 0{,}9735\right) + 2{,}328\sin\left(\frac{2\pi}{12}t - 2{,}844\right) + 2{,}402\sin\left(\frac{2\pi}{16}t + 1{,}317\right) + 1{,}244\sin\left(\frac{2\pi}{27}t + 2{,}339\right) + 2{,}819\sin\left(\frac{2\pi}{47}t + 2{,}657\right) \quad (1)$$

$$C_E = 10{,}92 + 0{,}04965\,t + 2{,}844\sin\left(\frac{2\pi}{3}t - 0{,}9650\right) + 2{,}262\sin\left(\frac{2\pi}{12}t - 2{,}786\right) + 2{,}350\sin\left(\frac{2\pi}{16}t + 1{,}307\right) + 1{,}024\sin\left(\frac{2\pi}{27}t + 2{,}316\right) + 2{,}518\sin\left(\frac{2\pi}{47}t + 2{,}461\right) \quad (1')$$

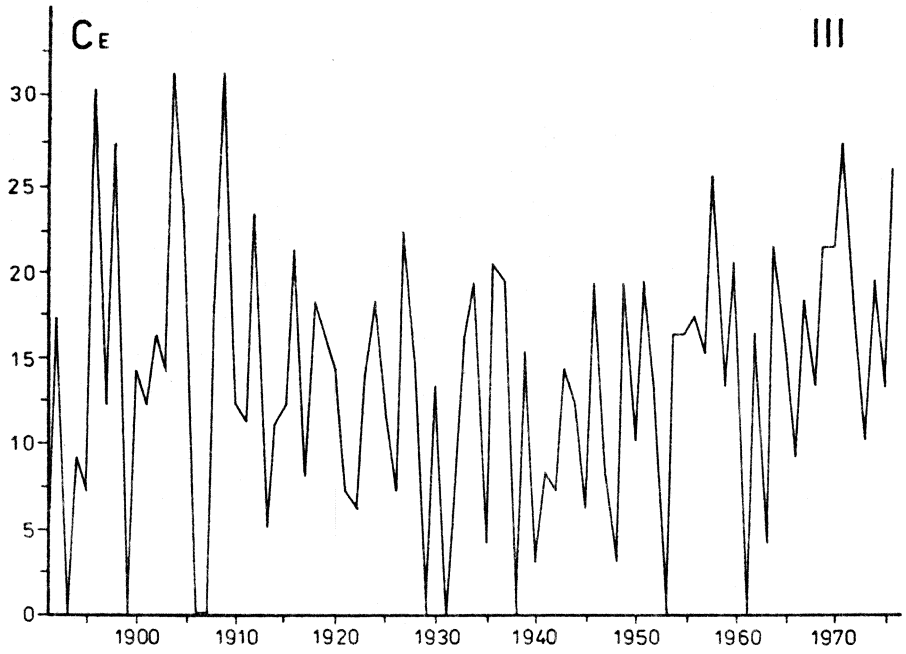


Ryc. 65. Cyrkulacja atmosferyczna wschodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - luty
Easterly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - February

Luty

$$C_E = 13{,}48 + 2{,}418\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 2{,}917\right) + 1{,}985\sin\left(\frac{2\pi}{17}t + 2{,}427\right) + 2{,}838\sin\left(\frac{2\pi}{23}t - 2{,}129\right) + 1{,}864\sin\left(\frac{2\pi}{46}t - 2{,}592\right) \quad (2)$$

$$C_E = 10{,}78 + 0{,}06214\,t + 2{,}268\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 2{,}880\right) + 1{,}775\sin\left(\frac{2\pi}{17}t + 2{,}384\right) + 2{,}574\sin\left(\frac{2\pi}{23}t - 2{,}093\right) + 1{,}065\sin\left(\frac{2\pi}{46}t - 2{,}430\right) \quad (2')$$

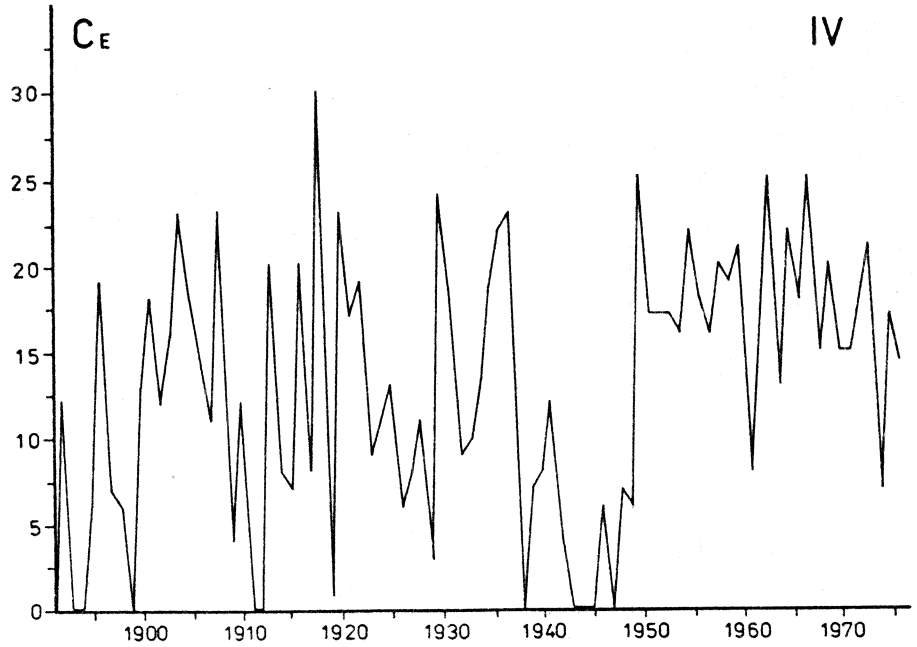


Ryc. 66. Cyrkulacja atmosferyczna wschodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - marzec
Easterly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - March

Marzec

$$C_E = 12{,}67 + 2{,}710\sin\left(\frac{2\pi}{6}t - 0{,}0297\right) + 2{,}336\sin\left(\frac{2\pi}{8}t - 2{,}198\right) + 1{,}574\sin\left(\frac{2\pi}{18}t - 2{,}012\right) + 2{,}894\sin\left(\frac{2\pi}{60}t - 0{,}3569\right) \quad (3)$$

$$C_E = 11{,}60 + 0{,}02470t + 2{,}711\sin\left(\frac{2\pi}{6}t - 0{,}0362\right) + 2{,}299\sin\left(\frac{2\pi}{8}t - 2{,}188\right) + 1{,}484\sin\left(\frac{2\pi}{18}t - 1{,}969\right) + 2{,}900\sin\left(\frac{2\pi}{60}t - 0{,}3605\right) \quad (3')$$

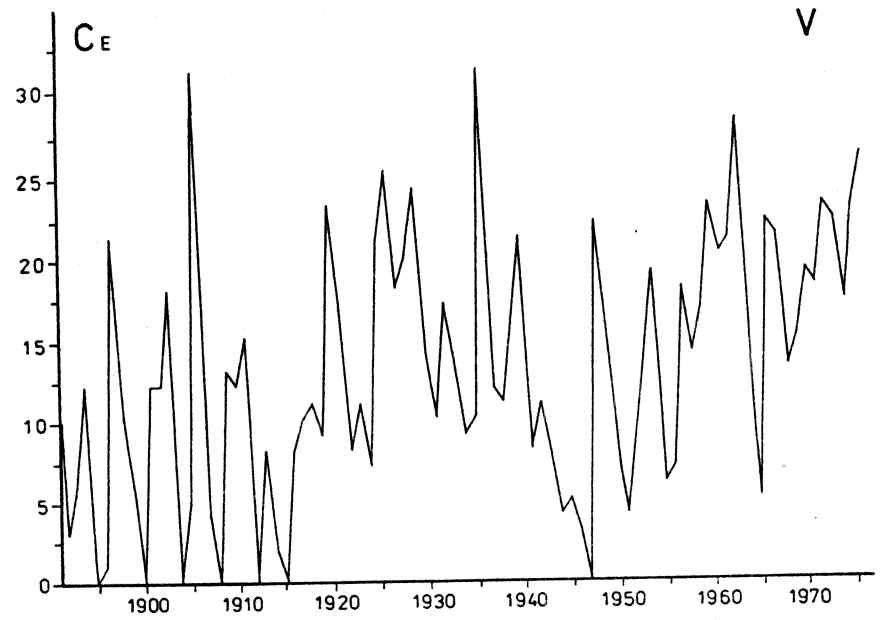


Ryc. 67. Cyrkulacja atmosferyczna wschodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - kwiecień
Easterly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - April

Kwiecień

$$C_E = 12{,}66 + 4{,}201\sin\left(\frac{2\pi}{17}t - 2{,}889\right) + 2{,}899\sin\left(\frac{2\pi}{27}t - 1{,}768\right) + 3{,}818\sin\left(\frac{2\pi}{49}t - 1{,}919\right) \quad (4)$$

$$C_E = 10{,}14 + 0{,}05802\,t + 3{,}983\sin\left(\frac{2\pi}{17}t - 2{,}850\right) + 3{,}047\sin\left(\frac{2\pi}{27}t - 1{,}685\right) + 3{,}298\sin\left(\frac{2\pi}{49}t - 1{,}827\right) \quad (4')$$

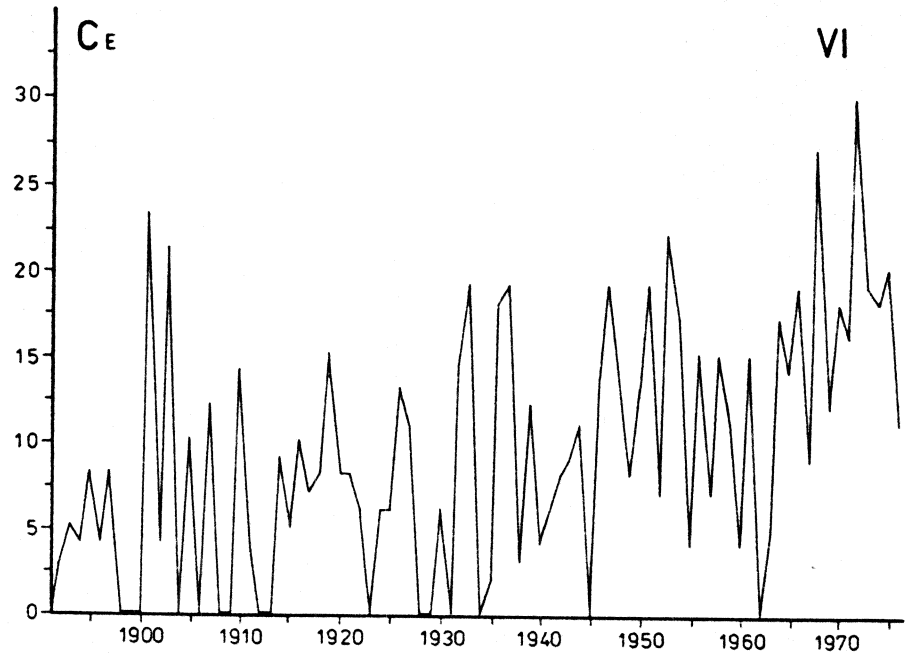


Ryc. 68. Cyrkulacja atmosferyczna wschodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - maj
Easterly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - May

Maj

$$C_E = 12{,}84 + 2{,}611\sin\left(\frac{2\pi}{5}t - 0{,}6801\right) + 2{,}182\sin\left(\frac{2\pi}{11}t - 1{,}690\right) + 2{,}492\sin\left(\frac{2\pi}{18}t + 2{,}893\right) + 4{,}767\sin\left(\frac{2\pi}{44}t + 2{,}711\right) \quad (5)$$

$$C_E = 8{,}895 + 0{,}09076\,t + 2{,}648\sin\left(\frac{2\pi}{5}t - 0{,}6689\right) + 2{,}094\sin\left(\frac{2\pi}{11}t - 1{,}577\right) + 2{,}204\sin\left(\frac{2\pi}{18}t + 2{,}757\right) + 3{,}704\sin\left(\frac{2\pi}{44}t + 2{,}546\right) \quad (5')$$

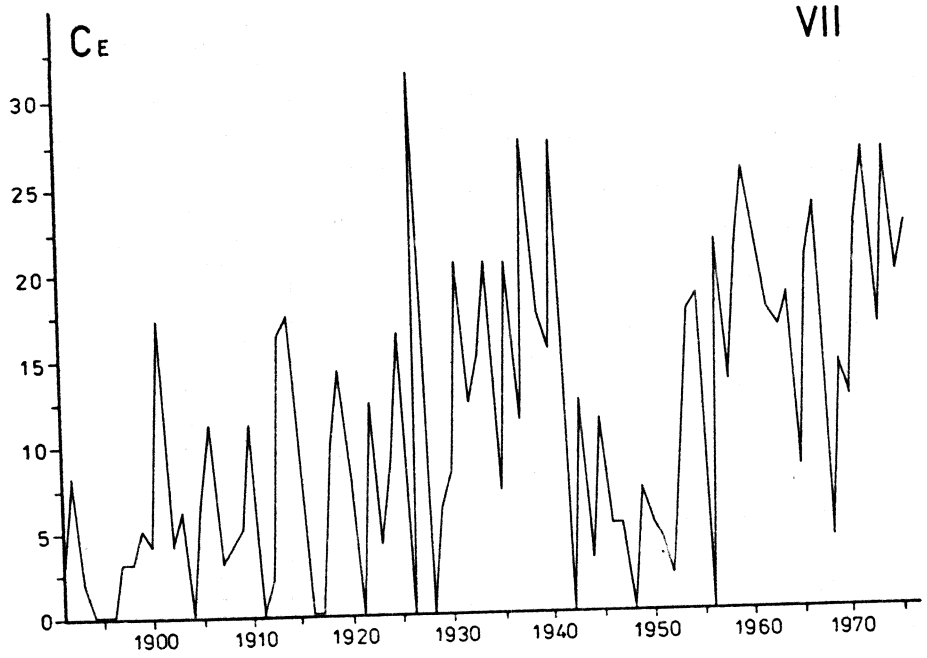


Ryc. 69. Cyrkulacja atmosferyczna wschodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - czerwiec
Easterly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - June

Czerwiec

$$C_E = 9{,}246 + 2{,}018\sin\left(\frac{2\pi}{8}t - 1{,}625\right) + 2{,}954\sin\left(\frac{2\pi}{17}t - 2{,}793\right) + 1{,}932\sin\left(\frac{2\pi}{23}t - 2{,}013\right) + 1{,}784\sin\left(\frac{2\pi}{30}t - 3{,}059\right) + 1{,}227\sin\left(\frac{2\pi}{48}t - 2{,}415\right) \quad (6)$$

$$C_E = 3{,}623 + 0{,}1293t + 1{,}940\sin\left(\frac{2\pi}{8}t - 1{,}533\right) + 2{,}723\sin\left(\frac{2\pi}{17}t - 2{,}716\right) + 1{,}375\sin\left(\frac{2\pi}{23}t - 1{,}807\right) + 0{,}8563\sin\left(\frac{2\pi}{30}t + 2{,}955\right) + 0{,}3079\sin\left(\frac{2\pi}{48}t + 0{,}0113\right) \quad (6')$$

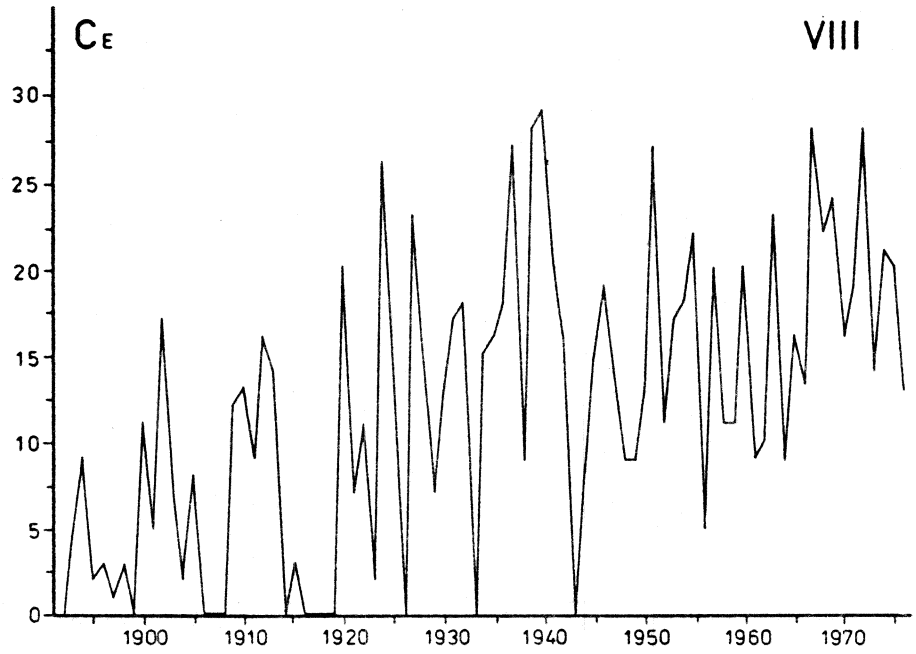


Ryc. 70. Cyrkulacja atmosferyczna wschodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - lipiec
Easterly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - July

Lipiec

$$C_E = 10{,}67 + 1{,}893\sin\left(\frac{2\pi}{12}t + 1{,}828\right) + 3{,}008\sin\left(\frac{2\pi}{18}t - 2{,}896\right) + 3{,}511\sin\left(\frac{2\pi}{29}t - 2{,}267\right) + 4{,}131\sin\left(\frac{2\pi}{45}t + 2{,}816\right) \quad (7)$$

$$C_E = 4{,}856 + 0{,}1337\,t + 1{,}675\sin\left(\frac{2\pi}{12}t + 1{,}750\right) + 2{,}386\sin\left(\frac{2\pi}{18}t - 2{,}971\right) + 2{,}919\sin\left(\frac{2\pi}{29}t - 1{,}965\right) + 2{,}768\sin\left(\frac{2\pi}{45}t + 2{,}486\right) \quad (7')$$

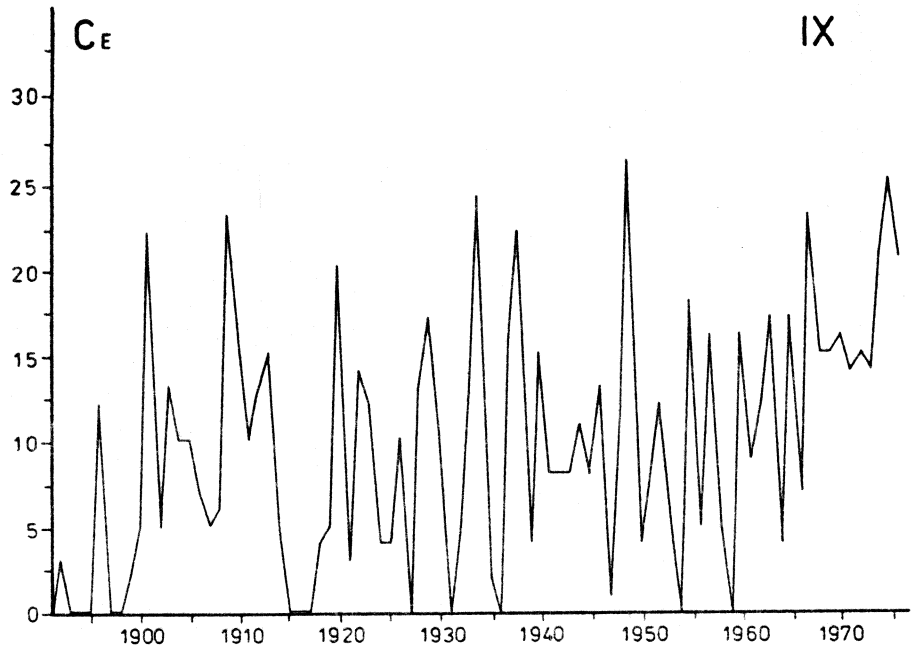


Ryc. 71. Cyrkulacja atmosferyczna wschodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - sierpień
Easterly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - August

Sierpień

$$C_E = 12{,}02 + 2{,}245\sin\left(\frac{2\pi}{3}t - 0{,}7550\right) + 2{,}393\sin\left(\frac{2\pi}{9}t - 0{,}9043\right) + 3{,}065\sin\left(\frac{2\pi}{14}t - 1{,}909\right) + 2{,}693\sin\left(\frac{2\pi}{30}t - 2{,}330\right) + 2{,}777\sin\left(\frac{2\pi}{47}t + 2{,}791\right) \quad (8)$$

$$C_E = 3{,}193 + 0{,}2030\,t + 2{,}317\sin\left(\frac{2\pi}{3}t - 0{,}7260\right) + 2{,}328\sin\left(\frac{2\pi}{9}t - 0{,}8276\right) + 3{,}288\sin\left(\frac{2\pi}{14}t - 1{,}750\right) + 1{,}530\sin\left(\frac{2\pi}{30}t - 1{,}834\right) + 2{,}119\sin\left(\frac{2\pi}{47}t + 1{,}741\right) \quad (8')$$

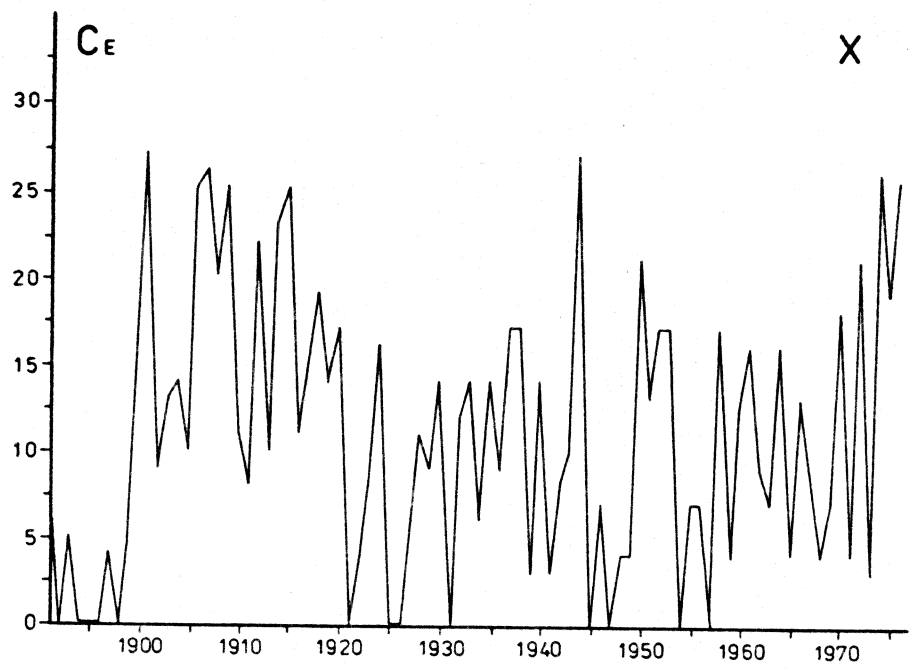


Ryc. 72. Cyrkulacja atmosferyczna wschodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - wrzesień
Easterly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - September

Wrzesień

$$C_E = 9{,}439 + 1{,}921\sin\left(\frac{2\pi}{4}t - 3{,}083\right) + 2{,}548\sin\left(\frac{2\pi}{9}t - 0{,}9994\right) + 2{,}090\sin\left(\frac{2\pi}{22}t - 2{,}958\right) + 3{,}023\sin\left(\frac{2\pi}{31}t - 2{,}101\right) + 1{,}493\sin\left(\frac{2\pi}{53}t - 1{,}880\right) \quad (9)$$

$$C_E = 5{,}814 + 0{,}08334t + 1{,}917\sin\left(\frac{2\pi}{4}t - 3{,}085\right) + 2{,}521\sin\left(\frac{2\pi}{9}t - 0{,}9786\right) + 1{,}696\sin\left(\frac{2\pi}{22}t - 2{,}948\right) + 2{,}592\sin\left(\frac{2\pi}{31}t - 2{,}022\right) + 0{,}9166\sin\left(\frac{2\pi}{53}t - 1{,}792\right) \quad (9')$$

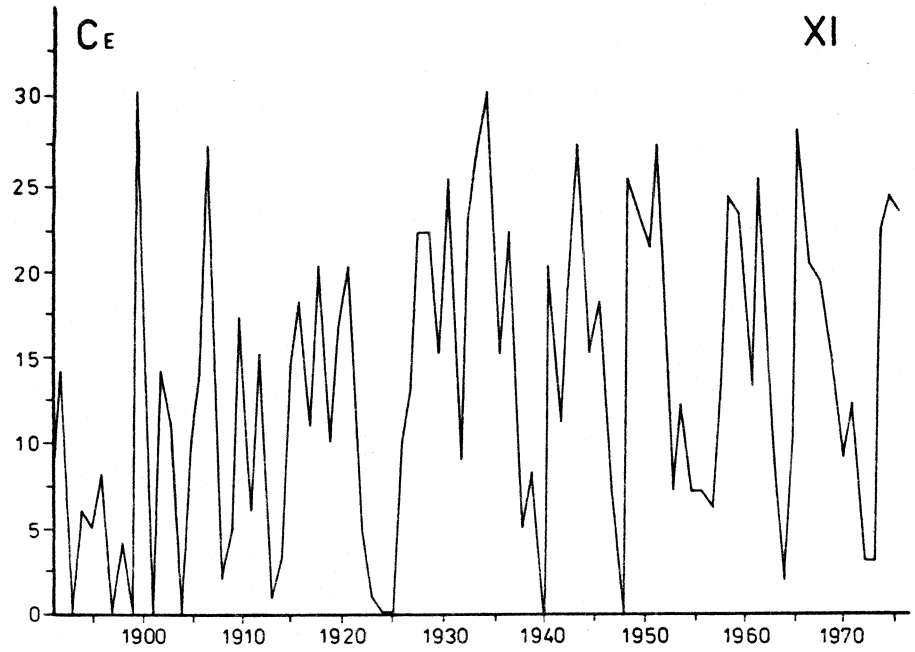


Ryc. 73. Cyrkulacja atmosferyczna wschodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - październik
Easterly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - October

Październik

$$C_E = 10{,}90 + 1{,}294\sin\left(\frac{2\pi}{12}t + 0{,}6520\right) + 2{,}101\sin\left(\frac{2\pi}{15}t + 2{,}469\right) + 1{,}341\sin\left(\frac{2\pi}{18}t - 2{,}939\right) + 2{,}513\sin\left(\frac{2\pi}{23}t + 2{,}387\right) + 3{,}997\sin\left(\frac{2\pi}{34}t - 2{,}030\right) + 3{,}463\sin\left(\frac{2\pi}{64}t - 0{,}6251\right) \quad (10)$$

$$C_E = 10{,}19 + 0{,}01638t + 1{,}298\sin\left(\frac{2\pi}{12}t + 0{,}6291\right) + 2{,}087\sin\left(\frac{2\pi}{15}t + 2{,}444\right) + 1{,}269\sin\left(\frac{2\pi}{18}t - 2{,}958\right) + 2{,}502\sin\left(\frac{2\pi}{23}t + 2{,}351\right) + 3{,}980\sin\left(\frac{2\pi}{34}t - 2{,}031\right) + 3{,}577\sin\left(\frac{2\pi}{64}t - 0{,}6426\right) \quad (10')$$

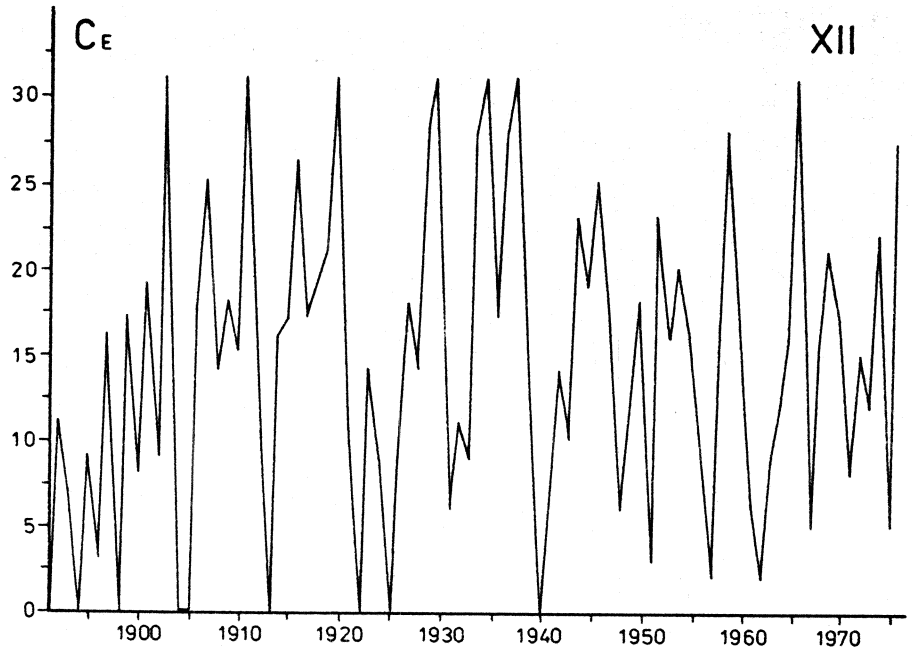


Ryc. 74. Cyrkulacja atmosferyczna wschodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - listopad
Easterly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - November

Listopad

$$C_E = 13{,}69 + 2{,}494\sin\left(\frac{2\pi}{5}t + 0{,}7560\right) + 4{,}105\sin\left(\frac{2\pi}{15}t + 2{,}525\right) + 1{,}895\sin\left(\frac{2\pi}{24}t + 2{,}940\right) + 2{,}112\sin\left(\frac{2\pi}{59}t + 3{,}126\right) \quad (11)$$

$$C_E = 9{,}408 + 0{,}09850t + 2{,}448\sin\left(\frac{2\pi}{5}t + 0{,}7133\right) + 4{,}020\sin\left(\frac{2\pi}{15}t + 2{,}456\right) + 1{,}866\sin\left(\frac{2\pi}{24}t + 2{,}827\right) + 2{,}127\sin\left(\frac{2\pi}{59}t + 3{,}071\right) \quad (11')$$

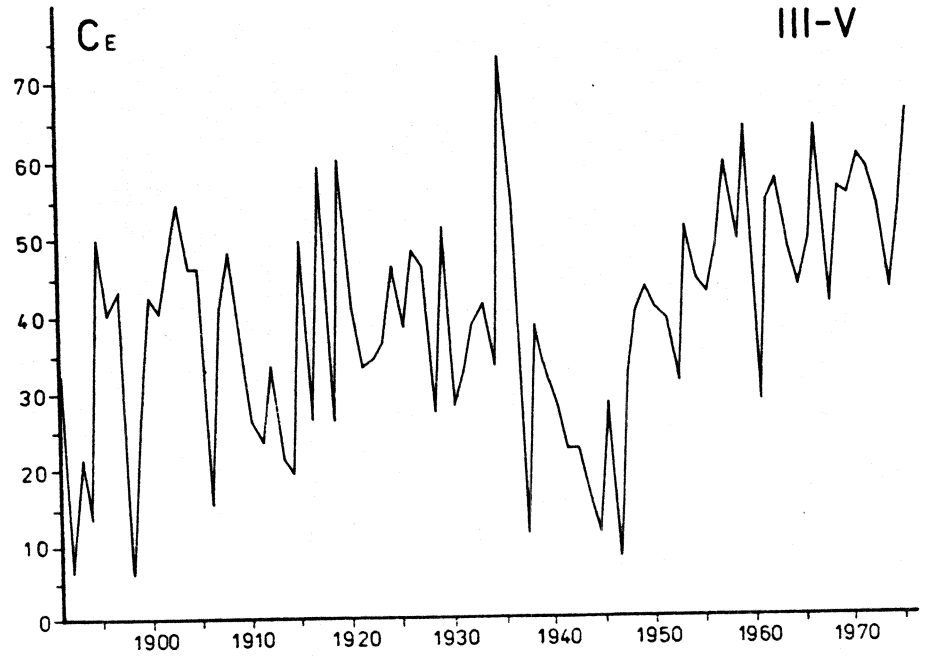


Ryc. 75. Cyrkulacja atmosferyczna wschodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - grudzień
Easterly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - December

Grudzień

$$C_E = 15,14 + 3,023\sin\left(\frac{2\pi}{10}t - 3,125\right) + 2,154\sin\left(\frac{2\pi}{16}t - 2,941\right) + 2,471\sin\left(\frac{2\pi}{31}t - 2,489\right) + 2,282\sin\left(\frac{2\pi}{63}t - 2,255\right) \quad (12)$$

$$C_E = 13,38 + 0,04056\,t + 2,990\sin\left(\frac{2\pi}{10}t - 3,139\right) + 2,154\sin\left(\frac{2\pi}{16}t - 2,920\right) + 2,092\sin\left(\frac{2\pi}{31}t - 2,481\right) + 2,435\sin\left(\frac{2\pi}{63}t - 2,152\right) \quad (12')$$

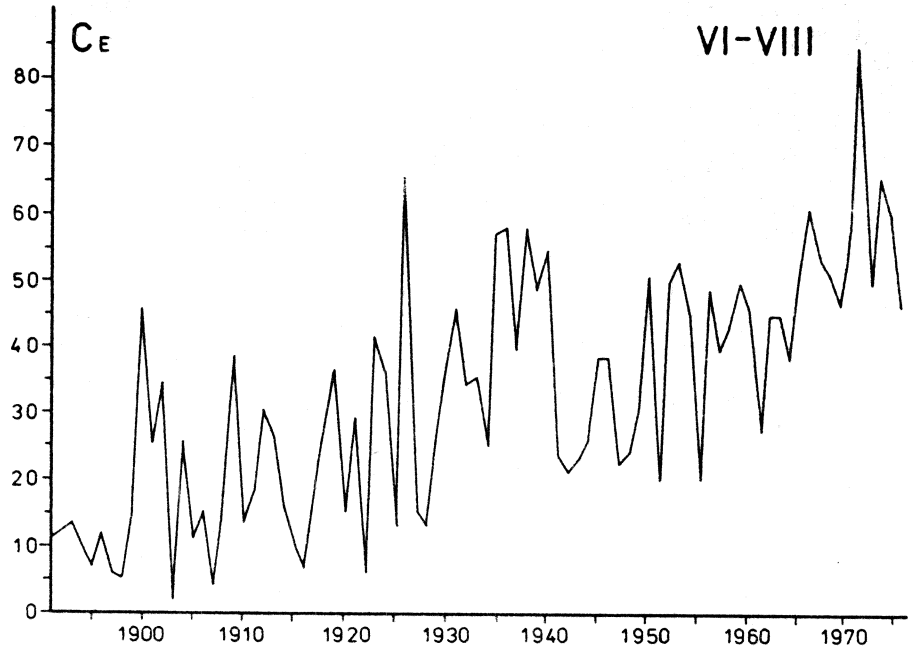


Ryc. 76. Cyrkulacja atmosferyczna wschodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - wiosna
Easterly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - spring

Wiosna

$$C_E = 38{,}37 + 5{,}124\sin\left(\frac{2\pi}{3}t + 0{,}7681\right) + 0{,}2639\sin\left(\frac{2\pi}{9}t - 0{,}5313\right) + 4{,}264\sin\left(\frac{2\pi}{16}t + 2{,}365\right) + 3{,}577\sin\left(\frac{2\pi}{24}t - 1{,}928\right) + 5{,}284\sin\left(\frac{2\pi}{31}t - 0{,}5977\right) + 8{,}729\sin\left(\frac{2\pi}{49}t - 2{,}021\right) \quad (13)$$

$$C_E = 30{,}60 + 0{,}1808\,t + 5{,}066\sin\left(\frac{2\pi}{3}t + 0{,}7648\right) + 0{,}2635\sin\left(\frac{2\pi}{9}t - 0{,}5264\right) + 4{,}190\sin\left(\frac{2\pi}{16}t + 2{,}372\right) + 2{,}941\sin\left(\frac{2\pi}{24}t - 1{,}949\right) + 5{,}745\sin\left(\frac{2\pi}{31}t - 0{,}3839\right) + 6{,}865\sin\left(\frac{2\pi}{49}t - 1{,}921\right) \quad (13')$$

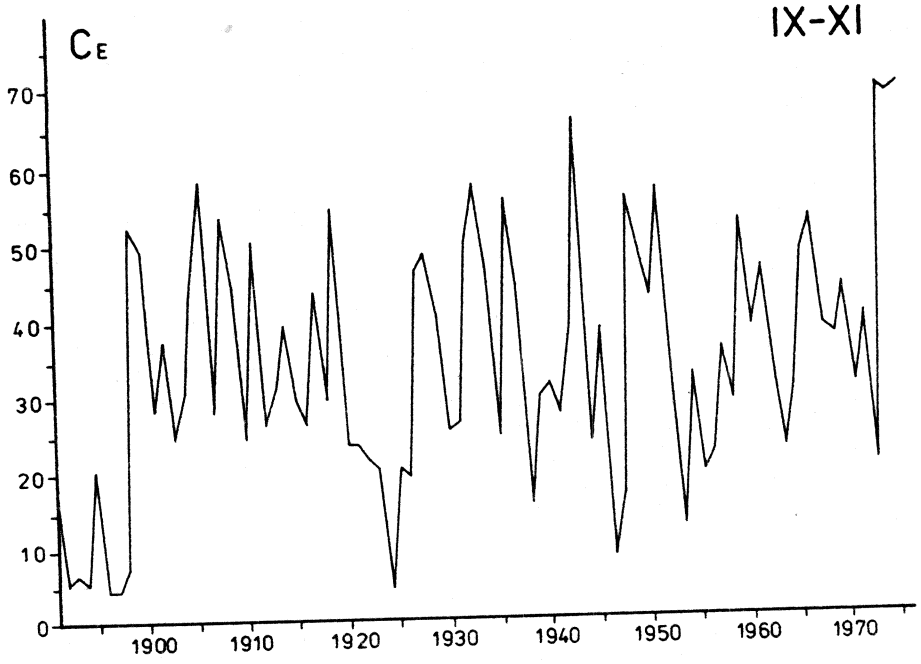


Ryc. 77. Cyrkulacja atmosferyczna wschodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - lato
Easterly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - summer

Lato

$$C_E = 32{,}22 + 4{,}822\sin\left(\frac{2\pi}{12}t + 2{,}497\right) + 6{,}612\sin\left(\frac{2\pi}{17}t + 3{,}139\right) + 6{,}079\sin\left(\frac{2\pi}{30}t - 2{,}151\right) + 8{,}127\sin\left(\frac{2\pi}{45}t + 2{,}908\right) \quad (14)$$

$$C_E = 12{,}55 + 0{,}4574\,t + 3{,}652\sin\left(\frac{2\pi}{12}t + 2{,}458\right) + 4{,}859\sin\left(\frac{2\pi}{17}t - 3{,}077\right) + 3{,}591\sin\left(\frac{2\pi}{30}t - 1{,}571\right) + 4{,}112\sin\left(\frac{2\pi}{45}t + 2{,}093\right) \quad (14')$$

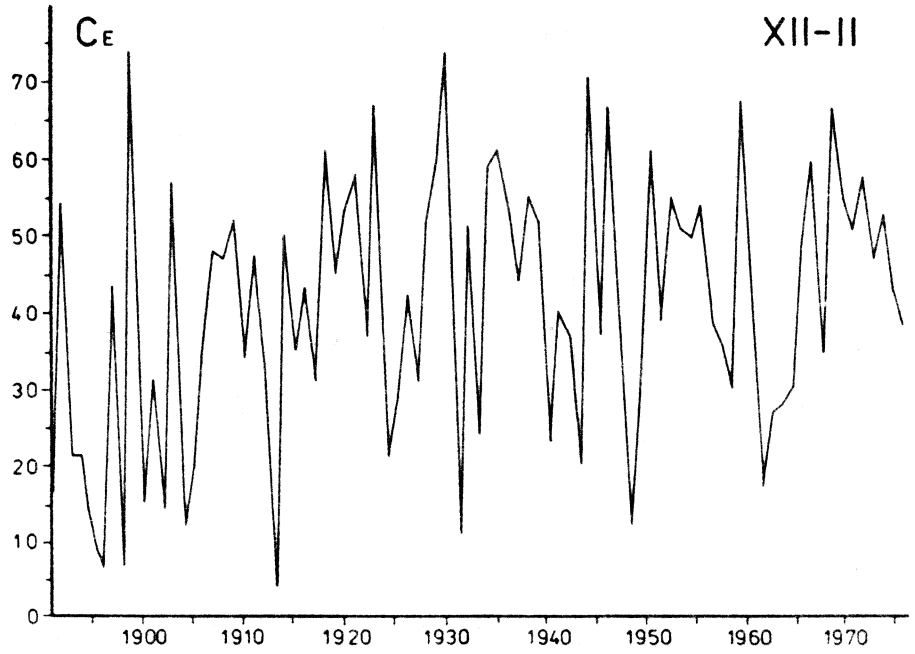


Ryc. 78. Cyrkulacja atmosferyczna wschodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - jesień
Easterly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - autumn

Jesień

$$C_E = 34{,}00 + 6{,}515\sin\left(\frac{2\pi}{8}t - 1{,}922\right) + 6{,}758\sin\left(\frac{2\pi}{15}t + 2{,}876\right) + 6{,}288\sin\left(\frac{2\pi}{23}t - 3{,}052\right) + 8{,}105\sin\left(\frac{2\pi}{31}t - 2{,}223\right) + 2{,}891\sin\left(\frac{2\pi}{55}t - 1{,}700\right) \quad (15)$$

$$C_E = 27{,}83 + 0{,}1436t + 6{,}403\sin\left(\frac{2\pi}{8}t - 1{,}914\right) + 6{,}621\sin\left(\frac{2\pi}{15}t + 2{,}833\right) + 5{,}863\sin\left(\frac{2\pi}{23}t - 3{,}119\right) + 7{,}210\sin\left(\frac{2\pi}{31}t - 2{,}197\right) + 2{,}323\sin\left(\frac{2\pi}{55}t - 1{,}683\right) \quad (15')$$

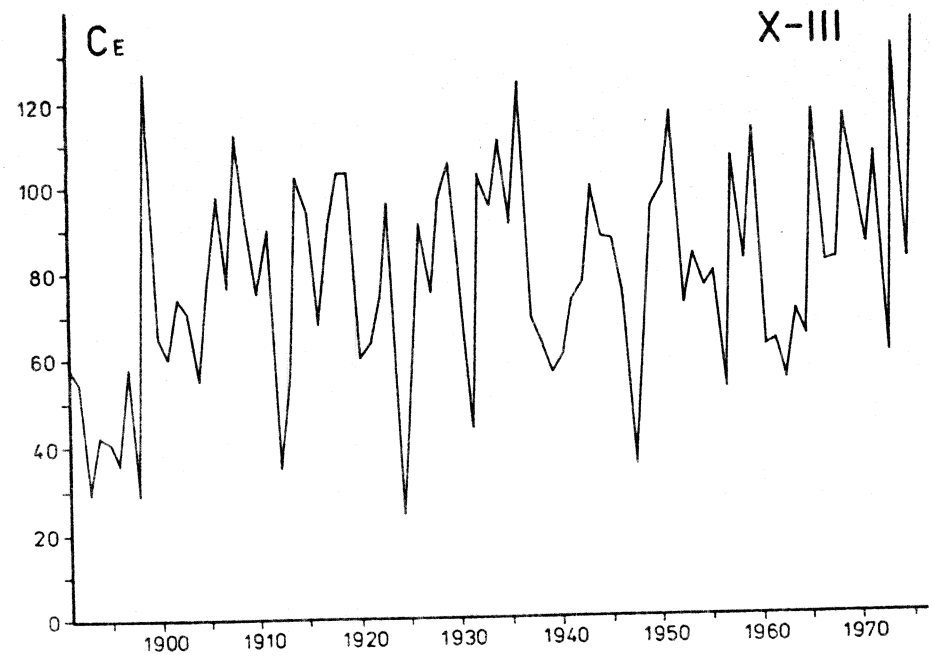


Ryc. 79. Cyrkulacja atmosferyczna wschodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - zima
Easterly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - winter

Zima

$$C_E = 41{,}94 + 6{,}745\sin\left(\frac{2\pi}{5}t + 1{,}148\right) + 4{,}718\sin\left(\frac{2\pi}{10}t + 2{,}580\right) + 5{,}079\sin\left(\frac{2\pi}{17}t - 3{,}010\right) + 3{,}135\sin\left(\frac{2\pi}{22}t + 2{,}851\right) + 2{,}502\sin\left(\frac{2\pi}{30}t + 2{,}970\right) + 4{,}887\sin\left(\frac{2\pi}{54}t - 2{,}782\right) \quad (16)$$

$$C_E = 35{,}22 + 0{,}1564\,t + 6{,}682\sin\left(\frac{2\pi}{5}t + 1{,}149\right) + 4{,}746\sin\left(\frac{2\pi}{10}t + 2{,}557\right) + 4{,}542\sin\left(\frac{2\pi}{17}t - 2{,}971\right) + 2{,}532\sin\left(\frac{2\pi}{22}t + 2{,}686\right) + 1{,}729\sin\left(\frac{2\pi}{30}t + 2{,}621\right) + 4{,}523\sin\left(\frac{2\pi}{54}t - 2{,}897\right) \quad (16')$$

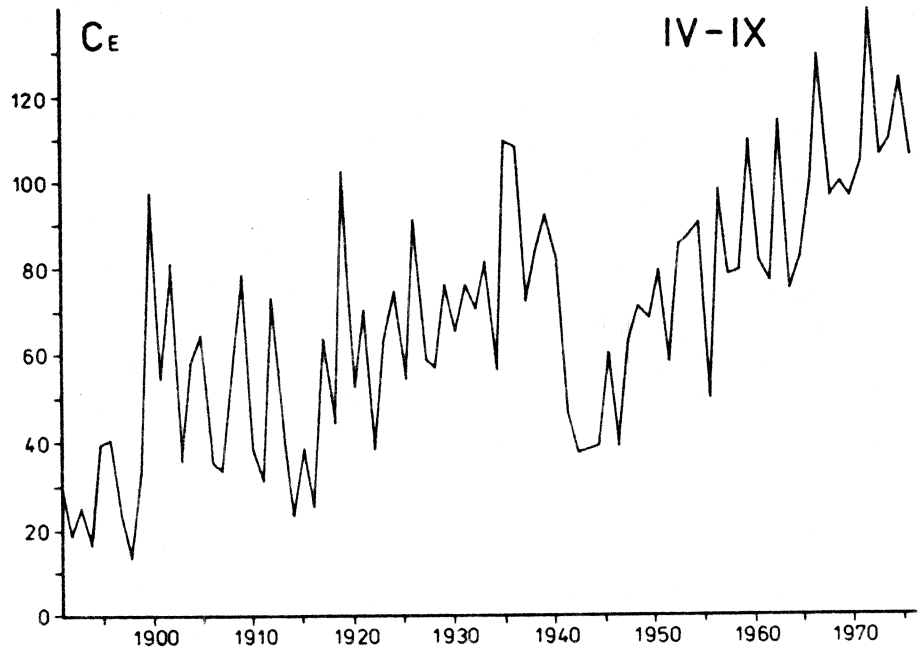


Ryc. 80. Cyrkulacja atmosferyczna wschodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - półrocze chłodne
Easterly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - cold period

Półrocze chłodne

$$C_E = 78{,}91 + 7{,}921\sin\left(\frac{2\pi}{8}t - 2{,}022\right) + 7{,}016\sin\left(\frac{2\pi}{17}t - 2{,}590\right) + 7{,}903\sin\left(\frac{2\pi}{22}t + 2{,}693\right) + 6{,}687\sin\left(\frac{2\pi}{31}t - 2{,}393\right) + 6{,}349\sin\left(\frac{2\pi}{54}t - 2{,}078\right) \quad (17)$$

$$C_E = 68{,}77 + 0{,}2358\,t + 7{,}684\sin\left(\frac{2}{8}t - 2{,}011\right) + 6{,}416\sin\left(\frac{2\pi}{17}t - 2{,}504\right) + 7{,}161\sin\left(\frac{2}{22}t + 2{,}595\right) + 5{,}457\sin\left(\frac{2\pi}{31}t - 2{,}384\right) + 5{,}236\sin\left(\frac{2}{54}t - 2{,}124\right) \quad (17')$$

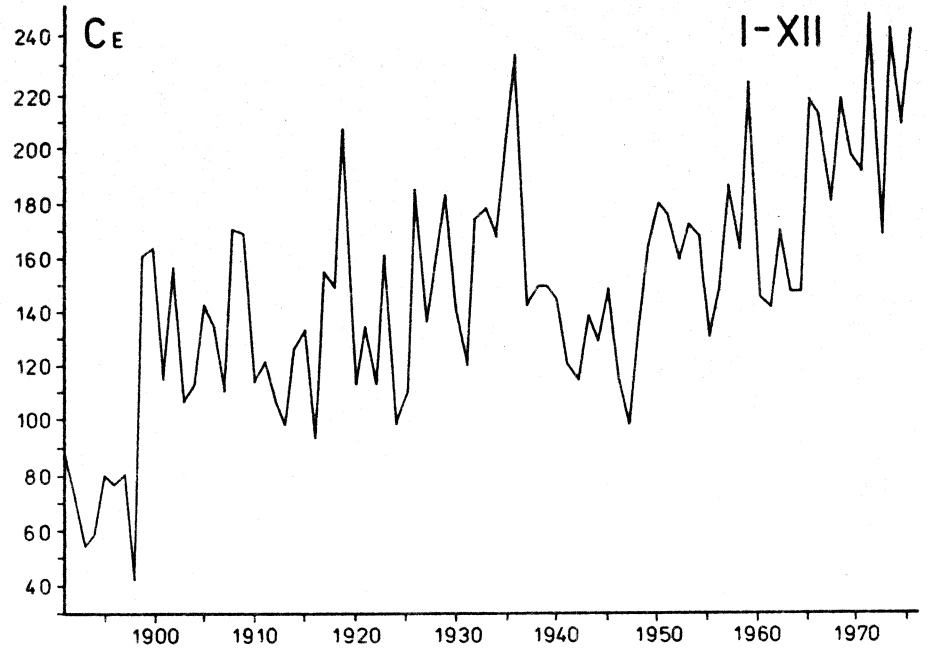


Ryc. 81. Cyrkulacja atmosferyczna wschodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - półrocze ciepłe
Easterly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - warm period

Półrocze ciepłe

$$C_E = 67{,}34 + 6{,}983\sin\left(\frac{2\pi}{12}t + 2{,}335\right) + 12{,}22\sin\left(\frac{2\pi}{17}t - 3{,}127\right) + 6{,}329\sin\left(\frac{2\pi}{22}t + 3{,}128\right) + 10{,}94\sin\left(\frac{2\pi}{30}t - 1{,}707\right) + 16{,}18\sin\left(\frac{2\pi}{45}t - 3{,}091\right) \quad (18)$$

$$C_E = 38{,}04 + 0{,}6815\,t + 5{,}509\sin\left(\frac{2\pi}{12}t + 2{,}256\right) + 10{,}02\sin\left(\frac{2\pi}{17}t - 3{,}083\right) + 3{,}234\sin\left(\frac{2\pi}{22}t + 2{,}812\right) + 9{,}297\sin\left(\frac{2\pi}{30}t - 1{,}206\right) + 7{,}681\sin\left(\frac{2\pi}{45}t + 2{,}921\right) \quad (18')$$

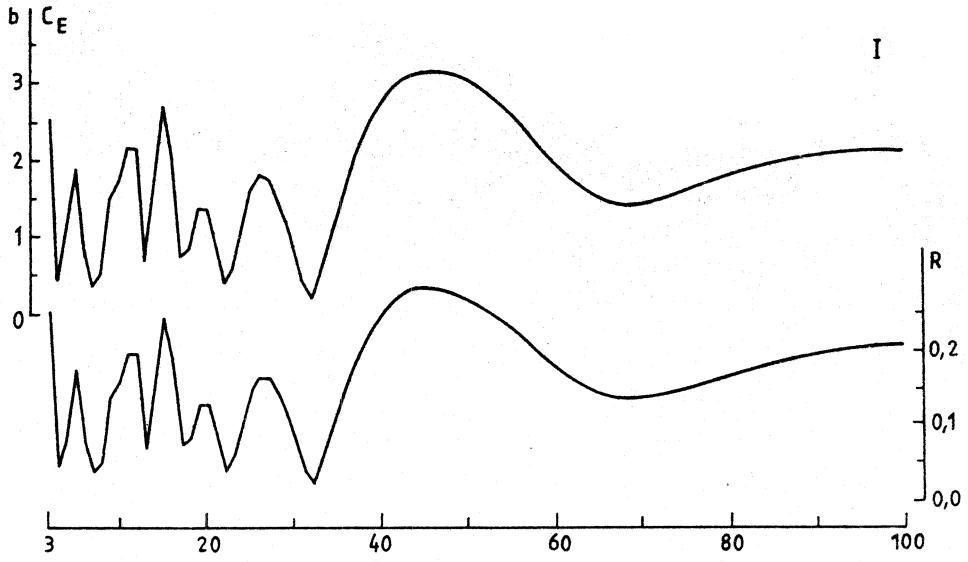


Ryc. 82. Cyrkulacja atmosferyczna wschodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - rok
Easterly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - year

Rok

$$C_E = 146{,}0 + 13{,}42\sin\left(\frac{2\pi}{3}t + 0{,}9632\right) + 12{,}51\sin\left(\frac{2\pi}{8}t - 1{,}882\right) + 18{,}87\sin\left(\frac{2\pi}{17}t - 2{,}928\right) + 14{,}17\sin\left(\frac{2\pi}{22}t + 2{,}916\right) + 15{,}73\sin\left(\frac{2\pi}{30}t - 1{,}998\right) + 20{,}99\sin\left(\frac{2\pi}{48}t - 2{,}649\right) \quad (19)$$

$$C_E = 107{,}2 + 0{,}09031\,t + 13{,}10\sin\left(\frac{2\pi}{3}t + 0{,}9612\right) + 11{,}63\sin\left(\frac{2\pi}{8}t - 1{,}843\right) + 16{,}21\sin\left(\frac{2\pi}{17}t - 2{,}860\right) + 10{,}75\sin\left(\frac{2\pi}{22}t + 2{,}725\right) + 11{,}96\sin\left(\frac{2\pi}{30}t - 1{,}665\right) + 11{,}49\sin\left(\frac{2\pi}{48}t - 2{,}786\right) \quad (19')$$



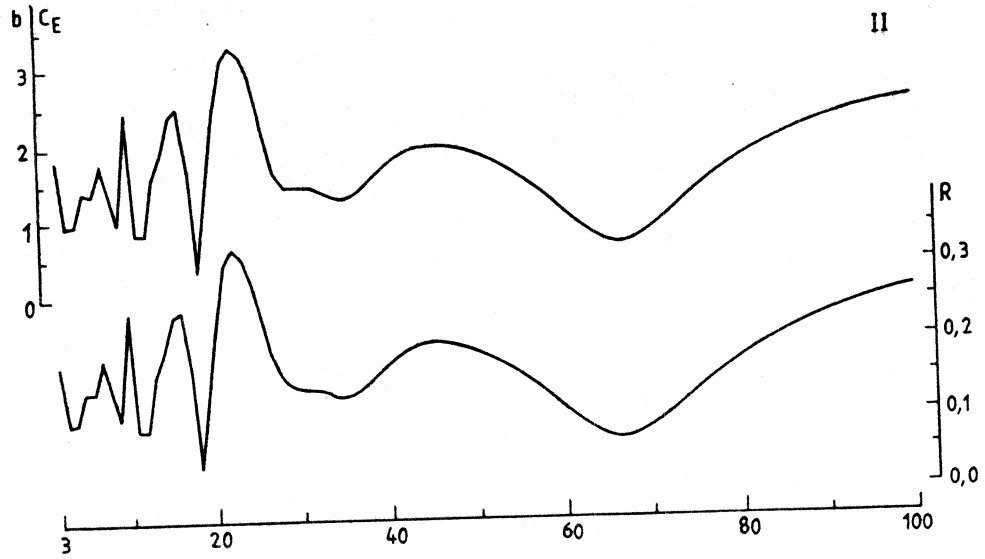
Ryc. 83. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji wschodniej /1891 - 1976/ - styczeń
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the easterly circulation /1891 - 1976/ - January

Tablica 23

Okresy rzeczywiste (θ) cyrkulacji wschodniej w latach 1891-1976: amplitudy (b) , przesunięcia fazowe (c) - styczeń
Actual cycles (θ) of easterly circulation in the period 1891-1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - January

C_E I

θ	3	12	16	27	47
a	12,89	12,96	12,83	12,88	13,13
b	2,866	2,143	2,680	1,828	3,154
c	-0,965	-2,768	1,157	2,028	2,744
F	2,89	1,60	2,49	1,10	3,49



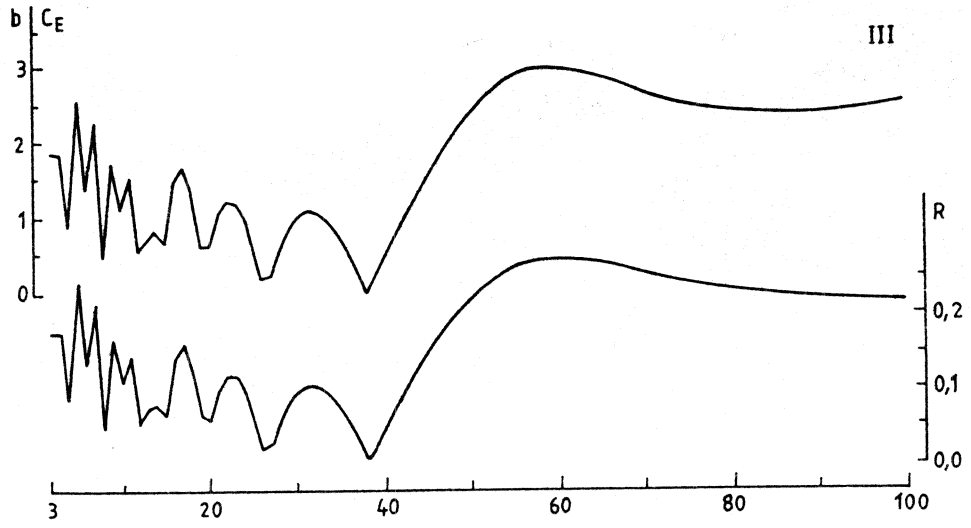
Ryc. 84. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji wschodniej /1891 - 1976/ - luty
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the easterly circulation /1891 - 1976/ - February

Tablica 24

Okresy rzeczywiste (θ) cyrkulacji wschodniej w latach 1891-1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - luty
Actual cycles (θ) of easterly circulation in the period 1891-1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - February

C_E II

θ	11	17	23	46
a	13,57	13,54	13,50	13,53
b	2,429	2,484	3,247	1,962
c	2,936	2,617	-2,224	-2,661
F	2,42	2,48	4,67	1,63



Ryc. 85. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji wchodniej /1891 - 1976/ - marzec
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the easterly circulation /1891 - 1976/ - March

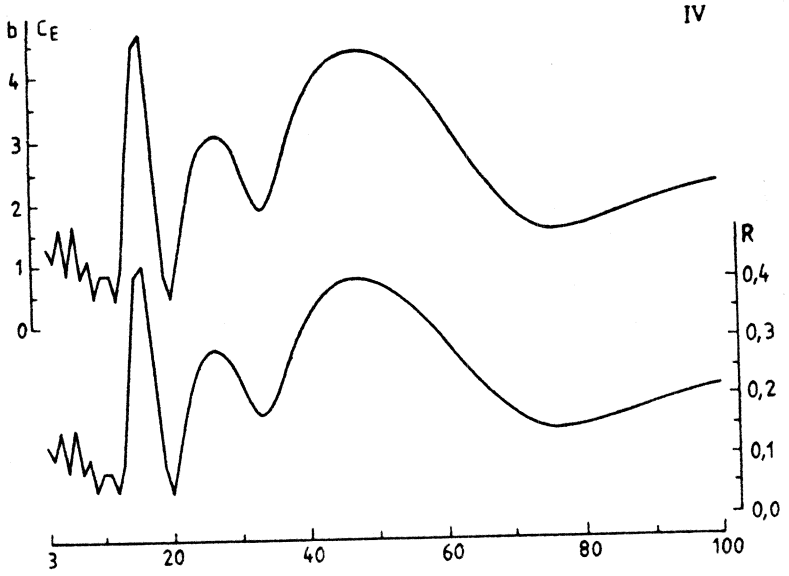
Tablica 25

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji wschodniej w latach 1891-1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - marzec
Actual cycles (ϑ) of easterly circulation in the period 1891-1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - March

C_E III

ϑ	6	8	18	60
a	13,29	13,32	13,30	12,78
b	2,561	2,279	1,702	3,050
c	0,060	-2,314	-2,105	-0,423
F	2,43	1,90	1,05	3,31

IV



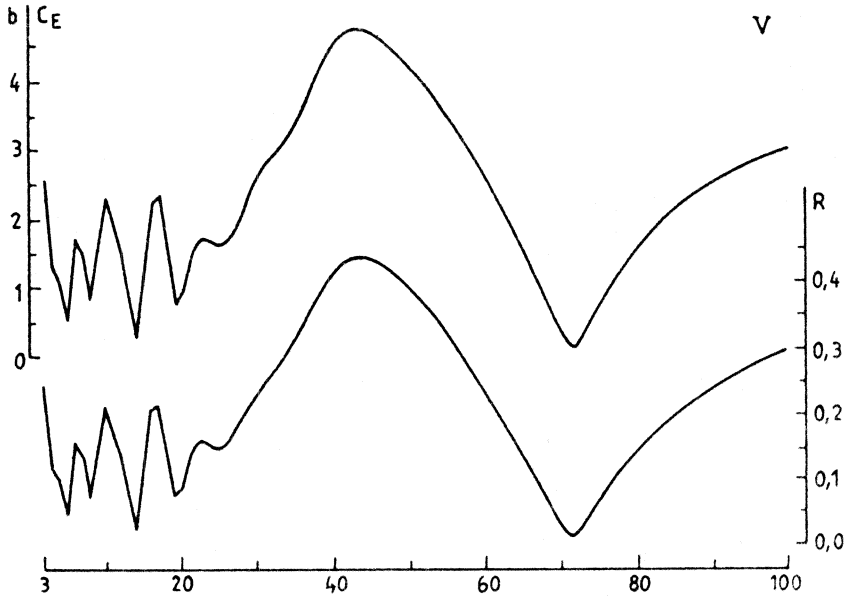
Ryc. 86. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji wschodniej /1891 - 1976/ - kwiecień
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the easterly circulation /1891 - 1976/ - April

Tablica 26

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji wschodniej w latach 1891-1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - kwiecień
Actual cycles (ϑ) of easterly circulation in the period 1891-1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - April

C_E IV

ϑ	17	27	49
a	12,76	12,89	12,39
b	4,604	2,993	4,292
c	-2,950	-1,955	-1,764
F	8,96	3,50	7,69



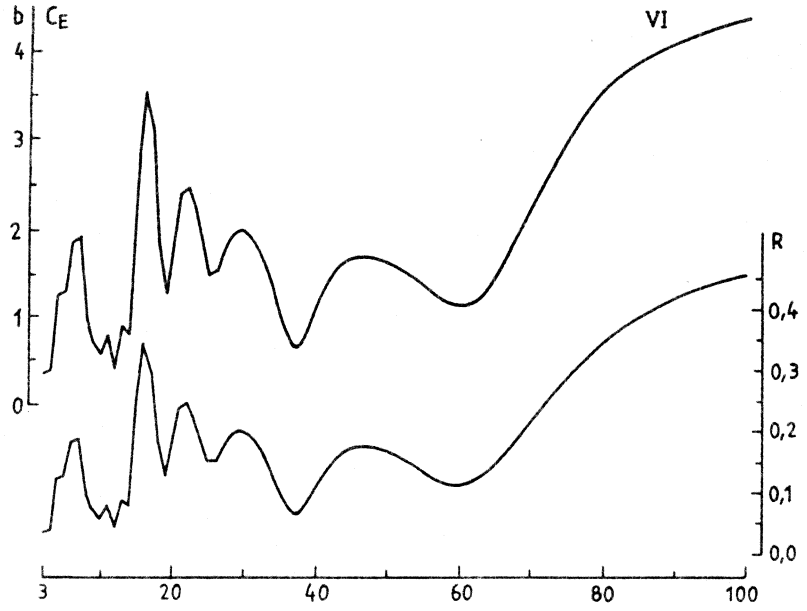
Ryc. 87. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji wschodniej /1891 - 1976/ - maj
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the easterly circulation /1891 - 1976/ - May

Tablica 27

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji wschodniej w latach 1891-1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - maj
Actual cycles (ϑ) of easterly circulation in the period 1891-1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - May

C_E V

ϑ	3	11	18	44
a	12,76	12,73	12,85	12,83
b	2,625	2,293	2,317	4,709
c	-0,698	-1,695	2,924	2,714
F	2,52	1,86	1,93	9,48



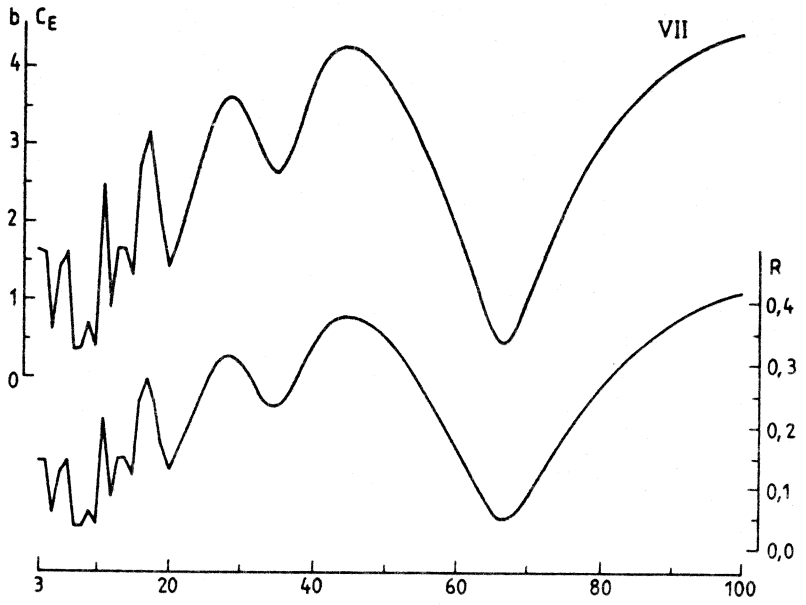
Ryc. 88. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji wschodniej /1891 - 1976/ - czerwiec
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the easterly circulation /1891 - 1976/ - June

Tablica 28

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji wschodniej w latach 1891-1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - czerwiec
Actual cycles (ϑ) of easterly circulation in the period 1891-1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - June

C_E VI

ϑ	8	17	23	30	48
a	9,278	9,337	9,237	9,337	9,301
b	1,909	3,480	2,452	1,995	1,685
c	-1,656	-2,909	-1,933	-3,084	-2,480
F	1,47	5,36	2,56	1,69	1,25



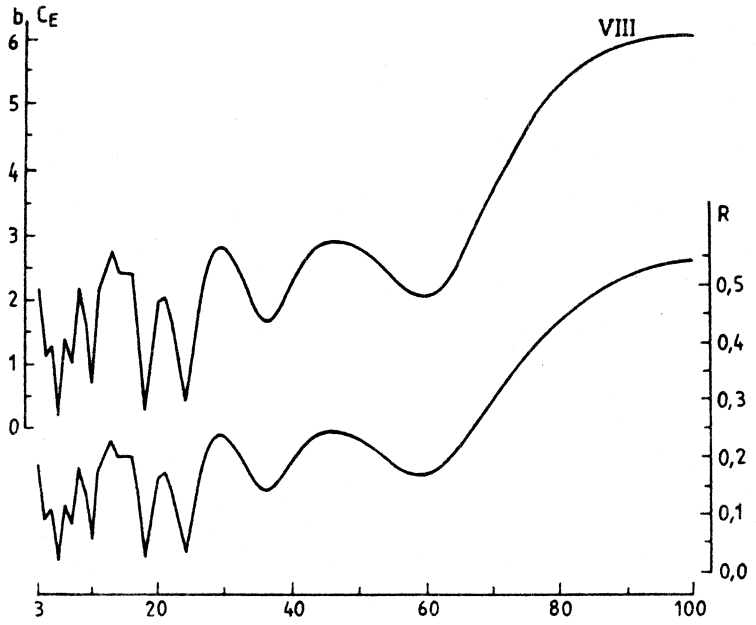
Ryc. 89. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji wschodniej /1891 - 1976/ - lipiec
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the easterly circulation /1891 - 1976/ - July

Tablica 29

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji wschodniej w latach 1891-1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - lipiec
Actual cycles (ϑ) of easterly circulation in the period 1891-1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - July

C_E VII

ϑ	12	18	29	45
a	10,57	10,64	10,56	10,69
b	2,439	3,136	3,590	4,264
c	1,929	-2,979	-2,294	2,859
F	1,88	3,34	4,37	6,63



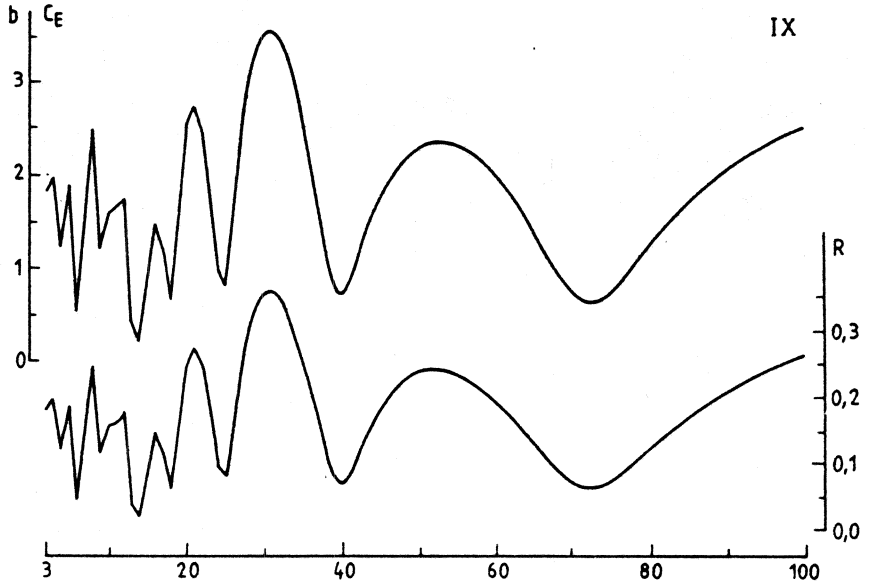
Ryc. 90. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji wschodniej /1891 - 1976/ - sierpień
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the easterly circulation /1891 - 1976/ - August

Tablica 30

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji wschodniej w latach 1891-1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - sierpień
Actual cycles (ϑ) of easterly circulation in the period 1891-1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - August

C_E VIII

ϑ	3	9	14	30	47
a	11,91	11,86	11,99	11,87	12,11
b	2,177	2,149	2,711	2,807	2,890
c	-0,750	-0,955	-1,961	-2,313	2,814
F	1,43	1,39	2,30	2,49	2,57



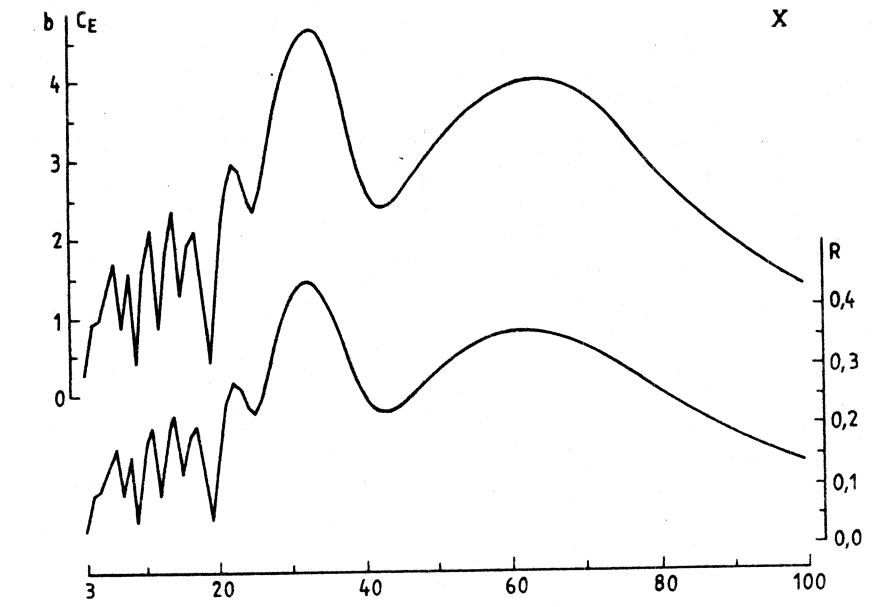
Ryc. 91. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji(R) cyrkulacji wschodniej /1891 - 1976/ - wrzesień
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the easterly circulation /1891 - 1976/ - September

Tablica 31

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji wschodniej w latach 1891-1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - wrzesień
Actual cycles (ϑ) of easterly circulation in the period 1891-1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - September

C_E IX

ϑ	4	9	22	31	53
a	9,650	9,555	9,627	9,540	9,594
b	1,946	2,447	2,711	3,517	2,320
c	-3,113	-0,991	-2,979	-2,191	-1,935
F	1,58	2,54	3,25	5,92	2,44



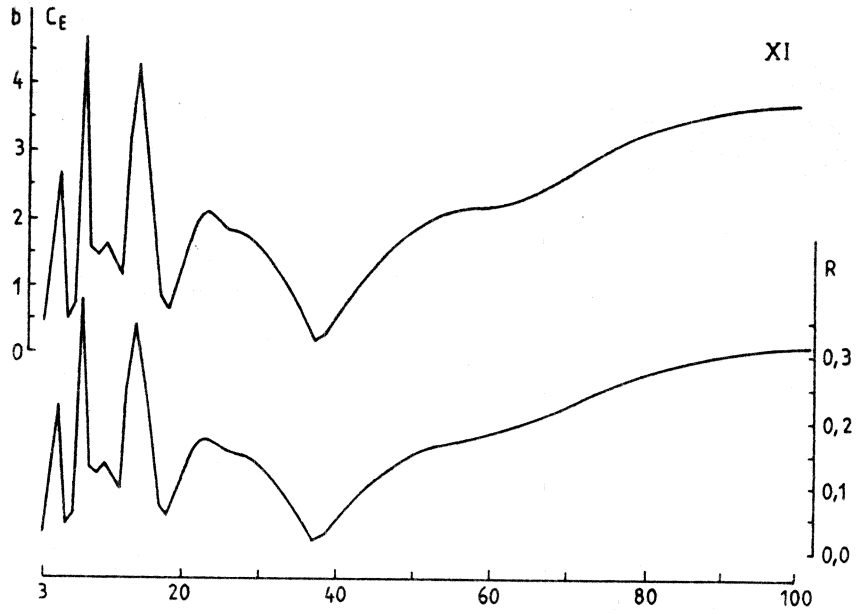
Ryc. 92. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji wschodniej /1891 - 1976/ - październik
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the easterly circulation /1891 - 1976/ - October

Tablica 32

Okresy rzeczywiste (θ) cyrkulacji wschodniej w latach 1891-1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - październik
Actual cycles (θ) of easterly circulation in the period 1891-1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - October

C_E X

θ	12	15	18	23	34	64
a	10,84	10,97	10,90	11,04	11,04	10,63
b	2,128	2,373	2,129	2,945	4,640	3,966
c	1,131	2,671	-2,790	2,819	-2,031	-0,814
F	1,59	1,93	1,62	3,03	8,77	5,42



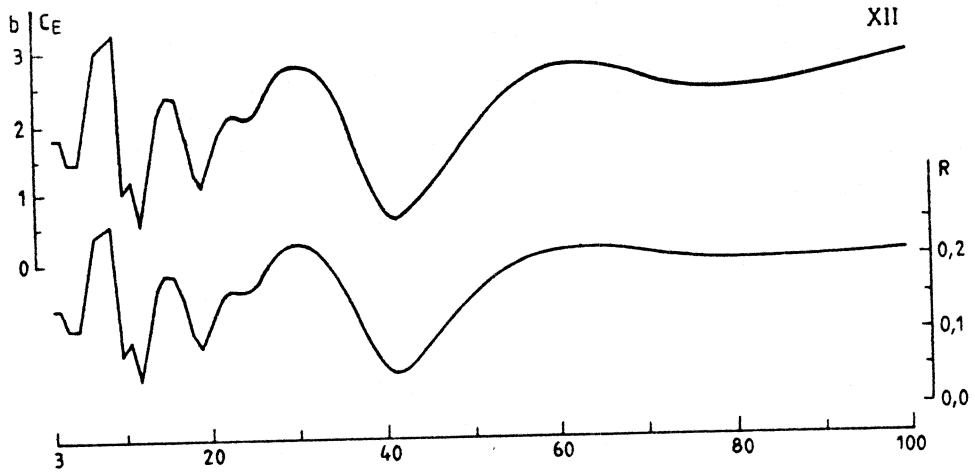
Ryc. 93. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji wschodniej /1891 - 1976/ - listopad
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the easterly circulation /1891 - 1976/ - November

Tablica 33

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji wschodniej w latach 1891-1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - listopad
Actual cycles (ϑ) of easterly circulation in the period 1891-1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - November

C_E XI

ϑ	5	15	24	59
a	12,91	13,11	13,12	13,42
b	2,638	4,263	2,107	2,195
c	0,749	2,526	2,992	-3,076
F	1,99	5,43	1,20	1,26



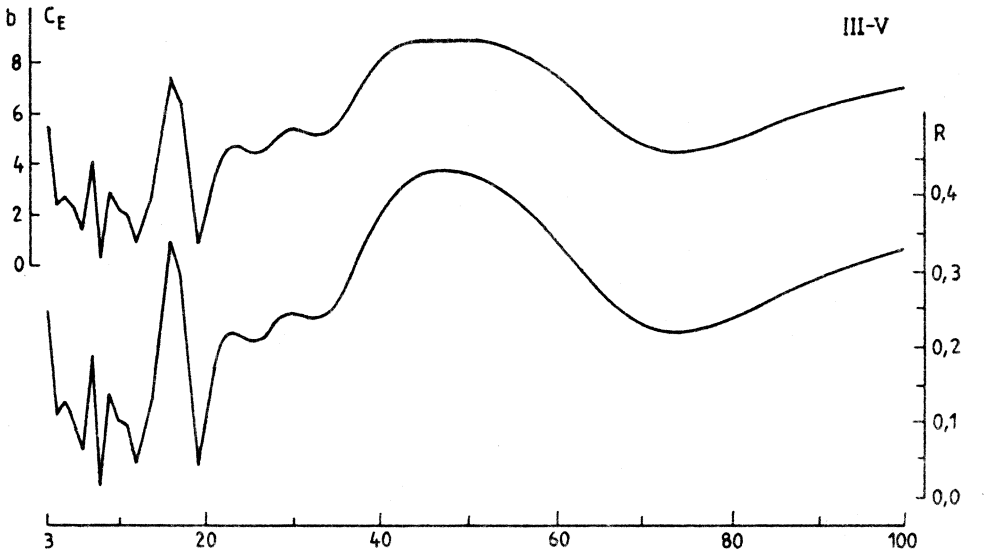
Ryc. 94. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji wschodniej /1891 - 1976/ - grudzień
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the easterly circulation /1891 - 1976/ - December

Tablica 34

Okresy rzeczywiste (θ) cyrkulacji wschodniej w latach 1891-1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - grudzień
Actual cycles (θ) of easterly circulation in the period 1891-1976: amplitude (b), phase shifts (c) - December

C_E XII

θ	10	16	31	63
a	14,62	14,65	14,50	14,96
b	3,184	2,350	2,741	2,756
c	3,130	-3,014	-2,434	-2,034
F	2,71	1,47	2,11	1,93



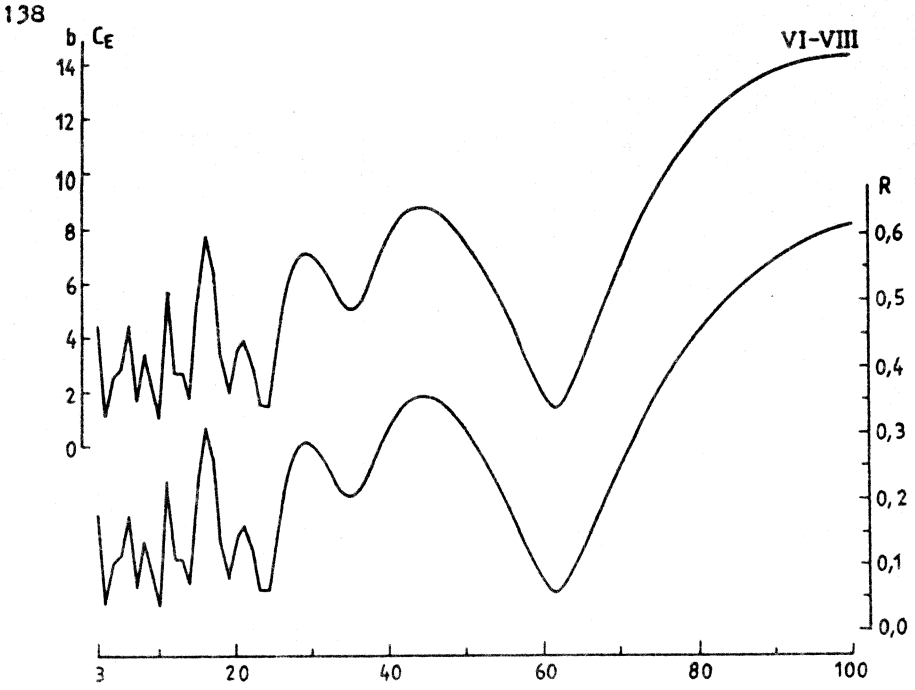
Ryc. 95. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji wschodniej /1891 - 1976/ - wiosna
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the easterly circulation /1891 - 1976/ - spring

Tablica 35

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji wschodniej w latach 1891-1976: amplitudy(b), przesunięcia fazowe(c)- wiosna
Actual cycles (ϑ) of easterly circulation in the period 1891-1976: amplitude (b), phase shifts (c) - spring

C_E III-V

ϑ	3	9	16	24	31	49
a	39,10	39,13	39,25	39,31	38,69	38,75
b	5,162	0,299	5,525	4,550	5,216	8,691
c	0,804	2,723	2,452	-2,339	-0,678	-2,056
F	2,62	0,009	3,01	2,03	2,51	9,25



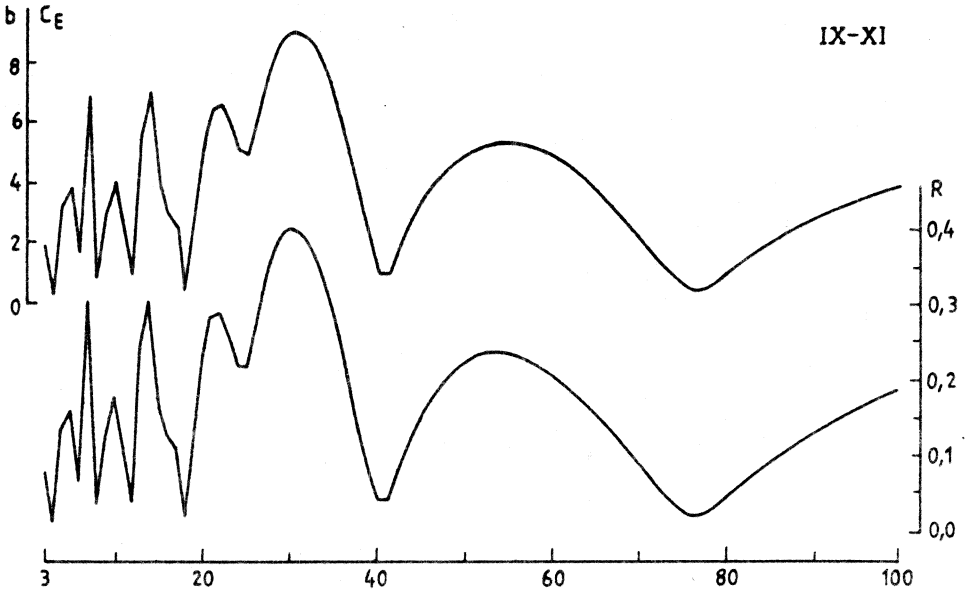
Ryc. 96. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji wschodniej /1891 - 1976/ - lato
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the easterly circulation /1891 - 1976/ - summer

Tablica 36

Okresy rzeczywiste (θ) cyrkulacji wschodniej w latach 1891-1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - lato
Actual cycles (θ) of easterly circulation in the period 1891-1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - summer

C_E VI-VIII

θ	12	17	30	45
a	32,17	32,18	31,96	32,43
b	5,621	7,610	7,059	8,727
c	2,527	3,125	-2,153	2,892
F	2,16	4,19	3,63	5,86



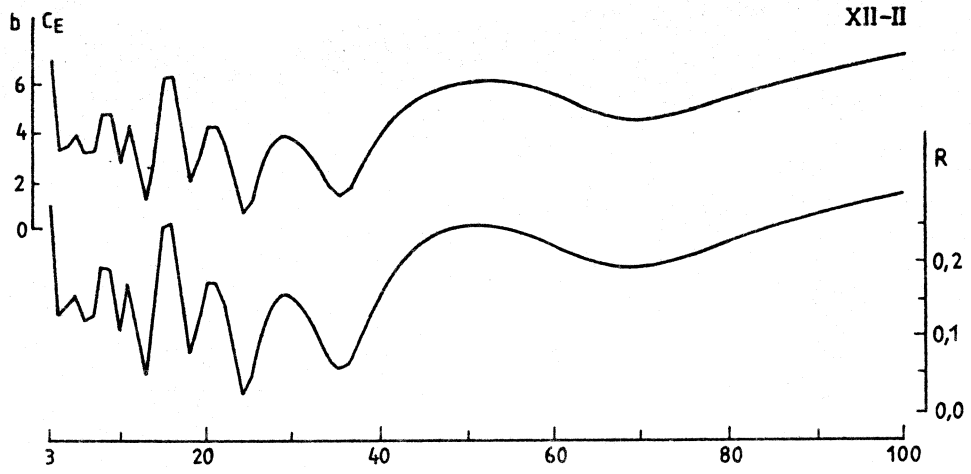
Ryc. 97. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji wschodniej /1891 - 1976/ - jesień
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the easterly circulation /1891 - 1976/ - autumn

Tablica 37

Okresy rzeczywiste (θ) cyrkulacji wschodniej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - jesień
Actual cycles (θ) of easterly circulation in the period 1891-1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - autumn

C_E IX-XI

θ	8	15	23	31	55
a	33,59	33,96	33,96	33,46	33,59
b	6,793	6,911	6,572	8,952	5,337
c	-1,902	2,926	-3,005	-2,146	-1,694
F	4,00	4,05	3,71	7,84	2,43



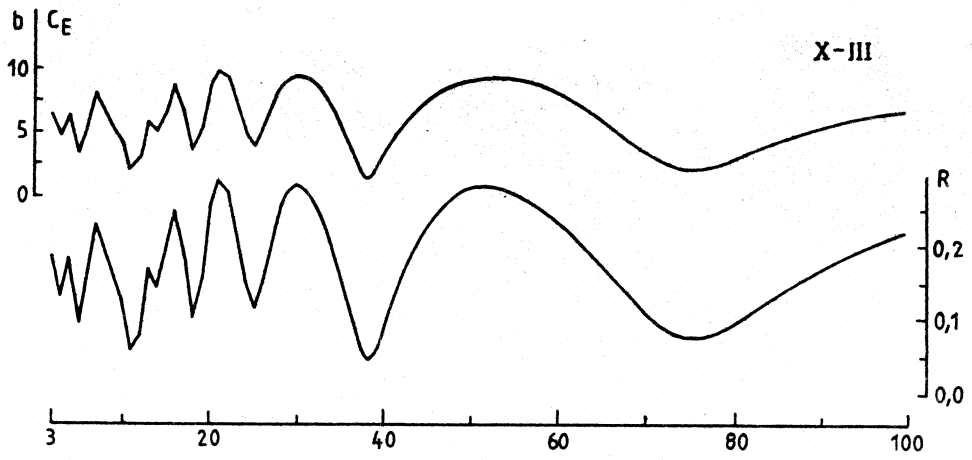
Ryc. 98. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji wschodniej /1891 - 1976/ - zima
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the easterly circulation /1891-1976/ - winter

Tablica 38

Okresy rzeczywiste (θ) cyrkulacji wschodniej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - zima
Actual cycles (θ) of easterly circulation in the period 1891-1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - winter

C_E XII-II

θ	3	10	17	22	30	54
a	40,87	41,02	40,86	40,90	40,93	41,62
b	6,810	4,627	6,118	4,146	3,700	6,008
c	1,134	2,487	-3,043	3,124	-3,072	-2,557
F	3,40	1,52	2,73	1,25	1,00	2,57



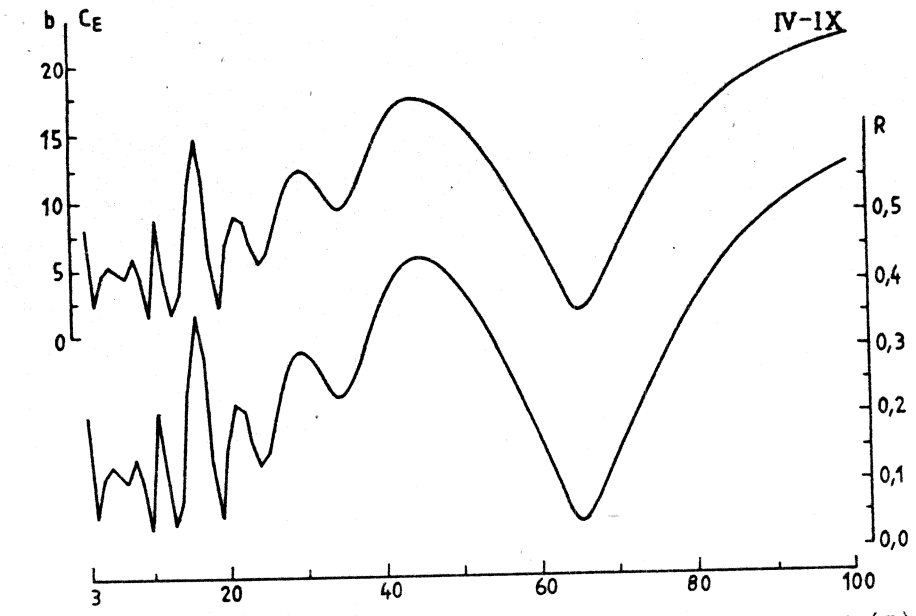
Ryc. 99. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji wschodniej /1891 - 1976/ - półrocze chłodne
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the easterly circulation /1891-1976/ - cold period

Tablica 39

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji wschodniej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - półrocze chłodne
Actual cycles (ϑ) of easterly circulation in the period 1891-1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - cold period

C_E X-III

ϑ	8	17	22	31	54
a	78,49	78,56	78,74	78,55	78,84
b	7,880	8,459	9,824	9,400	9,368
c	-2,022	-2,845	2,892	-2,418	-2,013
F	2,21	2,55	3,56	3,39	3,31



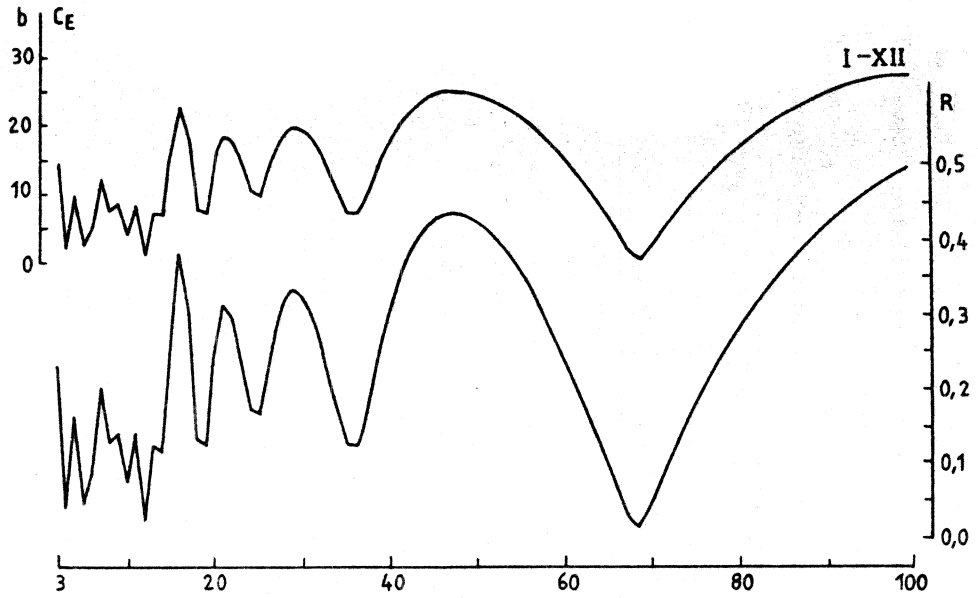
Ryc. 100. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji wschodniej /1891 - 1976/ - półrocze ciepłe
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the easterly circulation /1891-1976/ - warm period

Tablica 40

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji wschodniej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - półrocze ciepłe
Actual cycles (ϑ) of easterly circulation in the period 1891-1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - warm period

C_E IV-IX

ϑ	12	17	22	30	45
a	67,59	67,61	67,67	67,06	67,89
b	8,651	14,57	8,962	12,38	17,37
c	2,427	3,133	-3,041	-1,809	-3,140
F	1,91	6,01	2,15	4,09	9,61



Ryc. 101. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji wschodniej /1891 - 1976/ - rok
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the easterly circulation /1891-1976/ - year

Tablica 41

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji wschodniej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - rok
Actual cycles (ϑ) easterly circulation in the period 1891-1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - year

C_E I-XII

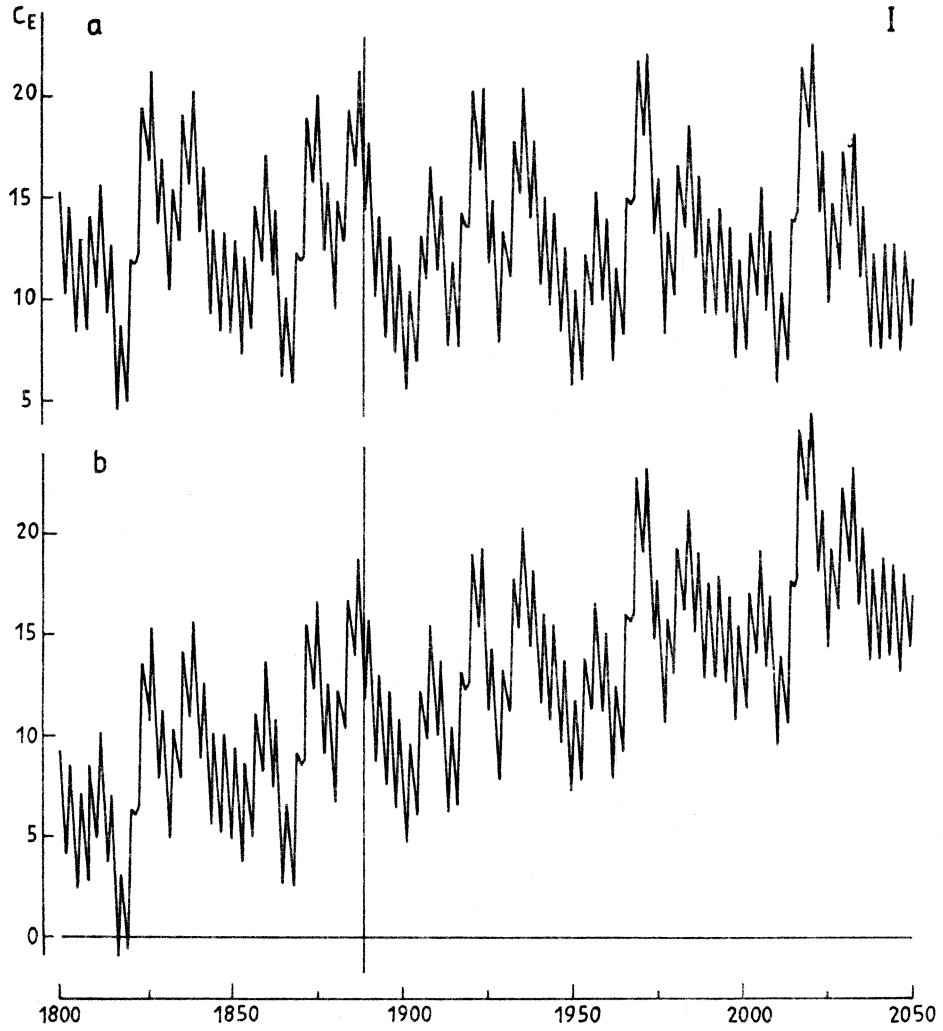
ϑ	3	8	17	22	30	48
a	146,2	146,0	146,2	146,4	145,6	146,6
b	14,03	12,03	22,78	18,50	19,80	25,15
c	0,985	-1,911	-3,038	3,059	-2,156	-2,630
F	2,26	1,67	6,62	4,25	4,92	9,24

Tablica 42

Ocena dokładności trendów czasowych cyrkulacji wschodniej $C_E = f(t)$, $C_E = F(t)$: ε-odchylenie resztowe, δ - błąd standardowy, R - współczynnik korelacji wielokrotnej, F - test Fishera-Snedecora / $\bar{C}_E$ - średnia arytmetyczna, s - odchylenie standardowe/

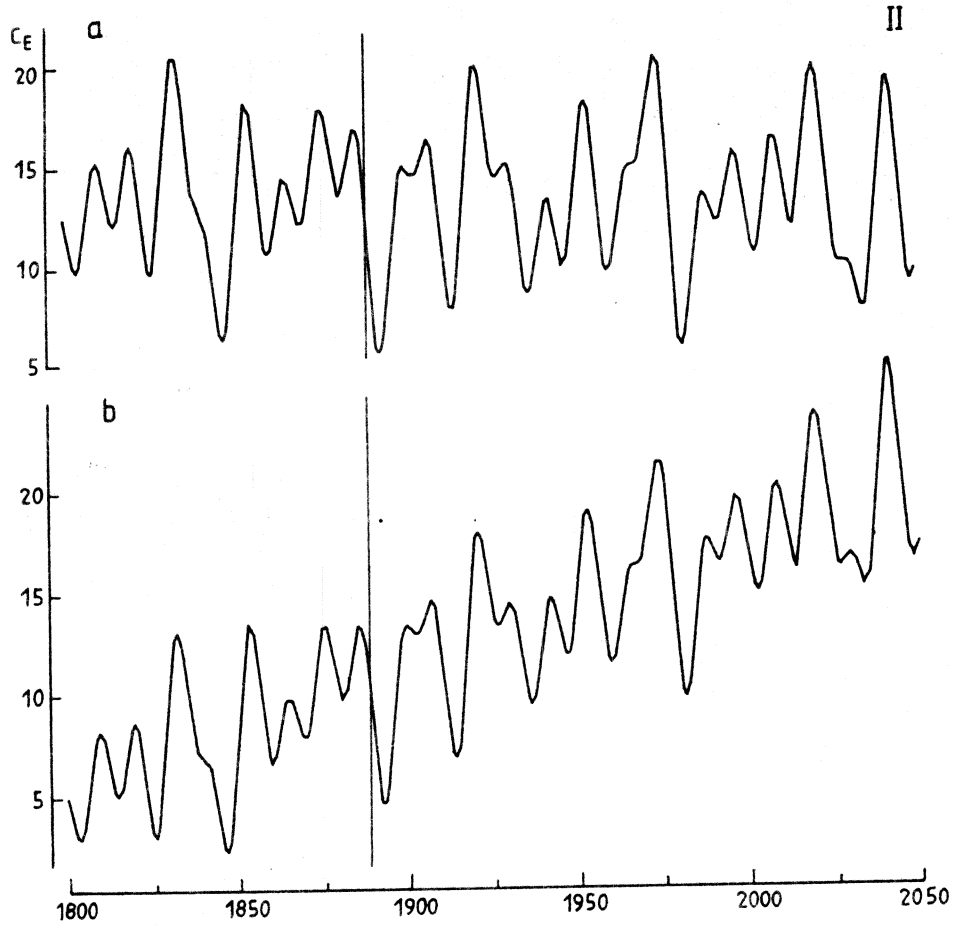
Accuracy evaluation of time trends in easterly circulation $C_E = f(t)$, $C_E = F(t)$: ε - rest deviation, δ - standard error, R - multiple correlation coefficient, F - Fisher-Snedecor test /$\bar{C}_E$ - arithmetic mean, s - standard deviation/

			$C_E = f(t)$				$C_E = F(t)$			
	$\bar{C}_E$	s	ε	δ	R	F	ε	δ	R	F
I	12,92	7,927	6,915	7,404	0,489	2,36	6,823	7,356	0,509	2,35
II	13,55	7,354	6,484	6,852	0,472	2,76	6,335	6,739	0,508	2,94
III	13,34	7,739	6,942	7,336	0,442	2,34	6,915	7,356	0,449	2,13
IV	12,73	7,707	6,093	6,357	0,612	7,90	5,949	6,246	0,636	7,56
V	12,78	7,769	6,341	6,702	0,578	4,82	6,007	6,390	0,634	5,68
VI	9,31	7,263	6,354	6,805	0,484	2,30	5,687	6,131	0,622	4,25
VII	10,59	8,221	6,724	7,106	0,575	4,76	6,071	6,458	0,674	7,04
VIII	11,93	8,431	7,352	7,873	0,490	2,36	5,826	6,281	0,723	7,36
IX	9,63	7,190	6,041	6,468	0,542	3,13	5,720	6,166	0,606	3,90
X	10,88	7,883	6,190	6,718	0,619	3,79	6,178	6,752	0,621	3,48
XI	12,94	8,746	7,783	8,225	0,456	2,53	7,395	7,867	0,534	3,37
XII	14,52	9,065	8,264	8,733	0,411	1,96	8,207	8,731	0,425	1,86
III-V	39,12	14,82	11,59	12,59	0,624	3,82	10,86	11,88	0,681	4,72
VI-VIII	32,18	17,67	14,68	15,52	0,557	4,27	10,96	11,66	0,785	13,35
IX-XI	33,67	16,17	12,24	13,12	0,654	5,53	11,76	12,69	0,686	5,91
XII-II	40,86	17,30	15,02	16,32	0,496	1,96	14,58	15,96	0,538	2,23
X-III	78,56	24,75	21,20	22,72	0,516	2,68	20,48	22,10	0,561	3,05
IV-IX	67,61	28,81	21,67	23,23	0,659	5,68	16,24	17,52	0,826	14,26
I-XII	146,2	43,19	30,14	32,75	0,716	6,32	22,80	24,94	0,849	14,14



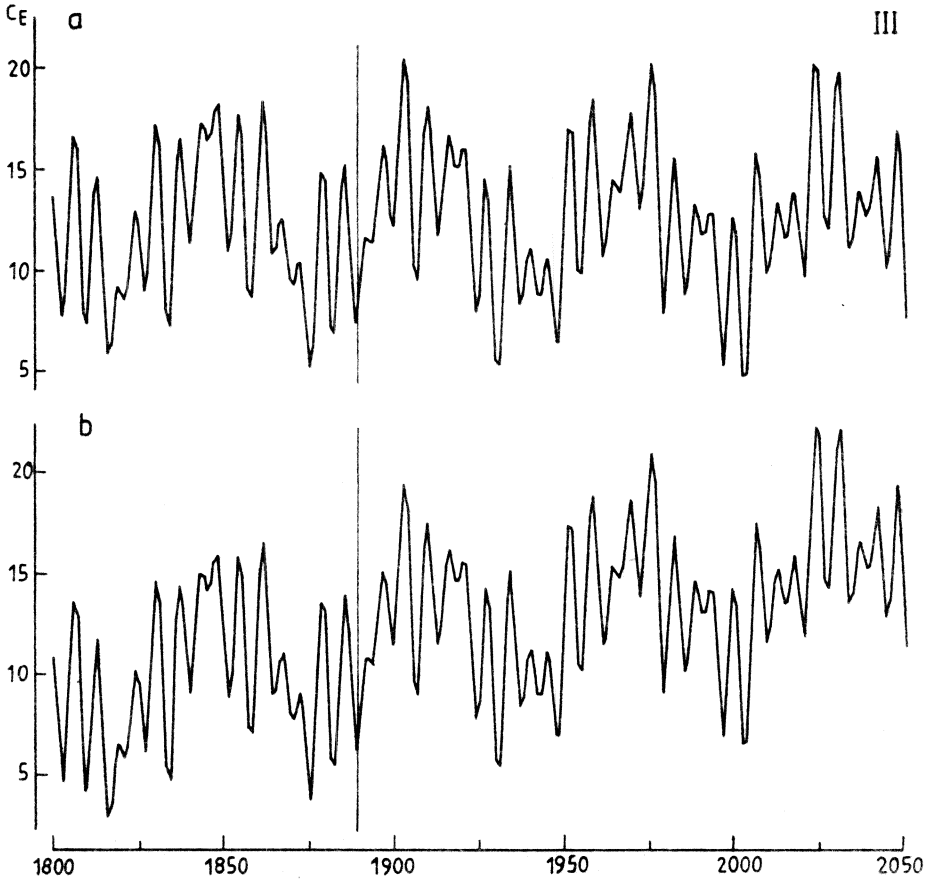
Ryc. 102. Trend wiekowy cyrkulacji wschodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 1 i 1′/ - styczeń

Century trend of the easterly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 1, 1′/ -January



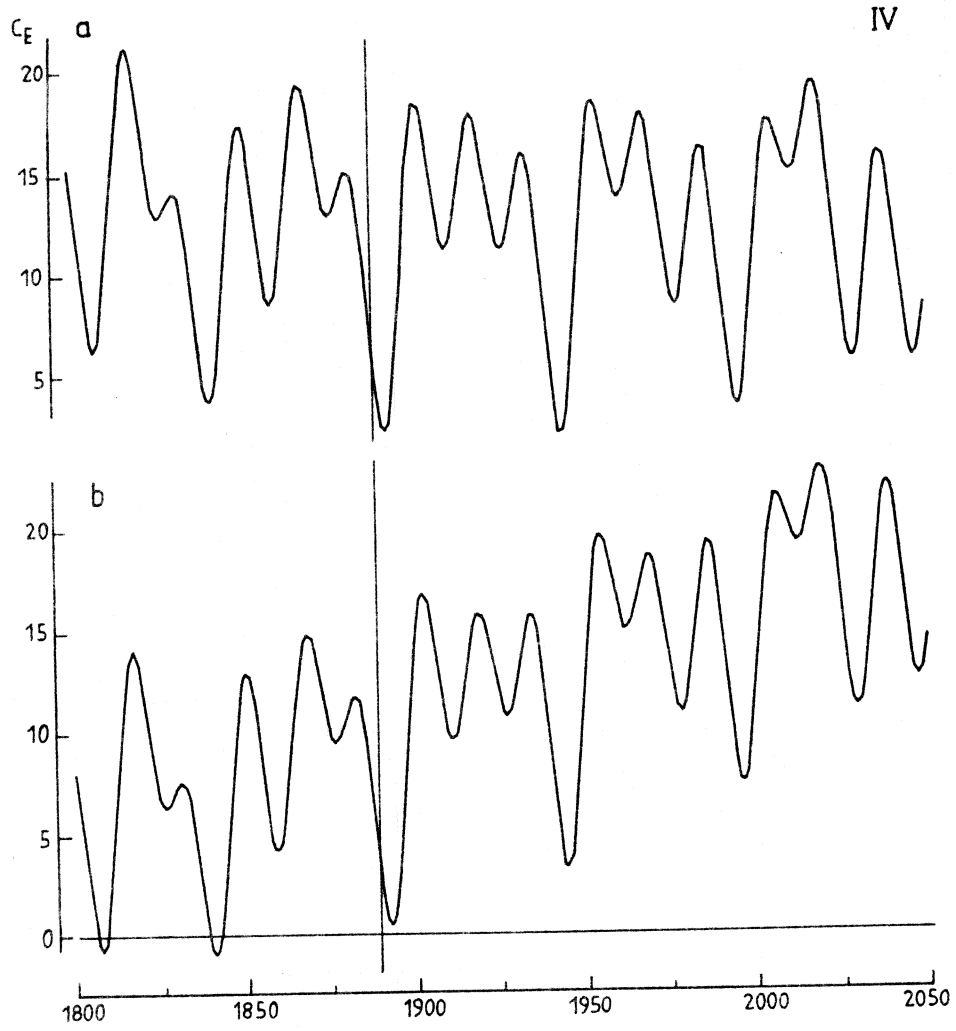
Ryc. 103. Trend wiekowy cyrkulacji wschodniej w latach 1800 ÷ 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 2 i 2′/ - luty

Century trend of the easterly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 2, 2′/ - February



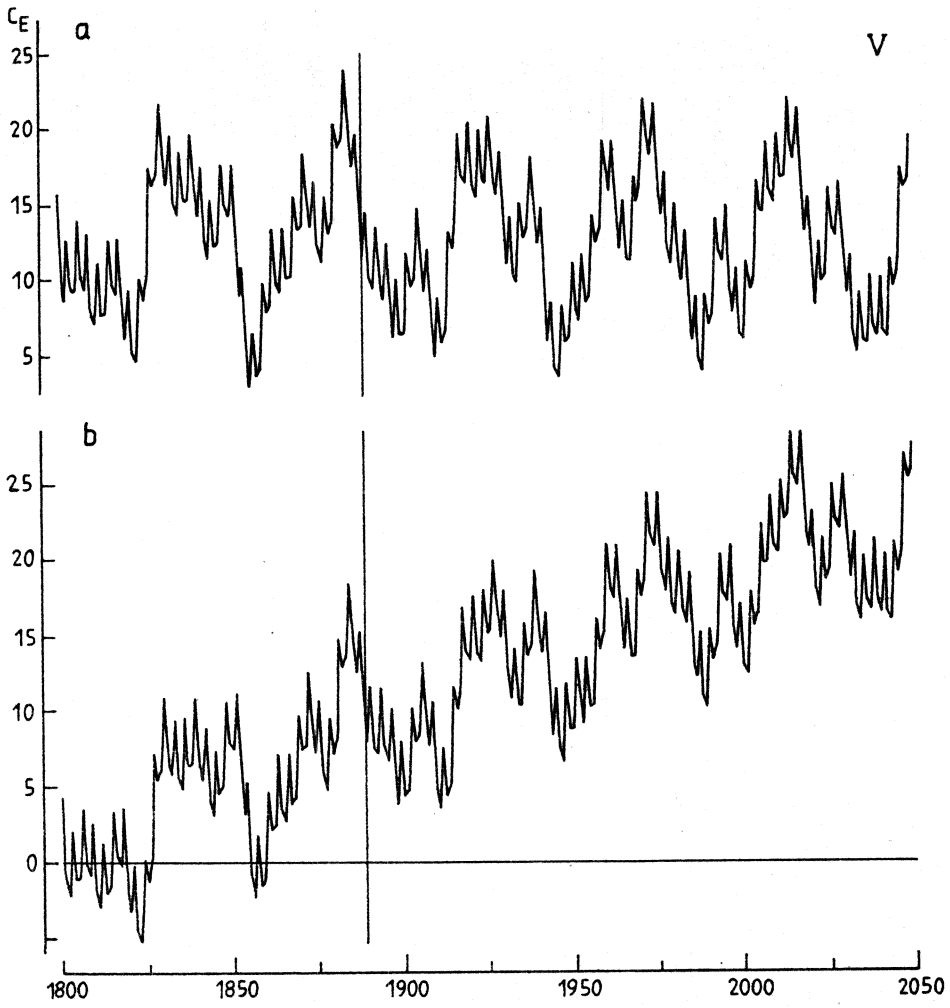
Ryc. 104. Trend wiekowy cyrkulacji wschodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 3 i 3′/ - marzec

Century trend of the easterly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 3, 3′/ - March



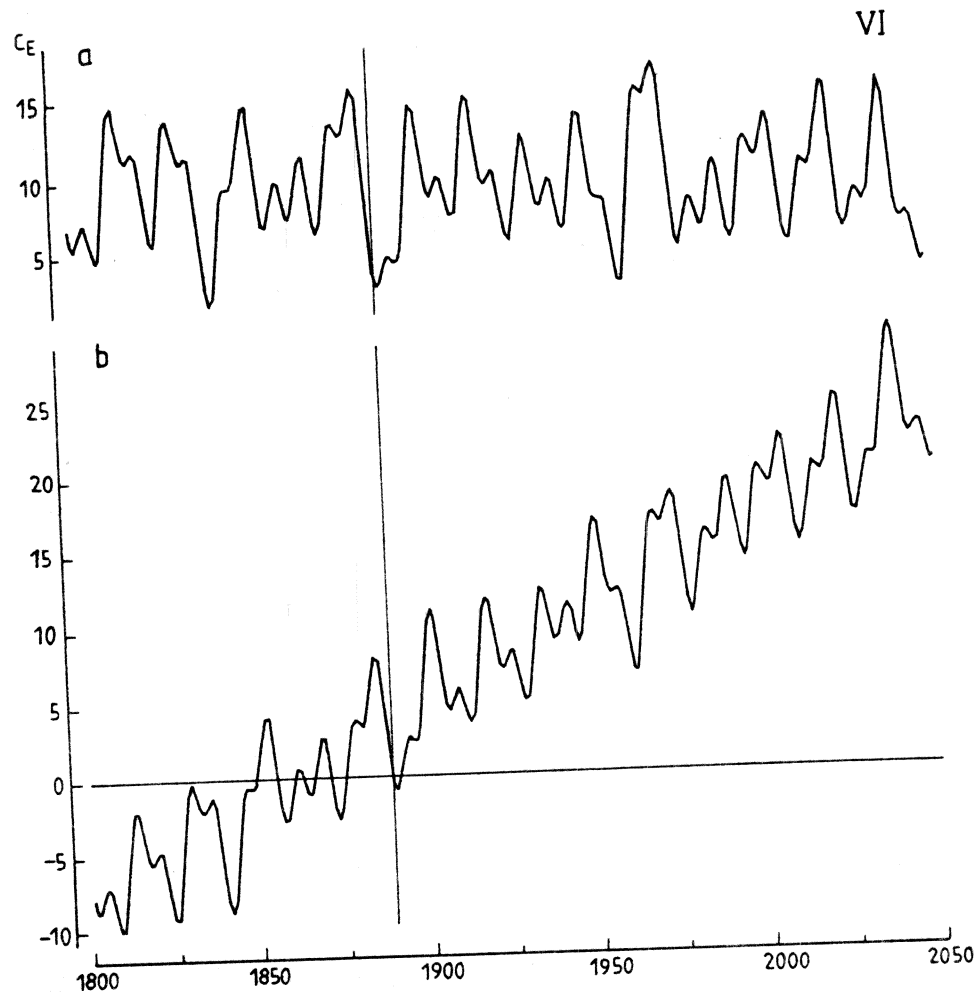
Ryc. 105. Trend wiekowy cyrkulacji wschodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 4 i 4′/ - kwiecień

Century trend of the easterly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 4, 4′/ - April



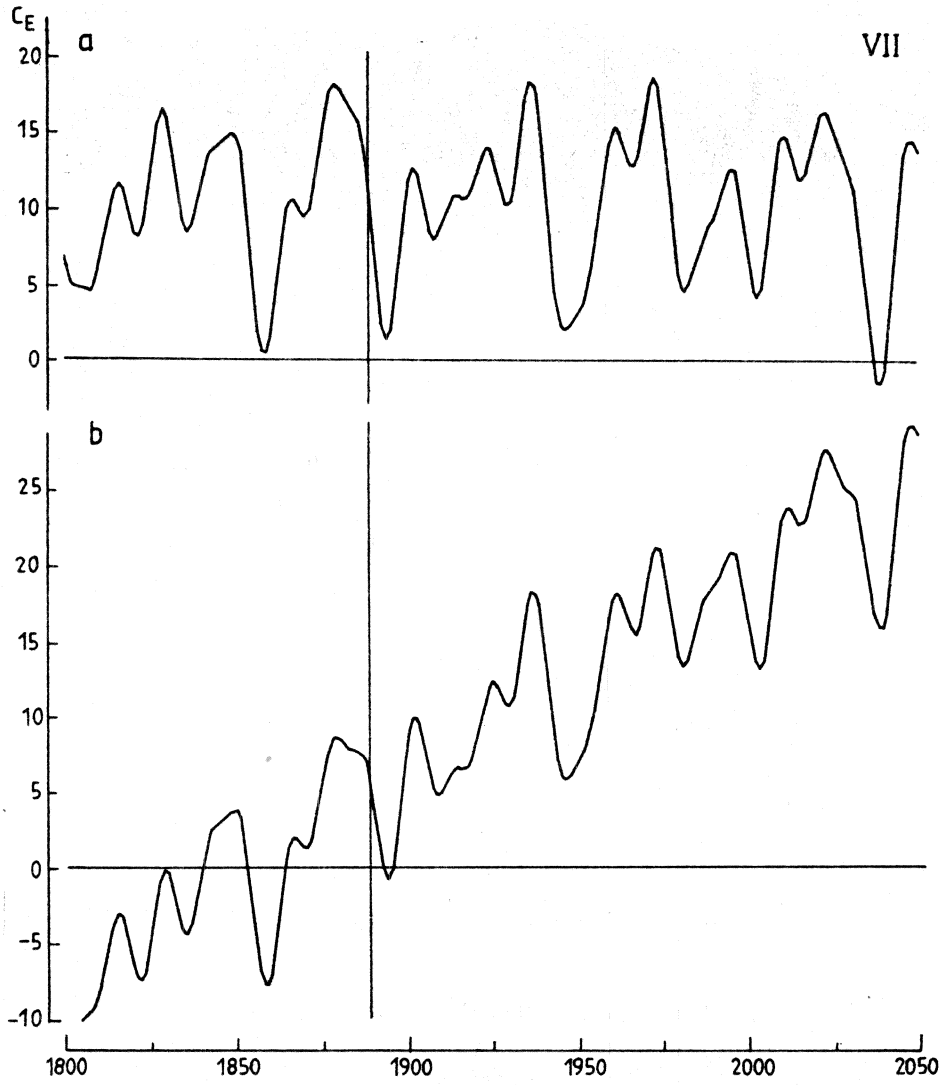
Ryc. 106. Trend wiekowy cyrkulacji wschodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 5 i 5′/ - maj

Gentury trend of the easterly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 5, 5′ - May



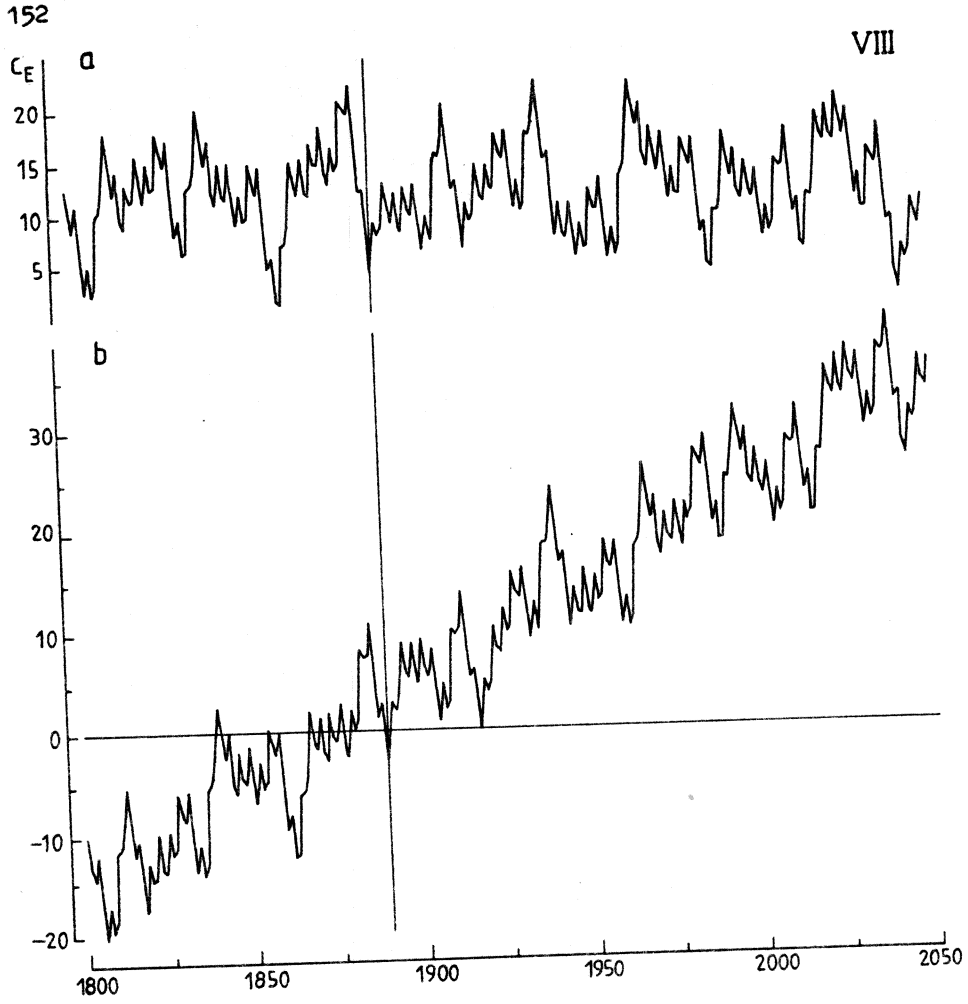
Ryc. 107. Trend wiekowy cyrkulacji wschodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 6 i 6′/ - czerwiec

Century trend of the easterly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 6, 6′/ - June



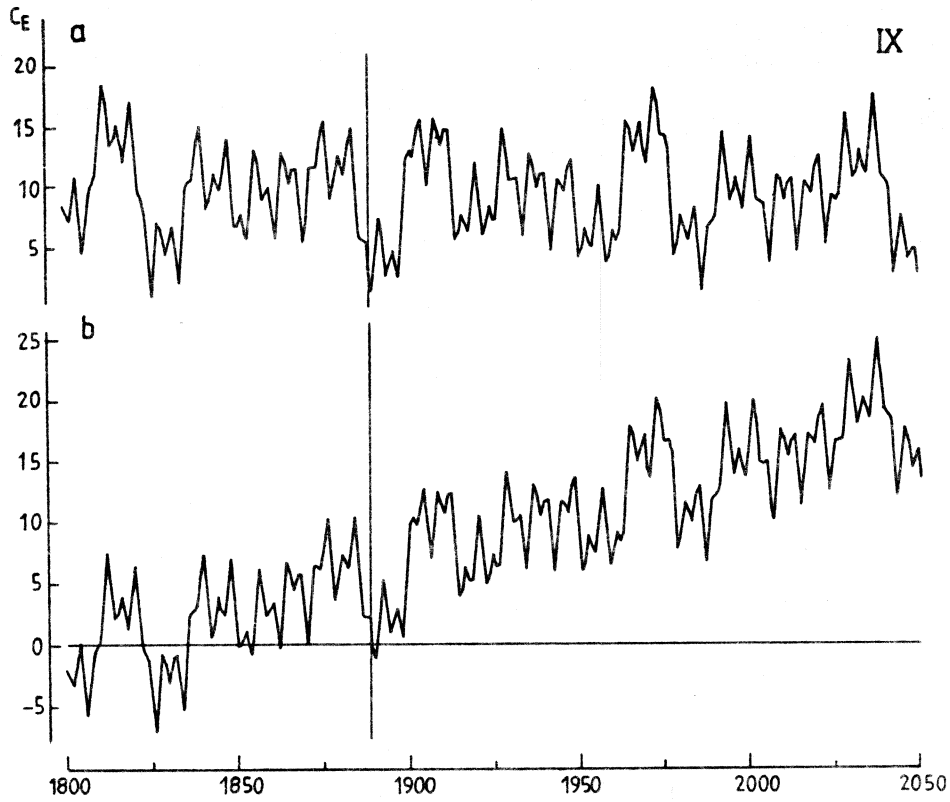
Ryc. 108. Trend wiekowy cyrkulacji wschodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji γ i γ'/ - lipiec

Century trend of the easterly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions γ, γ'/ - July



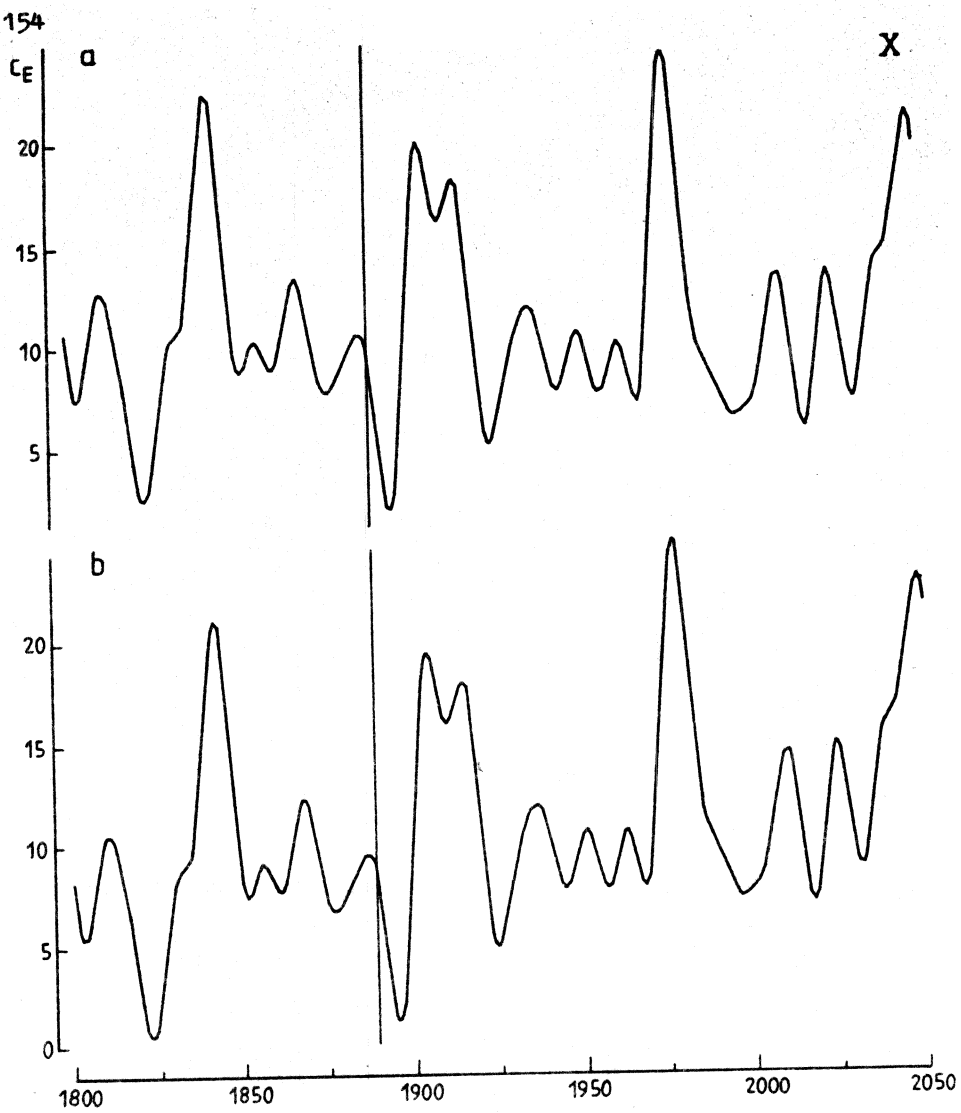
Ryc. 109. Trend wiekowy cyrkulacji wschodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 8 i 8′/ - sierpień

Century trend of the easterly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 8, 8′/ - August



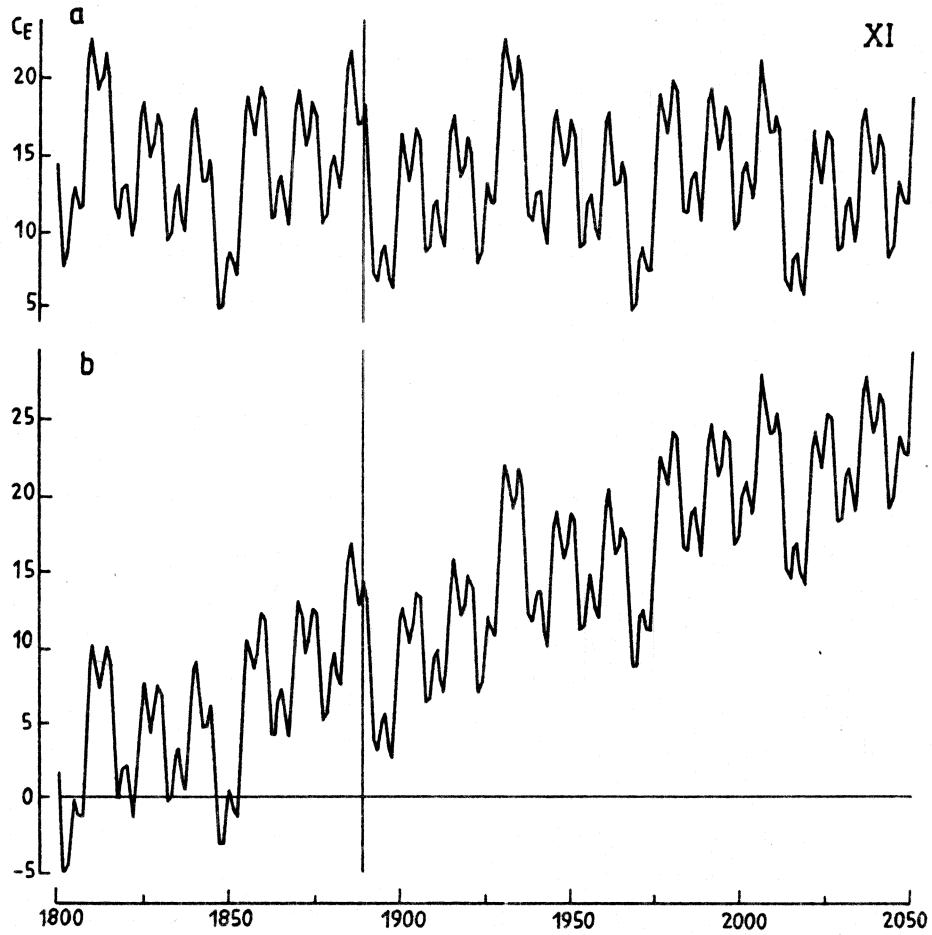
Ryc. 110. Trend wiekowy cyrkulacji wschodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 9 i 9′/ - wrzesień

Century trend of the easterly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 9, 9′/ - September



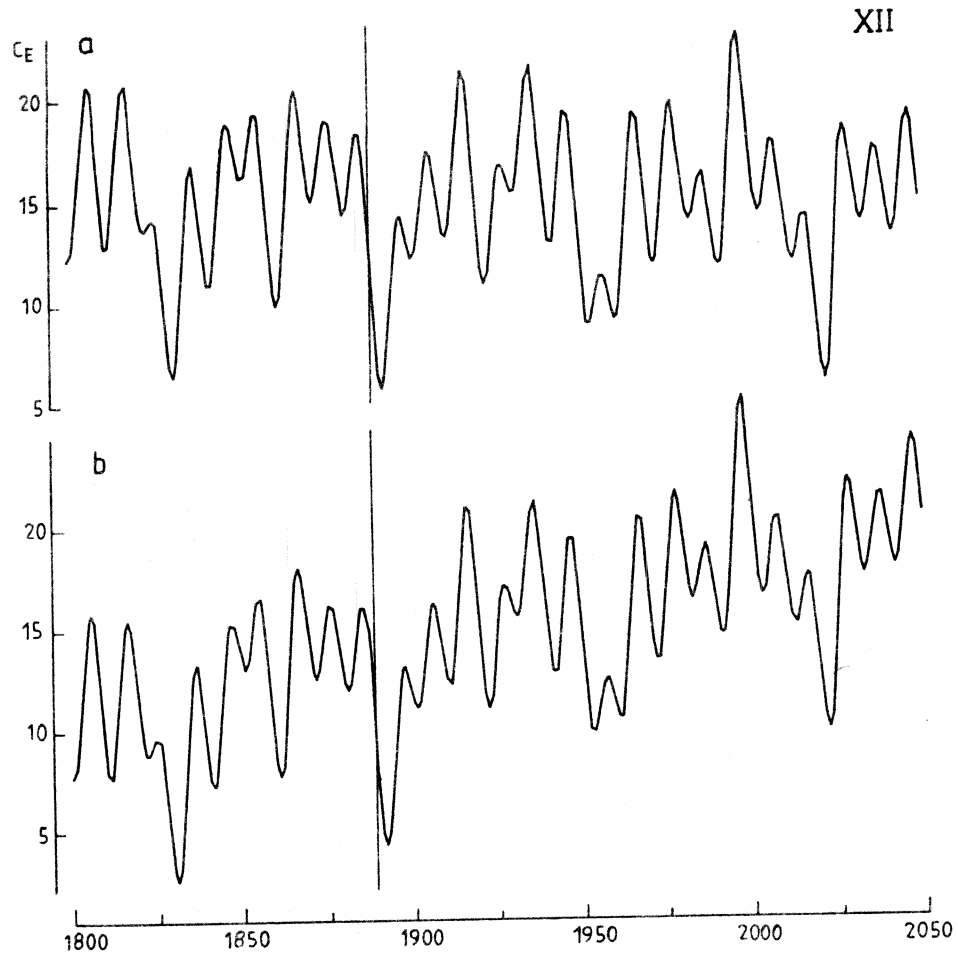
Ryc. 111. Trend wiekowy cyrkulacji wschodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 10 i 10′/ - październik

Century trend of the easterly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 10,10′/ -October



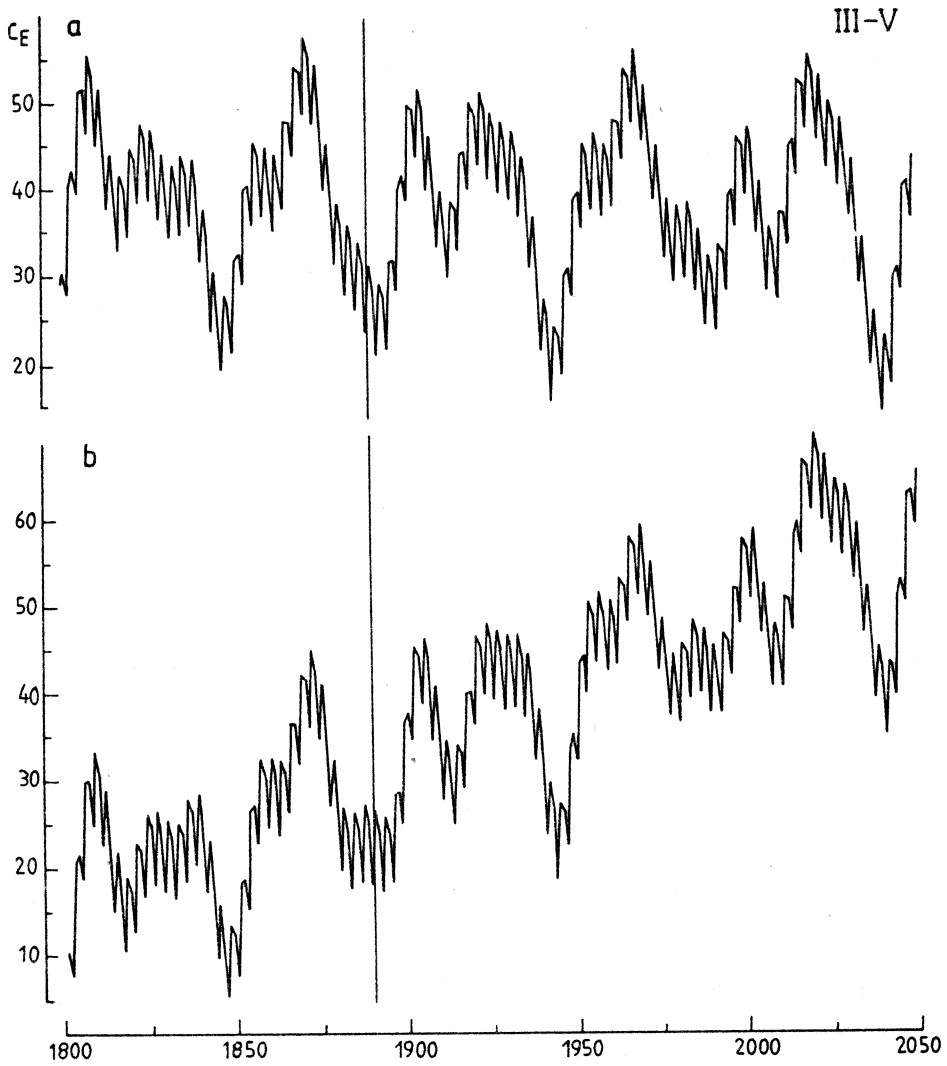
Ryc. 112. Trend wiekowy cyrkulacji wschodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 11 i 11′/ - listopad

Century trend of the easterly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 11,11′/ - November



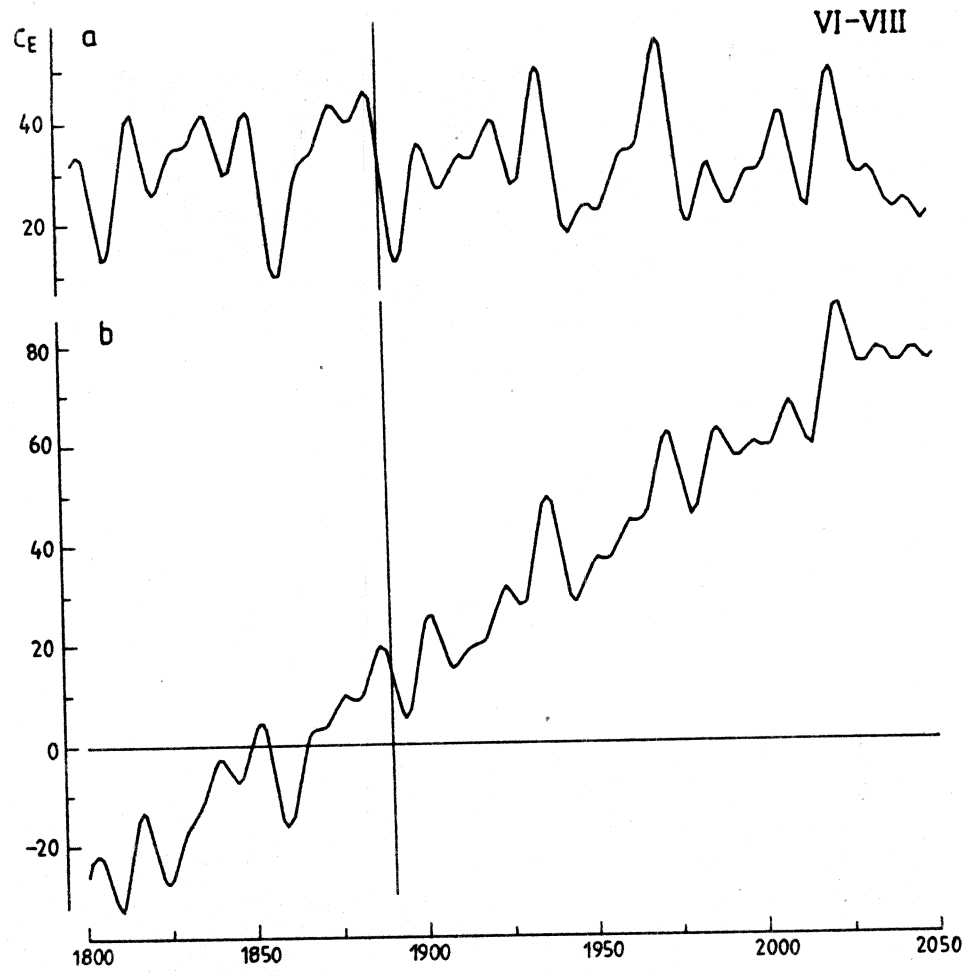
Ryc. 113. Trend wiekowy cyrkulacji wschodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 12 i 12′/ - grudzień

Century trend of the easterly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 12,12′/ - December



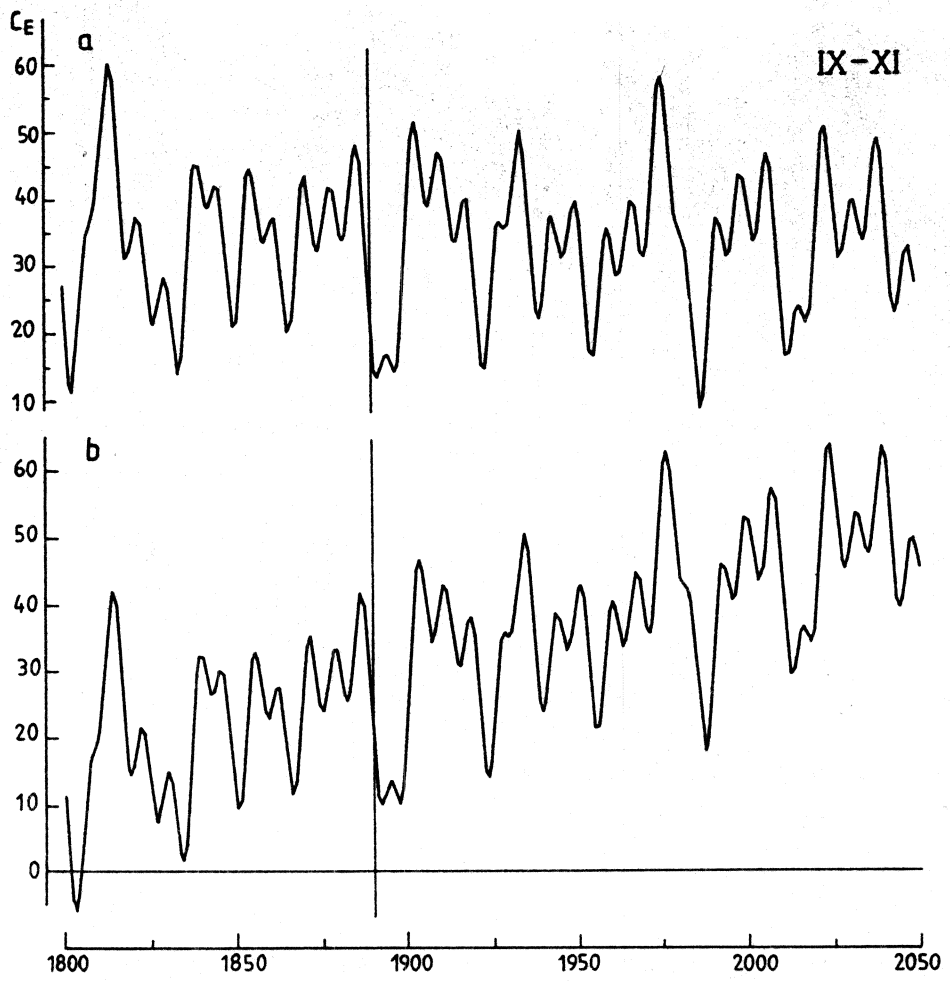
Ryc. 114. Trend wiekowy cyrkulacji wschodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 13 i 13′/ - wiosna

Century trend of the easterly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 13,13′/ - spring



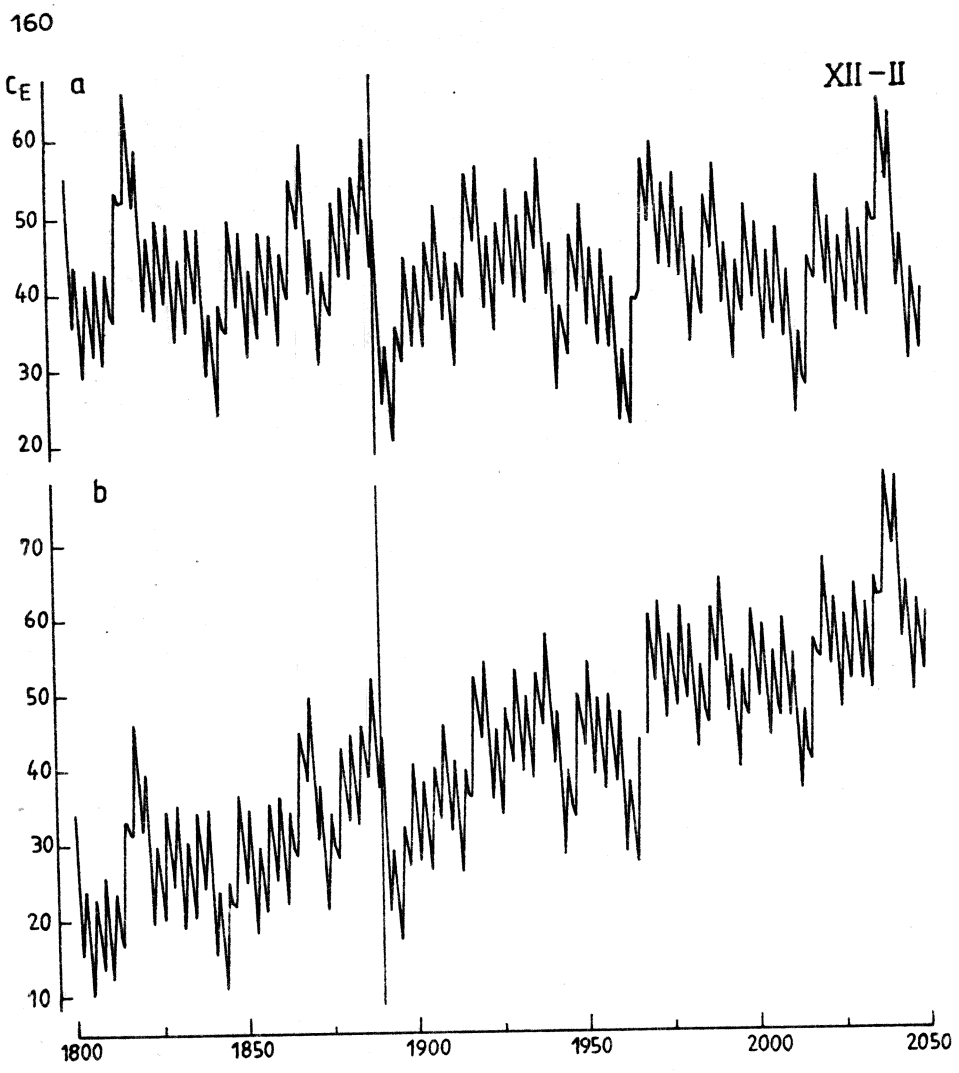
Ryc. 115. Trend wiekowy cyrkulacji wschodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 14 i 14′/ - lato

Century trend of the easterly circulation on the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 14,14′/ - summer



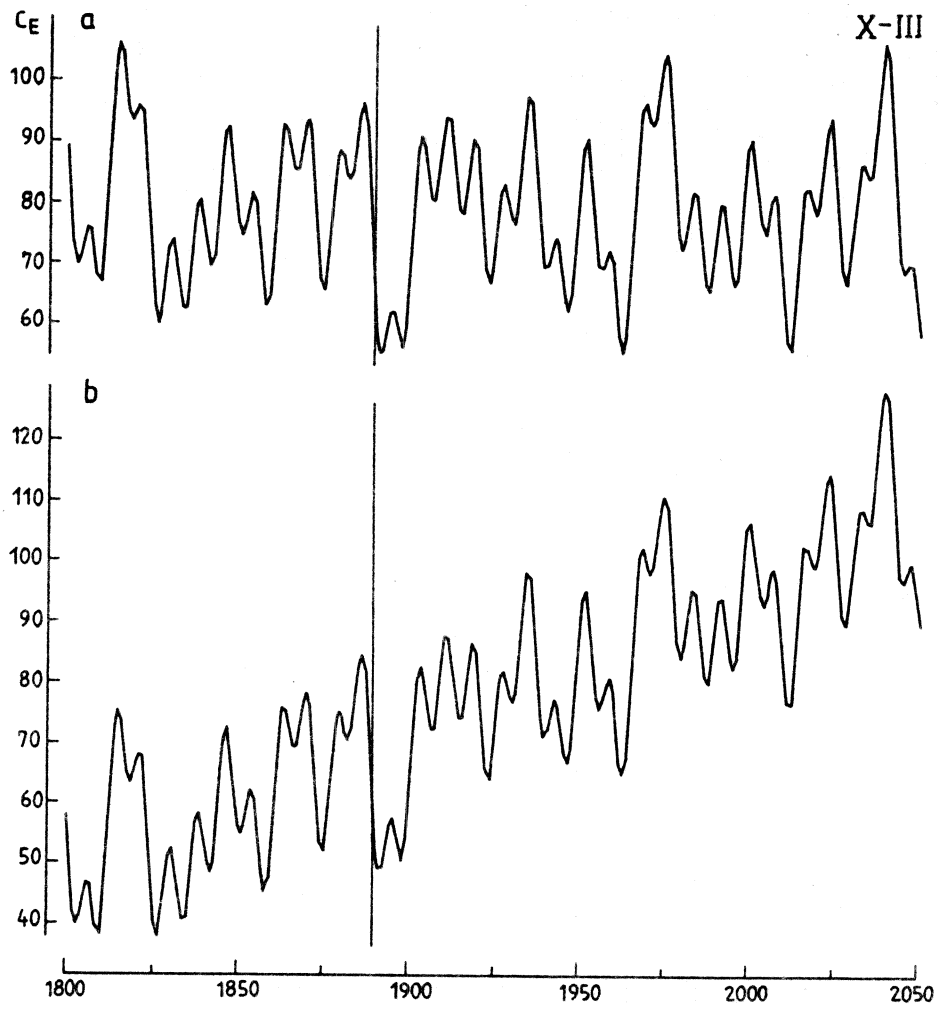
Ryc. 116. Trend wiekowy cyrkulacji wschodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 15 i 15′/ - jesień

Century trend of the easterly circulation on the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 15, 15′/ - autumn



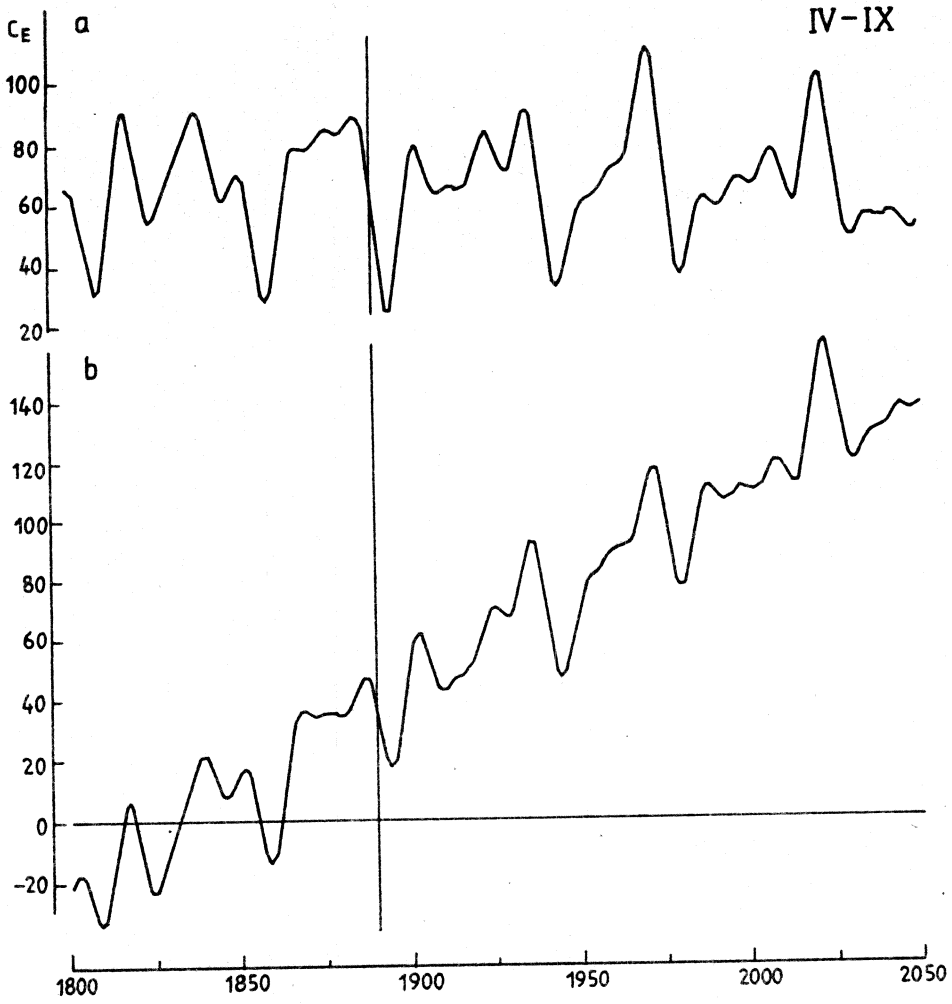
Ryc. 117. Trend wiekowy cyrkulacji wschodniej w latach 1800 – 2050: a – wypadkowa rzeczywistych cykli, b – z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 16 i 16′/ – zima

Century trend of the easterly circulation on the period 1800 – 2050: a – resultant of actual cycles, b – with stable tendency accounted for /graphs of functions 16, 16′/ – winter



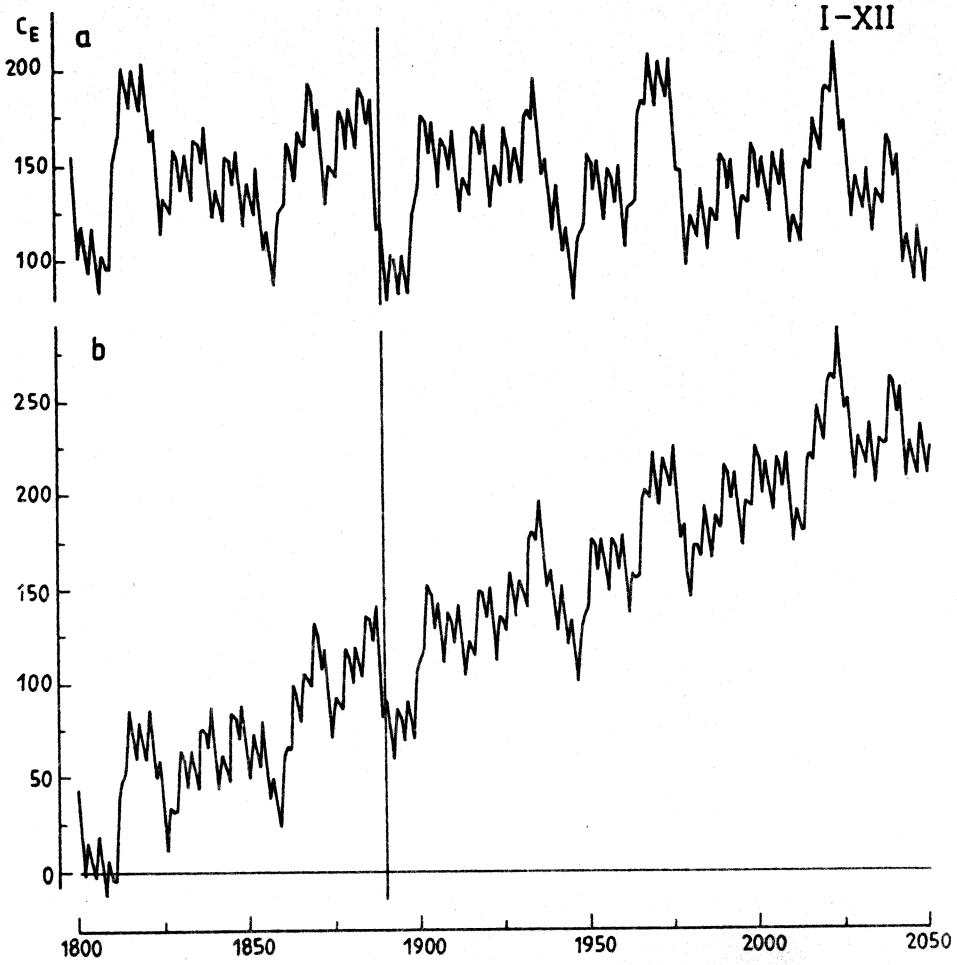
Ryc. 118. Trend wiekowy cyrkulacji wschodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 17 i 17′/
- półrocze chłodne

Century trend of the easterly circulation on the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 17, 17′/
- cold period



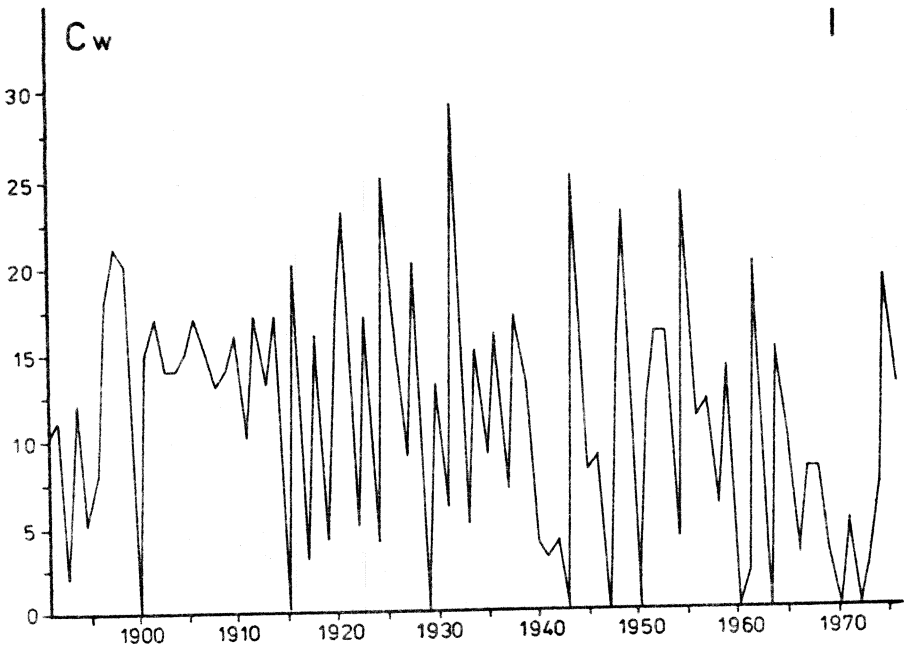
Ryc. 119. Trend wiekowy cyrkulacji wschodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 18 i 18′/
- półrocze ciepłe

Century trend of the easterly circulation on the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 18, 18′/
- warm period



Ryc. 120. Trend wiekowy cyrkulacji wschodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 19 i 19′/ - rok

Century trend of the easterly circulation on the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 19,19′/ - year

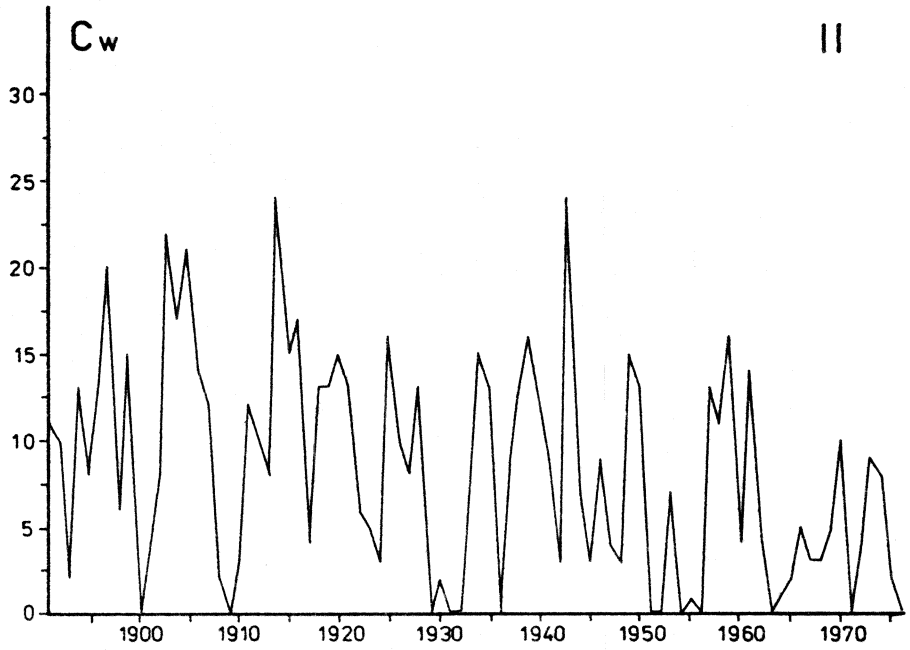


Ryc. 121. Cyrkulacja atmosferyczna zachodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - styczeń
Westerly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - January

Styczeń

$$C_W = 10{,}96 + 2{,}149\sin\left(\frac{2\pi}{6}t + 1{,}071\right) + 1{,}437\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 2{,}207\right) + 2{,}397\sin\left(\frac{2\pi}{26}t - 1{,}522\right) + 1{,}058\sin\left(\frac{2\pi}{41}t - 1{,}401\right) + 2{,}331\sin\left(\frac{2\pi}{98}t - 0{,}5248\right) \quad (1)$$

$$C_W = 11{,}39 - 0{,}00998\,t + 2{,}154\sin\left(\frac{2\pi}{6}t + 1{,}072\right) + 1{,}447\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 2{,}225\right) + 2{,}387\sin\left(\frac{2\pi}{26}t - 1{,}524\right) + 1{,}022\sin\left(\frac{2\pi}{41}t - 1{,}461\right) + 2{,}076\sin\left(\frac{2\pi}{98}t - 0{,}1060\right) \quad (1')$$

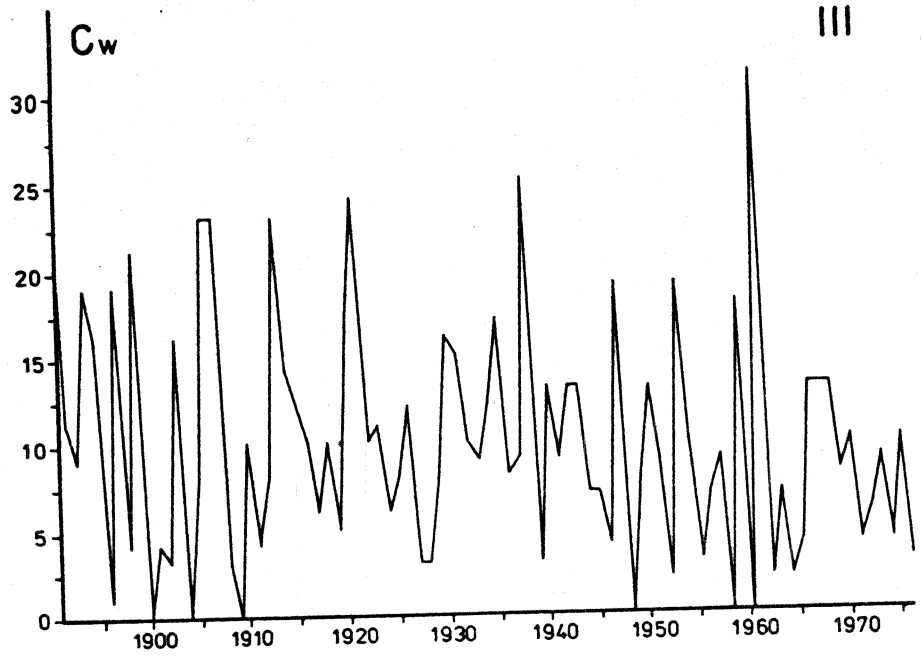


Ryc. 122. Cyrkulacja atmosferyczna zachodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - luty
Westerly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - February

Luty

$$C_W = 8{,}256 + 2{,}284\sin\left(\frac{2\pi}{9}t - 2{,}471\right) + 2{,}211\sin\left(\frac{2\pi}{21}t - 0{,}7882\right) + 1{,}368\sin\left(\frac{2\pi}{41}t - 0{,}8609\right) + 2{,}420\sin\left(\frac{2\pi}{99}t + 0{,}2300\right) \quad (2)$$

$$C_W = 8{,}212 + 0{,}00101\,t + 2{,}284\sin\left(\frac{2\pi}{9}t - 2{,}471\right) + 2{,}215\sin\left(\frac{2\pi}{21}t - 0{,}7875\right) + 1{,}374\sin\left(\frac{2\pi}{41}t - 0{,}8584\right) + 2{,}448\sin\left(\frac{2\pi}{99}t + 0{,}2318\right) \quad (2')$$

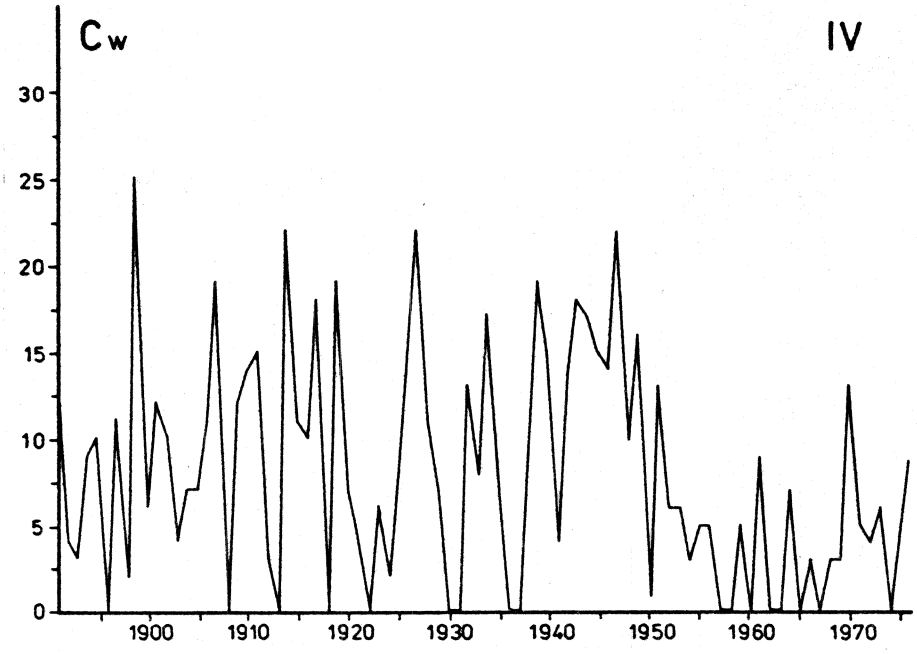


Ryc. 123. Cyrkulacja atmosferyczna zachodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - marzec
Westerly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - March

Marzec

$$C_W = 10,14 + 2,491 \sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 2,067\right) + 1,769\sin\left(\frac{2\pi}{23}t + 0,9810\right) + 0,9838\sin\left(\frac{2\pi}{55}t + 2,650\right) \quad (3)$$

$$C_W = 11,72 - 0,03629\ t + 2,497 \sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 2,089\right) + 1,614\sin\left(\frac{2\pi}{23}t + 1,011\right) + 0,9565\sin\left(\frac{2\pi}{55}t + 2,876\right) \quad (3')$$

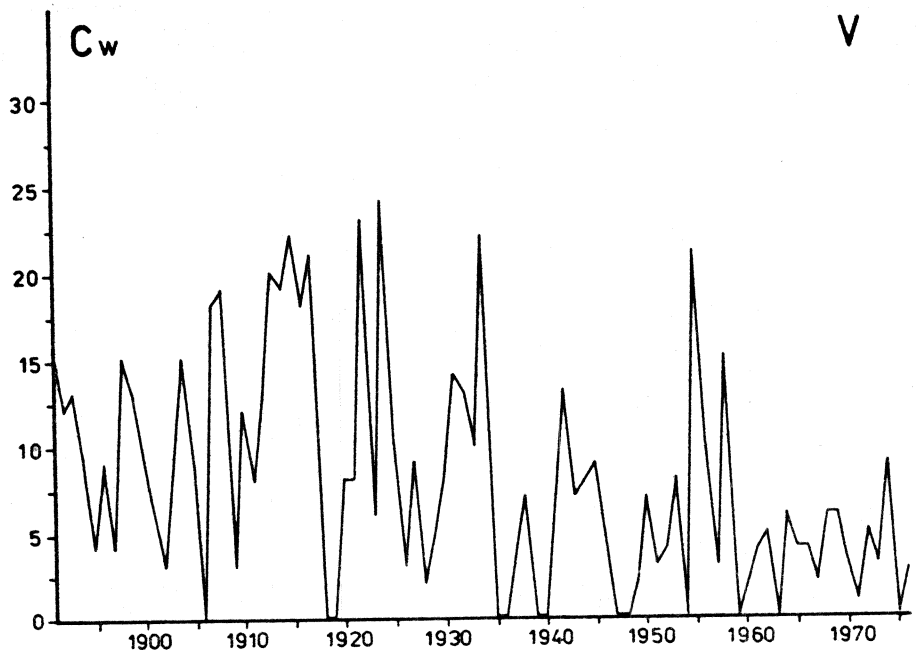


Ryc. 124. Cyrkulacja atmosferyczna zachodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - kwiecień
Westerly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - April

Kwiecień

$$C_W = 8{,}111 + 2{,}082\sin\left(\frac{2\pi}{4}t + 0{,}2944\right) + 2{,}121\sin\left(\frac{2\pi}{9}t + 1{,}580\right) + 3{,}522\sin\left(\frac{2\pi}{38}t - 1{,}193\right) \quad (4)$$

$$C_W = 9{,}843 - 0{,}03982\,t + 2{,}081\sin\left(\frac{2\pi}{4}t + 0{,}2942\right) + 2{,}096\sin\left(\frac{2\pi}{9}t + 1{,}587\right) + 3{,}236\sin\left(\frac{2\pi}{38}t - 1{,}219\right) \quad (4')$$

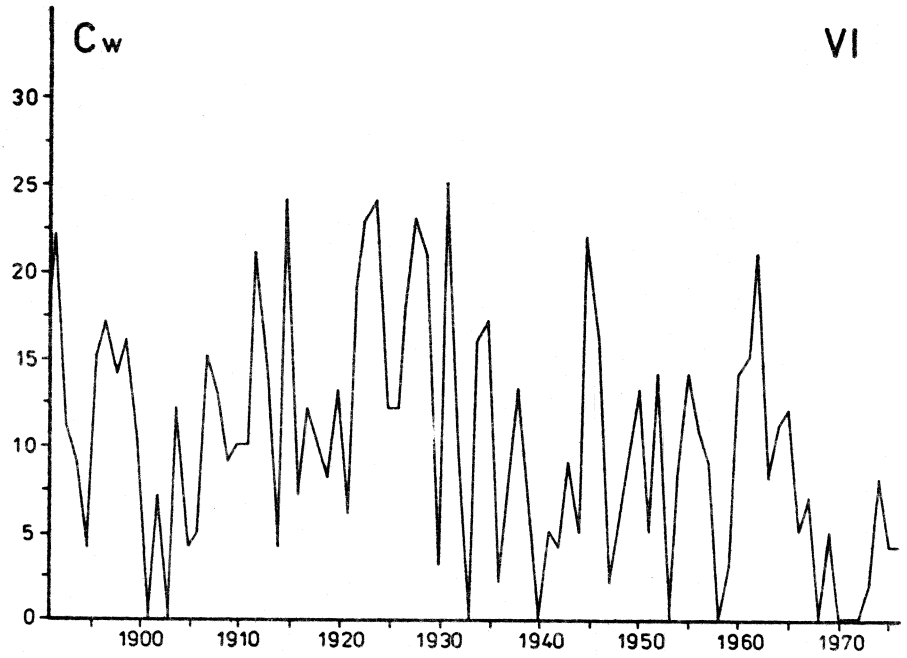


Ryc. 125. Cyrkulacja atmosferyczna zachodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - maj
Westerly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - May

Maj

$$C_W = 7{,}996 + 2{,}333\sin\left(\frac{2\pi}{10}t - 0{,}6873\right) + 1{,}294\sin\left(\frac{2\pi}{22}t + 1{,}222\right) + 1{,}642\sin\left(\frac{2\pi}{35}t + 2{,}580\right) + 3{,}967\sin\left(\frac{2\pi}{87}t - 0{,}0818\right) \quad (5)$$

$$C_W = 9{,}739 - 0{,}04006\,t + 2{,}337\sin\left(\frac{2\pi}{10}t - 0{,}7120\right) + 1{,}193\sin\left(\frac{2\pi}{22}t + 1{,}417\right) + 1{,}605\sin\left(\frac{2\pi}{35}t + 2{,}614\right) + 2{,}853\sin\left(\frac{2\pi}{87}t - 0{,}1143\right) \quad (5')$$

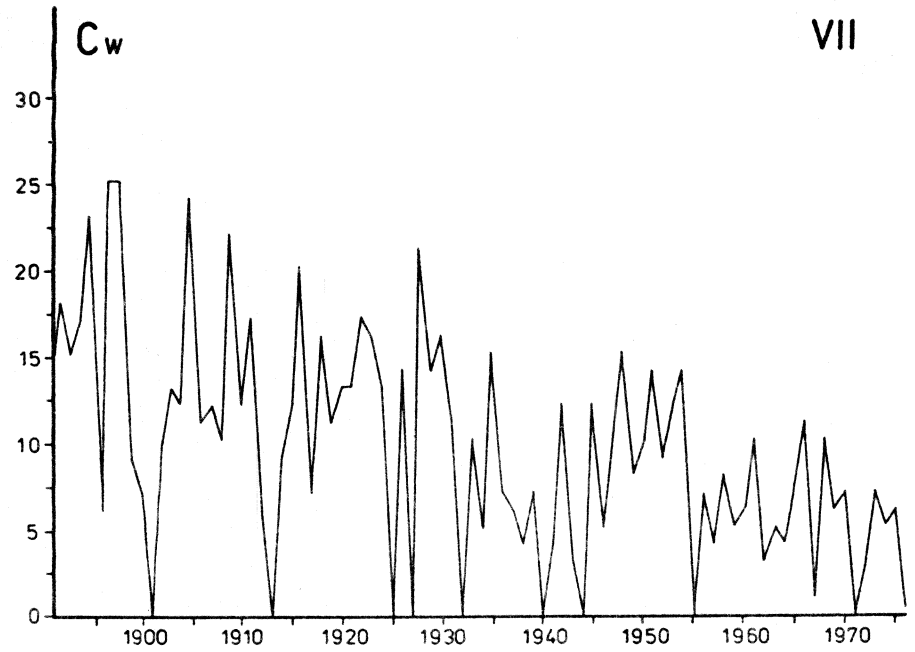


Ryc. 126. Cyrkulacja atmosferyczna zachodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - czerwiec
Westerly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - June

Czerwiec

$$C_W = 10{,}23 + 2{,}324\sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 1{,}517\right) + 3{,}078\sin\left(\frac{2\pi}{17}t + 0{,}0209\right) + 3{,}151\sin\left(\frac{2\pi}{33}t + 1{,}511\right) \quad (6)$$

$$C_W = 13{,}02 - 0{,}06419t + 2{,}275\sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 1{,}565\right) + 2{,}795\sin\left(\frac{2\pi}{17}t + 0{,}0629\right) + 2{,}934\sin\left(\frac{2\pi}{33}t + 1{,}540\right) \quad (6')$$

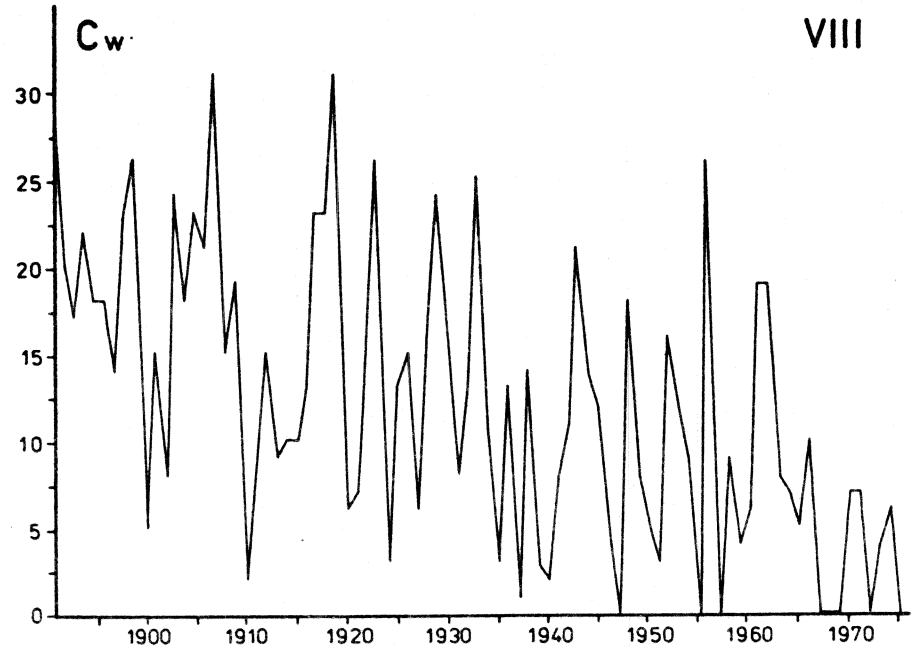


Ryc. 127. Cyrkulacja atmosferyczna zachodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - lipiec
Westerly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - July

Czerwiec

$$C_W = 9{,}512 + 2{,}251\sin\left(\frac{2\pi}{6}t - 1{,}001\right) + 1{,}831\sin\left(\frac{2\pi}{14}t + 0{,}0227\right) + 1{,}512\sin\left(\frac{2\pi}{18}t - 0{,}1113\right) + 2{,}248\sin\left(\frac{2\pi}{30}t + 0{,}6798\right) + 1{,}138\sin\left(\frac{2\pi}{48}t - 0{,}0624\right) \quad (7)$$

$$C_W = 14{,}59 - 0{,}1168\,t + 2{,}199\sin\left(\frac{2\pi}{6}t - 0{,}9855\right) + 1{,}677\sin\left(\frac{2\pi}{14}t + 0{,}1026\right) + 1{,}193\sin\left(\frac{2\pi}{18}t - 0{,}3264\right) + 1{,}487\sin\left(\frac{2\pi}{30}t + 0{,}8842\right) + 0{,}8202\sin\left(\frac{2\pi}{48}t - 1{,}553\right) \quad (7')$$

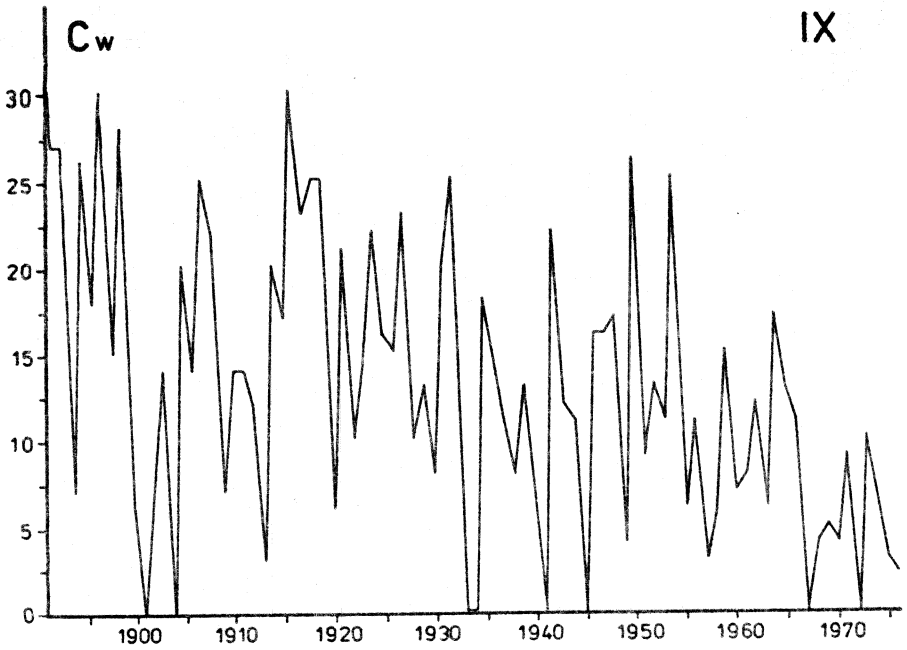


Ryc. 128. Cyrkulacja atmosferyczna zachodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - sierpień
Westerly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - August

Sierpień

$$C_W = 12{,}00 + 2{,}540\sin\left(\frac{2\pi}{5}t - 2{,}018\right) + 2{,}551\sin\left(\frac{2\pi}{9}t + 1{,}805\right) + 3{,}178\sin\left(\frac{2\pi}{12}t - 0{,}5446\right) + 2{,}760\sin\left(\frac{2\pi}{30}t + 0{,}2484\right) + 1{,}536\sin\left(\frac{2\pi}{49}t + 0{,}4810\right) \quad (8)$$

$$C_W = 19{,}42 - 0{,}1707\,t + 2{,}422\sin\left(\frac{2\pi}{5}t - 2{,}066\right) + 2{,}441\sin\left(\frac{2\pi}{9}t + 1{,}848\right) + 2{,}798\sin\left(\frac{2\pi}{12}t - 0{,}5111\right) + 1{,}574\sin\left(\frac{2\pi}{30}t + 0{,}1975\right) + 0{,}4966\sin\left(\frac{2\pi}{49}t - 1{,}672\right) \quad (8')$$

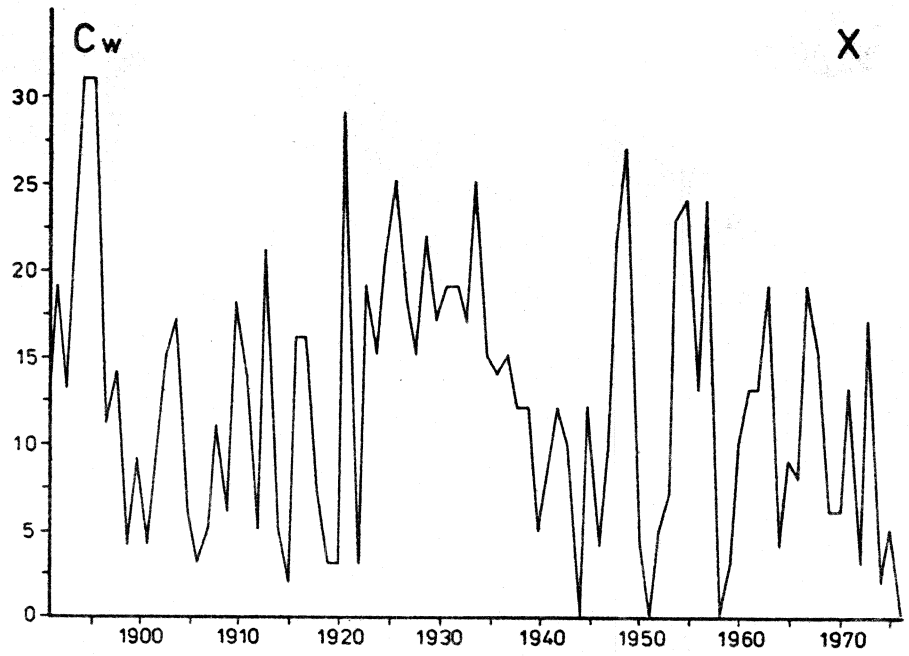


Ryc. 129 Cyrkulacja atmosferyczna zachodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - wrzesień
Westerly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - September

Wrzesień

$$C_W = 13{,}32 + 2{,}406\sin\left(\frac{2\pi}{4}t + 0{,}0681\right) + 2{,}888\sin\left(\frac{2\pi}{9}t + 1{,}805\right) + 2{,}100\sin\left(\frac{2\pi}{12}t - 0{,}2178\right) + 1{,}947\sin\left(\frac{2\pi}{18}t + 0{,}3024\right) + 4{,}038\sin\left(\frac{2\pi}{51}t + 1{,}398\right) + 0{,}8334\sin\left(\frac{2\pi}{51}t + 1{,}405\right) \quad (9)$$

$$C_W = 19{,}25 - 0{,}1364\,t + 2{,}398\sin\left(\frac{2\pi}{4}t + 0{,}0653\right) + 2{,}802\sin\left(\frac{2\pi}{9}t + 1{,}834\right) + 1{,}898\sin\left(\frac{2\pi}{12}t - 0{,}1482\right) + 1{,}508\sin\left(\frac{2\pi}{18}t + 0{,}2368\right) + 3{,}496\sin\left(\frac{2\pi}{51}t + 1{,}571\right) + 0{,}6634\sin\left(\frac{2\pi}{51}t - 2{,}838\right) \quad (9')$$

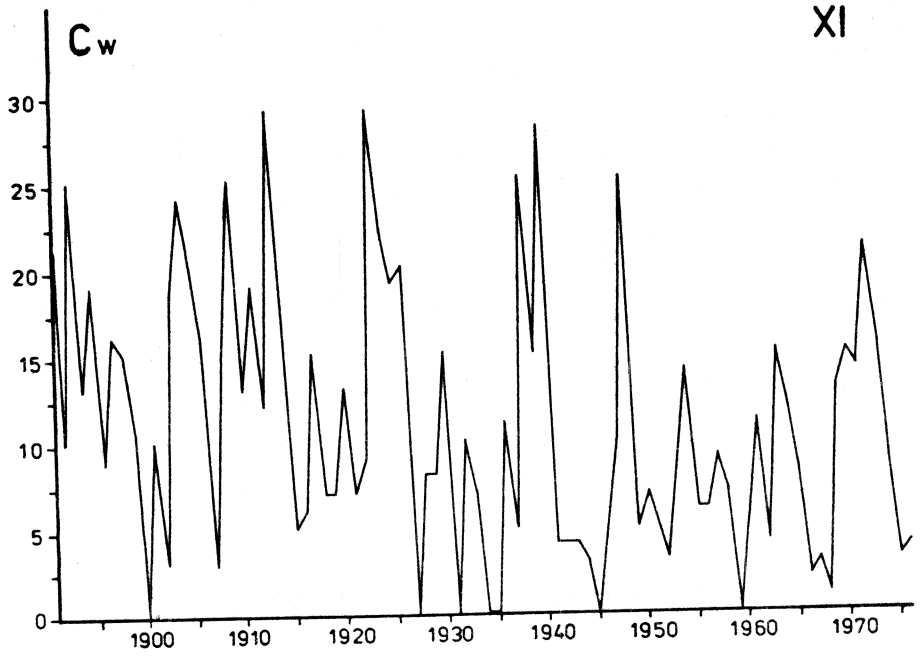


Ryc. 130. Cyrkulacja atmosferyczna zachodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - październik
Westerly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - October

Październik

$$C_W = 12{,}73 + 2{,}162\sin\left(\frac{2\pi}{6}t + 2{,}440\right) + 1{,}051\ \sin\left(\frac{2\pi}{14}t - 1{,}164\right) + 2{,}100\sin\left(\frac{2\pi}{18}t - 0{,}0002\right) + 3{,}768\ \sin\left(\frac{2\pi}{33}t + 0{,}9006\right) + 2{,}670\sin\left(\frac{2\pi}{53}t + 2{,}483\right) \quad (10)$$

$$C_W = 14{,}38 - 0{,}03805\ t + 2{,}177\sin\left(\frac{2\pi}{6}t + 2{,}432\right) + 0{,}9803\sin\left(\frac{2\pi}{14}t - 1{,}203\right) + 2{,}006\sin\left(\frac{2\pi}{18}t - 0{,}0274\right) + 3{,}633\ \sin\left(\frac{2\pi}{33}t + 0{,}8914\right) + 2{,}622\sin\left(\frac{2\pi}{53}t + 2{,}600\right) \quad (10')$$

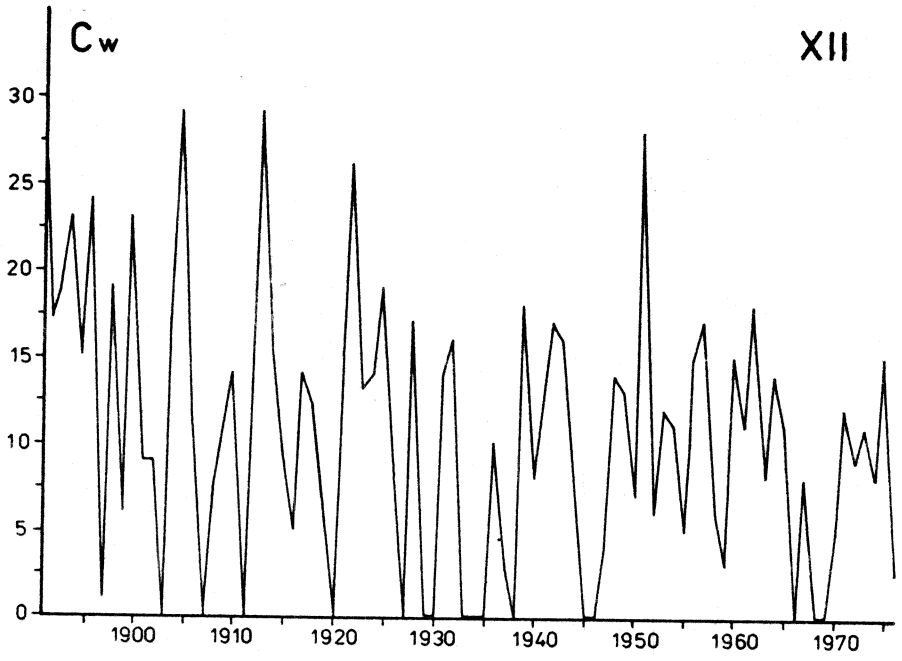


Ryc. 131. Cyrkulacja atmosferyczna zachodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - listopad
Westerly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - November

Listopad

$$C_W = 10{,}79 + 2{,}382\sin\left(\frac{2\pi}{5}t - 2{,}975\right) + 3{,}105\sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 0{,}6851\right) + 2{,}609\sin\left(\frac{2\pi}{11}t - 0{,}5418\right) + 3{,}316\sin\left(\frac{2\pi}{15}t - 0{,}1665\right) + 2{,}409\sin\left(\frac{2\pi}{88}t - 1{,}686\right) \quad (11)$$

$$C_W = 14{,}49 - 0{,}08503\,t + 2{,}396\sin\left(\frac{2\pi}{5}t - 3{,}010\right) + 2{,}961\sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 0{,}6998\right) + 2{,}454\sin\left(\frac{2\pi}{11}t - 0{,}6133\right) + 3{,}142\sin\left(\frac{2\pi}{15}t - 0{,}2247\right) + 2{,}494\sin\left(\frac{2\pi}{88}t - 1{,}749\right) \quad (11')$$

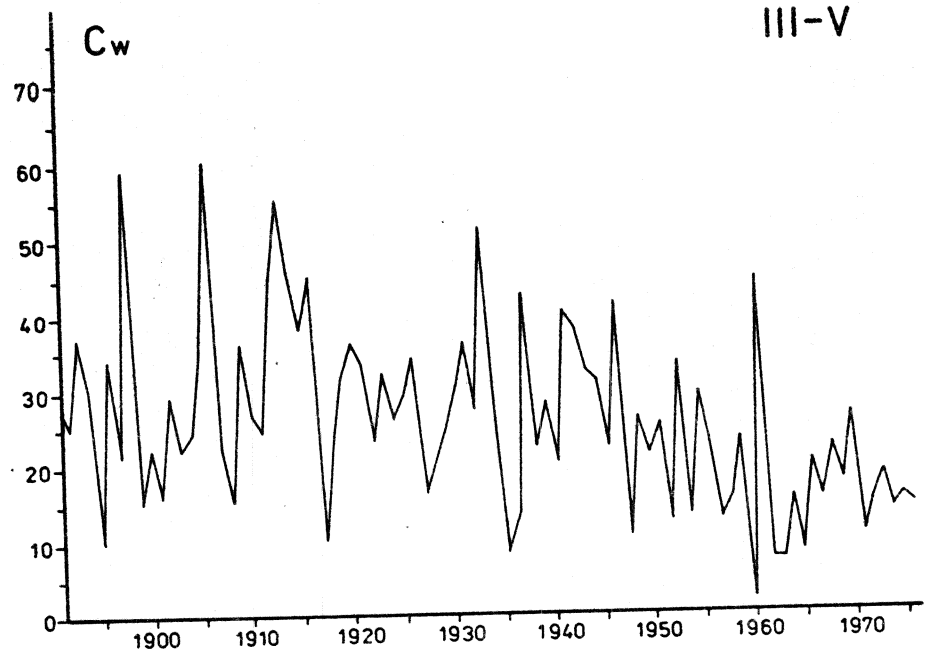


Ryc. 132. Cyrkulacja atmosferyczna zachodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - grudzień
Westerly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - December

Grudzień

$$C_W = 10{,}08 + 2{,}975\sin\left(\frac{2\pi}{10}t + 0{,}1229\right) + 1{,}504\sin\left(\frac{2\pi}{12}t + 0{,}9704\right) + 1{,}530\sin\left(\frac{2\pi}{17}t + 0{,}9772\right) + 2{,}637\sin\left(\frac{2\pi}{30}t + 1{,}075\right) + 2{,}155\sin\left(\frac{2\pi}{55}t + 0{,}2193\right) \quad (12)$$

$$C_W = 13{,}07 - 0{,}06875t + 2{,}885\sin\left(\frac{2\pi}{10}t + 0{,}0888\right) + 1{,}552\sin\left(\frac{2\pi}{12}t + 1{,}094\right) + 1{,}492\sin\left(\frac{2\pi}{17}t + 1{,}165\right) + 2{,}301\sin\left(\frac{2\pi}{30}t + 1{,}225\right) + 2{,}045\sin\left(\frac{2\pi}{55}t + 0{,}0998\right) \quad (12')$$

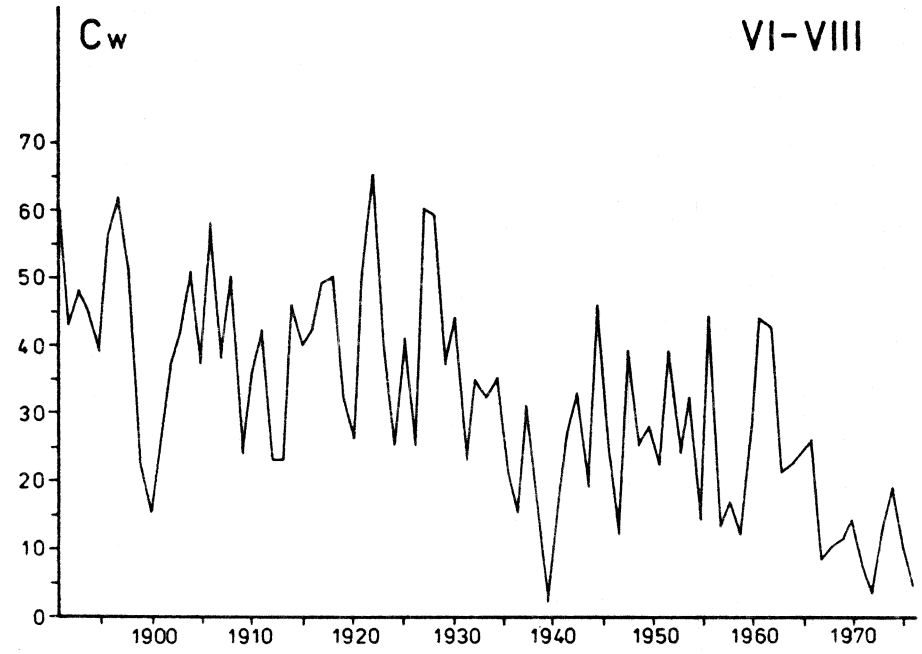


Ryc. 133. Cyrkulacja atmosferyczna zachodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - wiosna
Westerly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - spring

Wiosna

$$C_W = 25{,}88 + 3{,}528\sin\left(\frac{2\pi}{4}t + 2{,}685\right) + 4{,}530\sin\left(\frac{2\pi}{9}t - 2{,}752\right) + 3{,}923\sin\left(\frac{2\pi}{38}t - 1{,}438\right) \quad (13)$$

$$C_W = 33{,}94 - 0{,}1874\,t + 3{,}627\sin\left(\frac{2\pi}{4}t + 2{,}633\right) + 4{,}488\sin\left(\frac{2\pi}{9}t - 2{,}767\right) + 2{,}789\sin\left(\frac{2\pi}{38}t - 1{,}767\right) \quad (13')$$

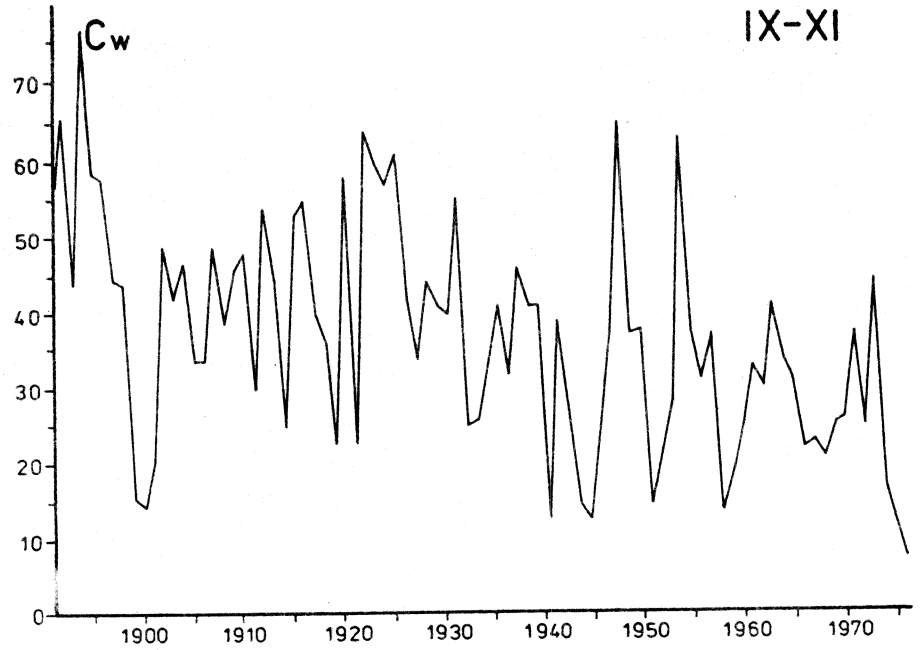


Ryc. 134. Cyrkulacja atmosferyczna zachodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - lato
Westerly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - summer

Lato

$$C_W = 31{,}25 + 3{,}932\sin\left(\frac{2\pi}{12}t - 0{,}3901\right) + 3{,}726\sin\left(\frac{2\pi}{14}t + 0{,}7305\right) + 4{,}580\sin\left(\frac{2\pi}{17}t + 0{,}1282\right) + 7{,}420\sin\left(\frac{2\pi}{30}t + 0{,}6088\right) + 1{,}857\sin\left(\frac{2\pi}{47}t - 0{,}1659\right) \quad (14)$$

$$C_W = 47{,}01 - 0{,}3665t + 3{,}025\sin\left(\frac{2\pi}{12}t - 0{,}3497\right) + 3{,}467\sin\left(\frac{2\pi}{14}t + 1{,}008\right) + 3{,}354\sin\left(\frac{2\pi}{17}t + 0{,}2491\right) + 5{,}003\sin\left(\frac{2\pi}{30}t + 0{,}7018\right) + 3{,}092\sin\left(\frac{2}{47}t - 2{,}210\right) \quad (14')$$

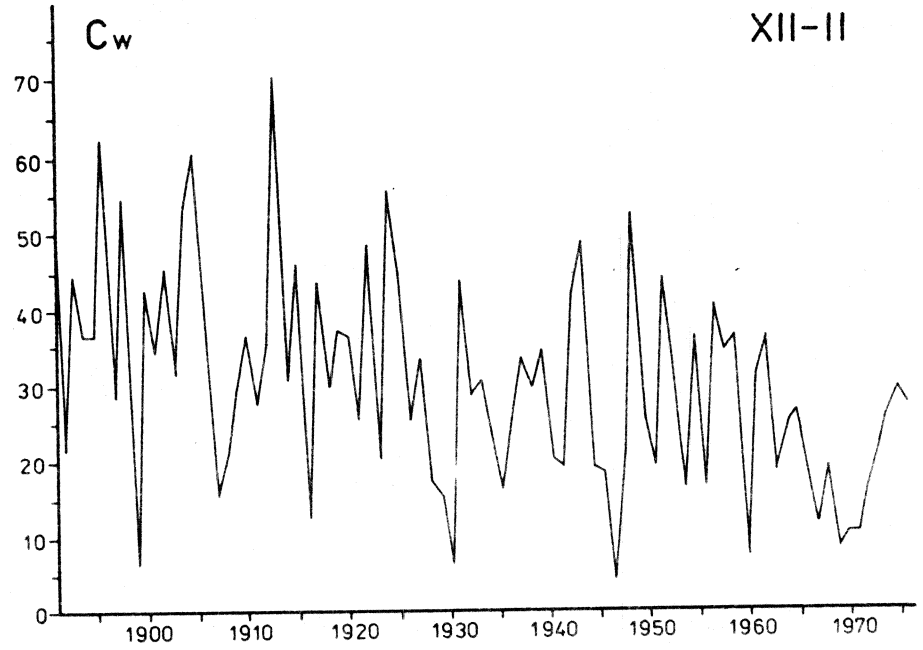


Ryc. 135. Cyrkulacja atmosferyczna zachodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - jesień
Westerly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - autumn

Jesień

$$C_W = 36{,}60 + 5{,}434\sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 1{,}200\right) + 5{,}660\sin\left(\frac{2\pi}{11}t - 0{,}1200\right) + 5{,}953\sin\left(\frac{2\pi}{14}t - 0{,}5538\right) + 3{,}202\sin\left(\frac{2\pi}{18}t + 0{,}7796\right) + 5{,}904\sin\left(\frac{2\pi}{31}t + 1{,}195\right) + 2{,}373\sin\left(\frac{2\pi}{52}t + 2{,}982\right) \quad (15)$$

$$C_W = 47{,}73 - 0{,}2589\,t + 5{,}185\sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 1{,}221\right) + 5{,}222\sin\left(\frac{2\pi}{11}t - 0{,}1915\right) + 5{,}223\sin\left(\frac{2\pi}{14}t - 0{,}5685\right) + 2{,}569\sin\left(\frac{2\pi}{18}t + 0{,}8001\right) + 4{,}667\sin\left(\frac{2\pi}{31}t + 1{,}341\right) + 3{,}538\sin\left(\frac{2\pi}{52}t - 2{,}742\right) \quad (15')$$

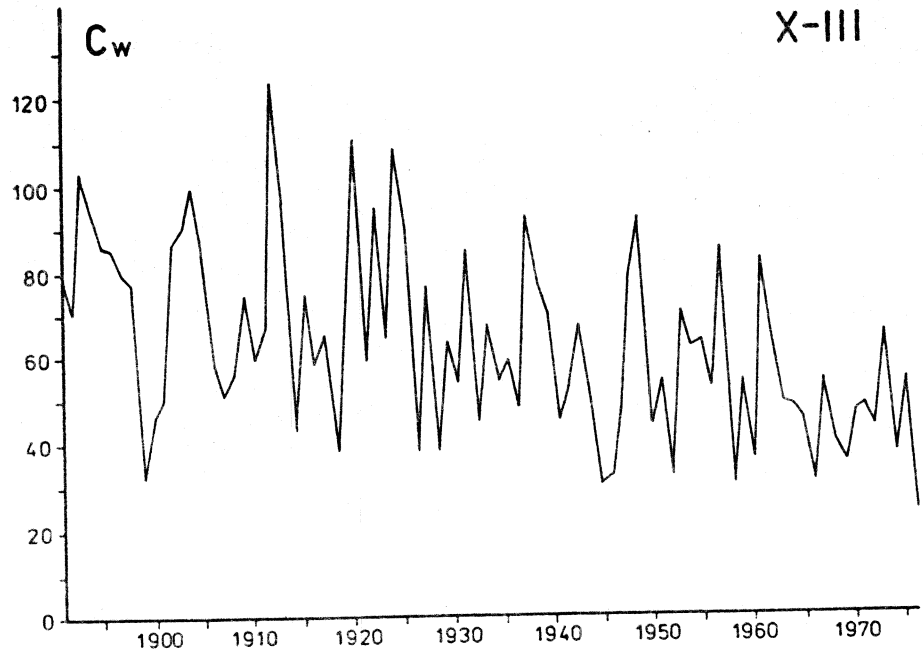


Ryc. 136. Cyrkulacja atmosferyczna zachodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - zima
Westerly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - winter

Zima

$$C_W = 29{,}59 + 3{,}596\sin\left(\frac{2\pi}{6}t + 2{,}275\right) + 4{,}356\sin\left(\frac{2\pi}{10}t - 0{,}5122\right) + 3{,}082\sin\left(\frac{2\pi}{20}t - 1{,}180\right) + 3{,}544\sin\left(\frac{2\pi}{29}t + 0{,}5608\right) + 4{,}397\sin\left(\frac{2\pi}{44}t - 0{,}5108\right) \quad (16)$$

$$C_W = 39{,}02 - 0{,}2194\,t + 3{,}913\sin\left(\frac{2\pi}{6}t + 2{,}260\right) + 4{,}381\sin\left(\frac{2\pi}{10}t - 0{,}5390\right) + 2{,}738\sin\left(\frac{2\pi}{20}t - 1{,}211\right) + 2{,}054\sin\left(\frac{2\pi}{29}t + 0{,}9653\right) + 2{,}732\sin\left(\frac{2\pi}{44}t - 1{,}221\right) \quad (16')$$

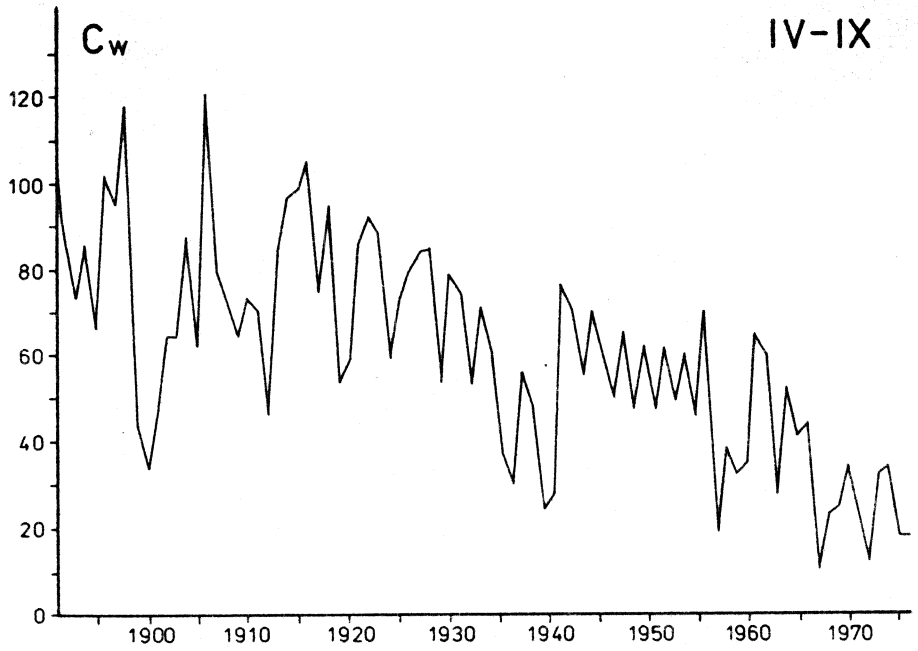


Ryc. 137. Cyrkulacja atmosferyczna zachodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - półrocze chłodne
Westerly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - cold period

Półrocze chłodne

$$C_W = 62{,}42 + 7{,}398\sin\left(\frac{2\pi}{9}t - 1{,}562\right) + 5{,}517\sin\left(\frac{2\pi}{14}t - 0{,}4530\right) + 5{,}706\sin\left(\frac{2\pi}{30}t + 0{,}7807\right) + 3{,}264\sin\left(\frac{2\pi}{46}t + 0{,}3304\right) \quad (17)$$

$$C_W = 80{,}27 - 0{,}4150\,t + 7{,}478\sin\left(\frac{2\pi}{9}t - 1{,}564\right) + 4{,}262\sin\left(\frac{2\pi}{14}t - 0{,}4542\right) + 2{,}950\sin\left(\frac{2\pi}{30}t + 1{,}171\right) + 2{,}062\sin\left(\frac{2\pi}{46}t - 2{,}607\right) \quad (17')$$

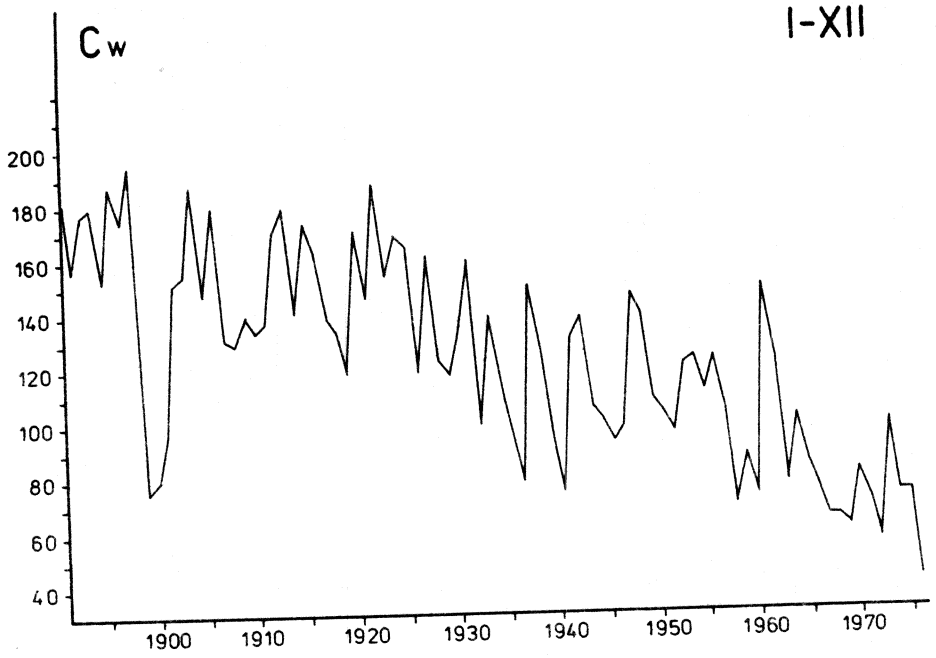


Ryc. 138. Cyrkulacja atmosferyczna zachodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - półrocze ciepłe
Westerly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - warm period

Półrocze ciepłe

$$C_W = 60{,}85 + 9{,}714\sin\left(\frac{2\pi}{9}t + 2{,}666\right) + 6{,}687\sin\left(\frac{2\pi}{12}t - 0{,}2052\right) + 8{,}368\sin\left(\frac{2\pi}{17}t + 0{,}0547\right) + 11{,}95\sin\left(\frac{2\pi}{31}t + 1{,}407\right) + 7{,}195\sin\left(\frac{2\pi}{45}t - 0{,}1535\right) \quad (18)$$

$$C_W = 90{,}64 - 0{,}6928\,t + 9{,}614\sin\left(\frac{2\pi}{9}t + 2{,}701\right) + 5{,}002\sin\left(\frac{2\pi}{12}t - 0{,}0918\right) + 5{,}786\sin\left(\frac{2\pi}{17}t + 0{,}1654\right) + 8{,}011\sin\left(\frac{2\pi}{31}t + 1{,}992\right) + 4{,}005\sin\left(\frac{2\pi}{45}t - 2{,}861\right) \quad (18')$$

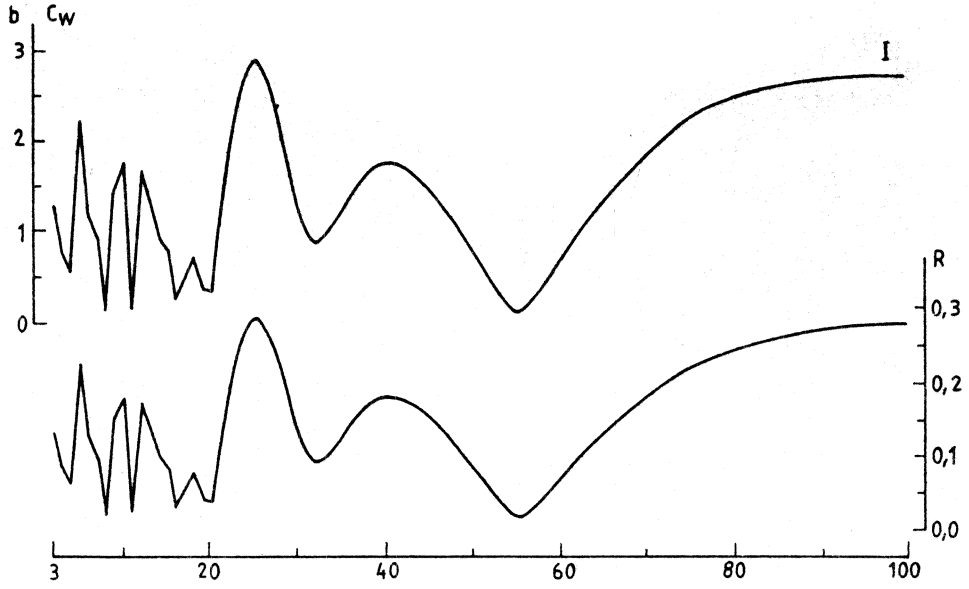


Ryc. 139. Cyrkulacja atmosferyczna zachodnia /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - rok
Westerly atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - year

Rok

$$C_W = 123{,}4 + 10{,}43\sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 1{,}912\right) + 7{,}962\sin\left(\frac{2\pi}{14}t - 0{,}0512\right) + 18{,}35\sin\left(\frac{2\pi}{31}t + 1{,}297\right) + 10{,}73\sin\left(\frac{2\pi}{45}t + 0{,}2201\right) \quad (19)$$

$$C_W = 172{,}2 - 1{,}136\,t + 9{,}941\sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 2{,}031\right) + 5{,}081\sin\left(\frac{2\pi}{14}t + 0{,}2032\right) + 11{,}74\sin\left(\frac{2\pi}{31}t + 1{,}759\right) + 5{,}490\sin\left(\frac{2\pi}{45}t - 2{,}743\right) \quad (19')$$



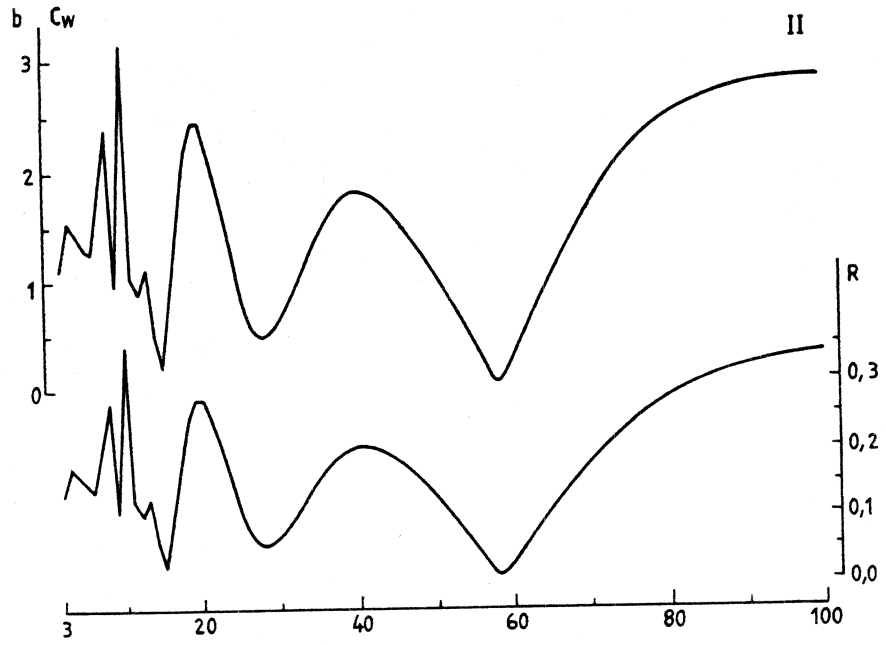
Ryc. 140. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji zachodniej /1891 - 1976/ - styczeń
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the westerly circulation /1891 - 1976/ - January

Tablica 43

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji zachodniej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - styczeń
Actual cycles (ϑ) of westerly circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - January

C_W I

ϑ	6	11	26	41	98
a	10,93	10,99	11,07	11,01	10,77
b	2,171	1,714	2,876	1,762	2,726
c	1,083	2,290	-1,602	-1,200	-1,666
F	1,96	1,19	3,50	1,28	3,40



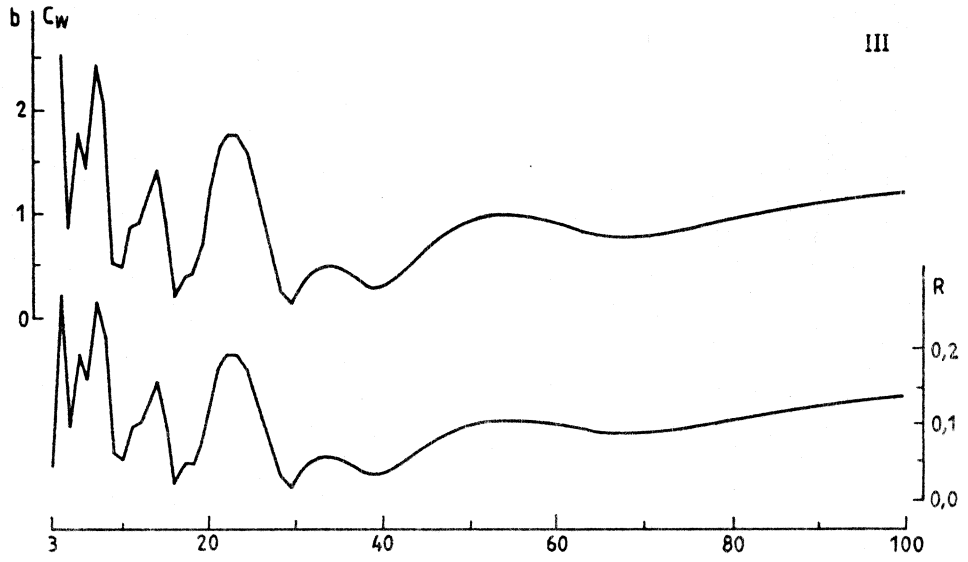
Ryc. 141. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji zachodniej /1891 - 1976/ - luty
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the westerly circulation /1891 - 1976/ - February

Tablica 44

Okresy rzeczywiste (θ) cyrkulacji zachodniej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - luty
Actual cycles (θ) of westerly circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - February

C_W II

θ	9	21	41	99
a	8,261	8,230	8,246	8,108
b	2,375	2,439	1,808	2,821
c	-2,795	-0,823	-0,846	0,134
F	3,15	3,28	1,72	5,19



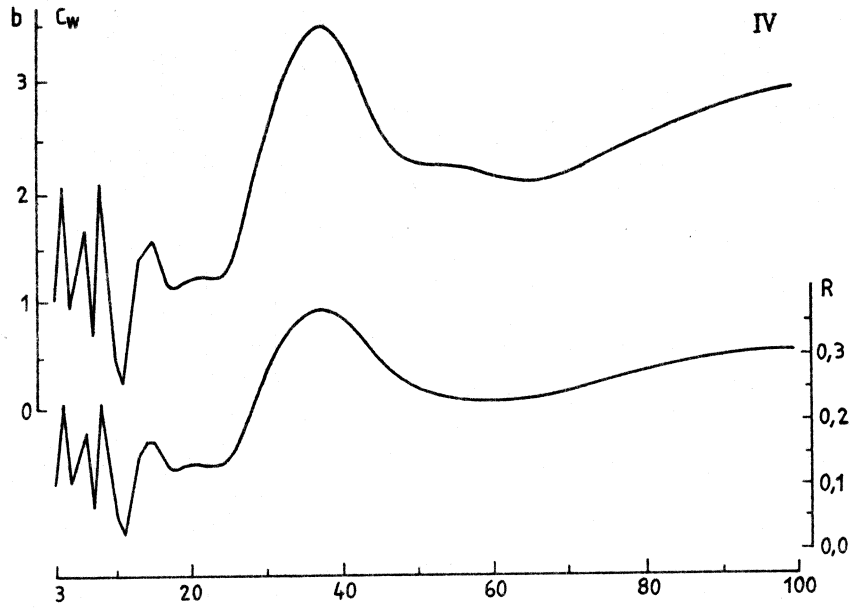
Ryc. 142. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji zachodniej /1891 - 1976/ - marzec
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the westerly circulation /1891 - 1976/ - March

Tablica 45

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji zachodniej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - marzec
Actual cycles (ϑ) of westerly circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - March

C_W III

ϑ	8	23	55
a	9,913	9,889	10,05
b	2,462	1,773	1,019
c	2,048	0,946	2,454
F	2,91	1,54	0,44



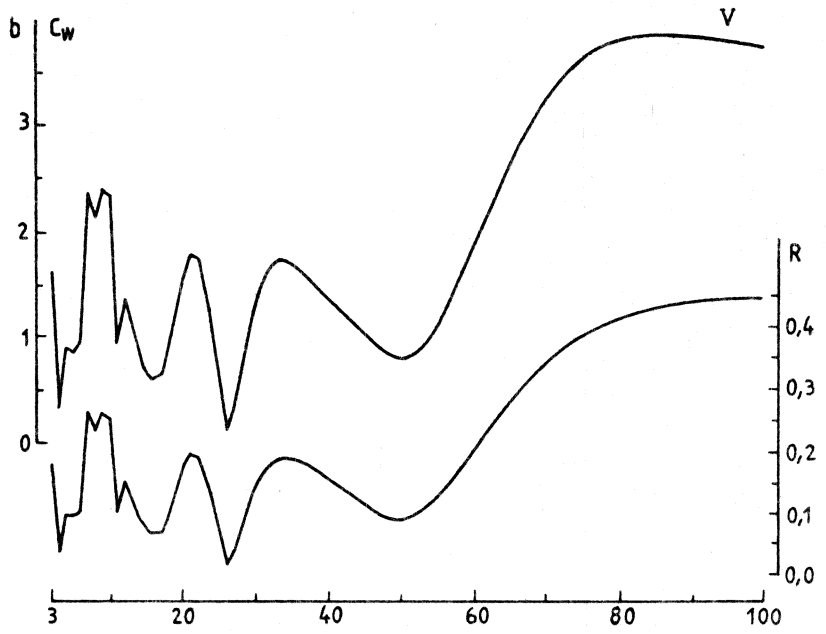
Ryc. 143. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji zachodniej /1891 - 1976/ - kwiecień
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the westerly circulation /1891 - 1976/ - April

Tablica 46

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji zachodniej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - kwiecień
Actual cycles (ϑ) of westerly circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - April

C_W IV

ϑ	4	9	38
a	7,972	8,026	8,094
b	2,068	2,087	3,488
c	0,297	1,618	-1,206
F	2,20	2,25	6,46



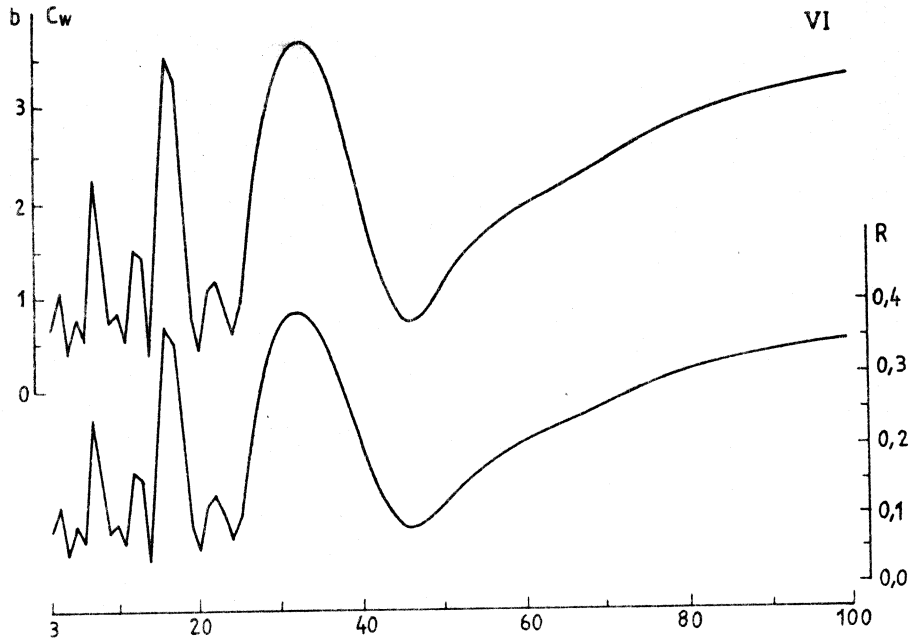
Ryc. 144. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji zachodniej /1891 - 1976/ - maj
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the westerly circulation /1891 - 1976 / - May

Tablica 47

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji zachodniej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - maj
Actual cycles (ϑ) of westerly circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - May

C_W V

ϑ	10	22	35	87
a	7,798	7,920	8,092	7,876
b	2,396	1,790	1,729	3,887
c	-0,695	1,231	2,835	-0,164
F	3,00	1,63	1,51	9,23



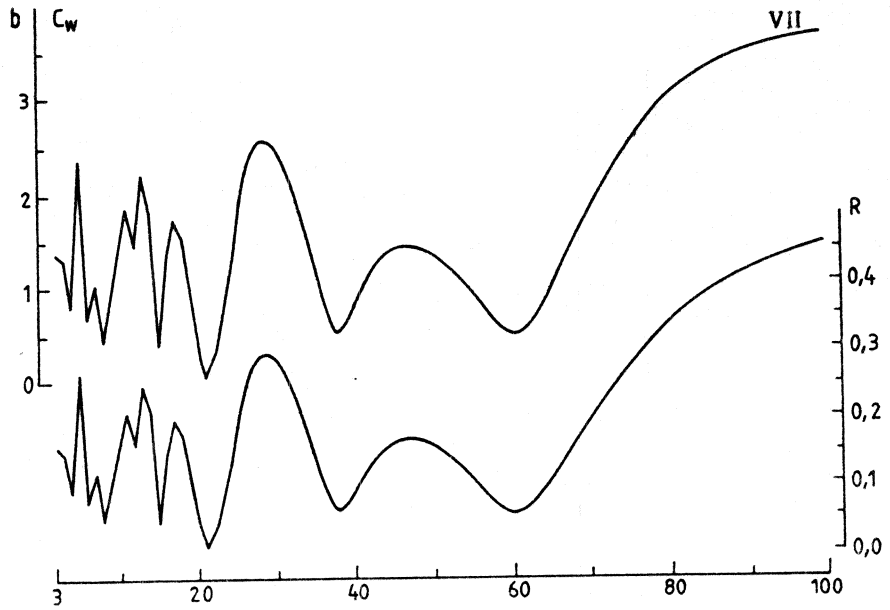
Ryc. 145. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji zachodniej /1891 - 1976/ - czerwiec
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the westerly circulation /1891 - 1976/ - June

Tablica 48

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji zachodniej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - czerwiec
Actual cycles (ϑ) of westerly circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - June

C_W VI

ϑ	8	17	33
a	10,11	10,06	10,21
b	2,260	3,499	3,645
c	1,495	-0,032	1,487
F	2,37	6,19	7,08



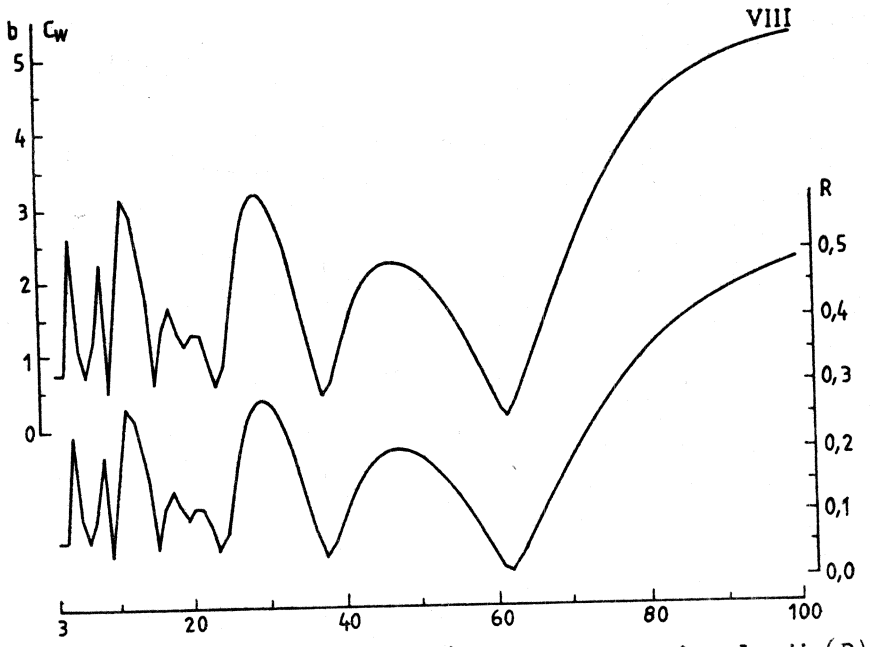
Ryc. 146. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji zachodniej /1891 - 1976/ - lipiec
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the westerly circulation /1891 - 1976/ - July

Tablica 49

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji zachodniej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - lipiec
Actual cycles (ϑ) of westerly circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - July

C_W VII

ϑ	6	14	18	30	48
a	9,615	9,616	9,613	9,686	9,586
b	2,338	2,187	1,707	2,552	1,420
c	-1,017	-0,169	0,153	0,730	0,233
F	3,07	2,64	1,63	3,84	1,16



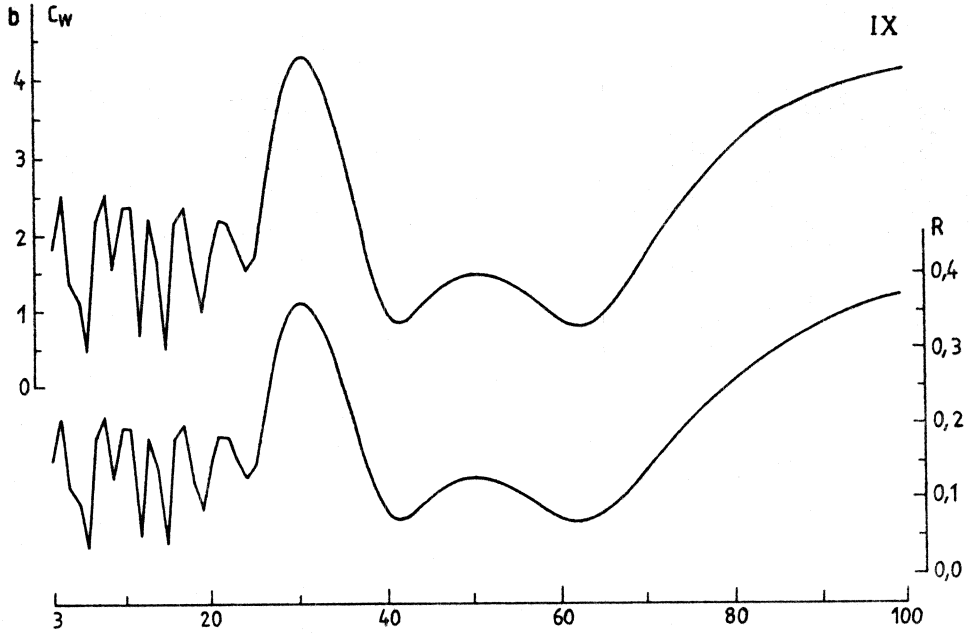
Ryc. 147. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji zachodniej /1891 - 1976/ - sierpień
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the westerly circulation /1891 - 1976/ - August

Tablica 50

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji zachodniej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - sierpień
Actual cycles (ϑ) of westerly circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - August

C_W VIII

ϑ	5	9	12	30	49
a	12,01	12,04	11,98	11,97	11,93
b	2,610	2,257	3,153	3,175	2,182
c	-1,969	1,851	-0,639	0,215	0,494
F	2,15	1,59	3,15	3,41	1,61



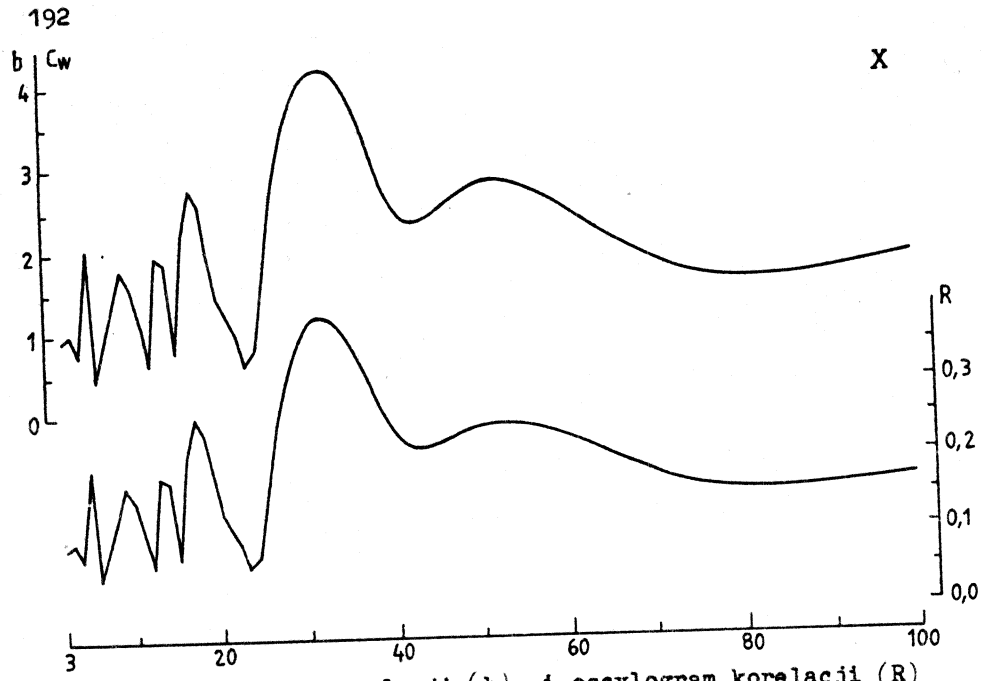
Ryc. 148. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji zachodniej /1891 - 1976/ - wrzesień
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the westerly circulation /1891 - 1976/ - September

Tablica 51

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji zachodniej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - wrzesień
Actual cycles (ϑ) of westerly circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - September

C_W IX

ϑ	4	9	12	18	31	51
a	13,02	13,10	13,02	13,02	13,26	13,10
b	2,465	2,490	2,303	2,305	4,261	1,442
c	0,019	1,786	-0,307	0,294	1,354	1,171
F	1,87	1,91	1,61	1,68	6,14	0,67



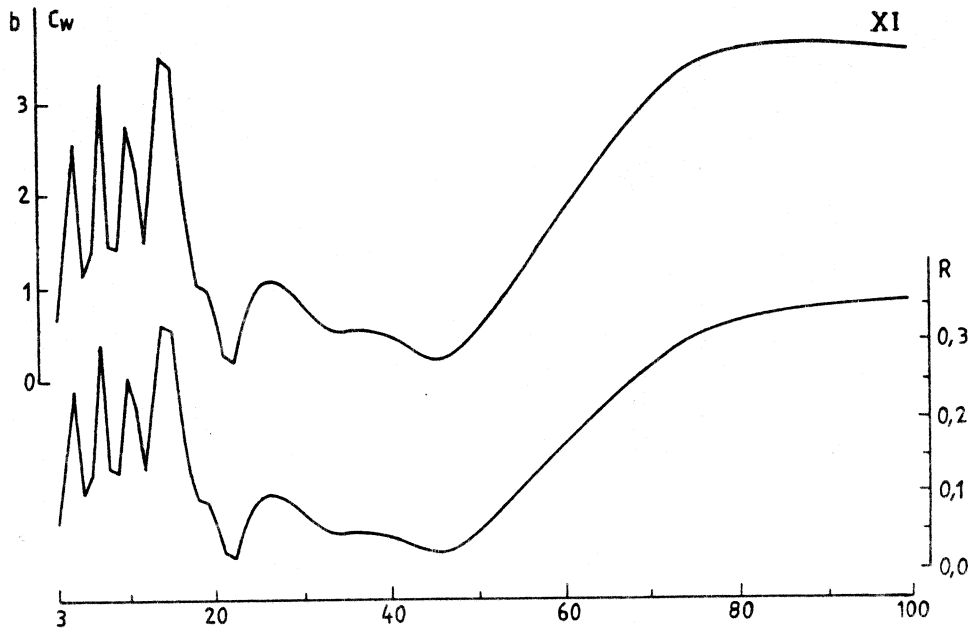
Ryc. 149. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji zachodniej /1891 - 1976/ - październik
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the westerly circulation /1891 - 1976/ - October

Tablica 52

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji zachodniej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - październik
Actual cycles (ϑ) of westerly circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - October

C_W X

ϑ	6	14	18	33	53
a	12,39	12,38	12,30	12,21	12,85
b	2,076	1,948	2,764	4,162	2,811
c	2,504	-1,041	0,037	0,822	2,375
F	1,55	1,33	2,87	7,22	2,57



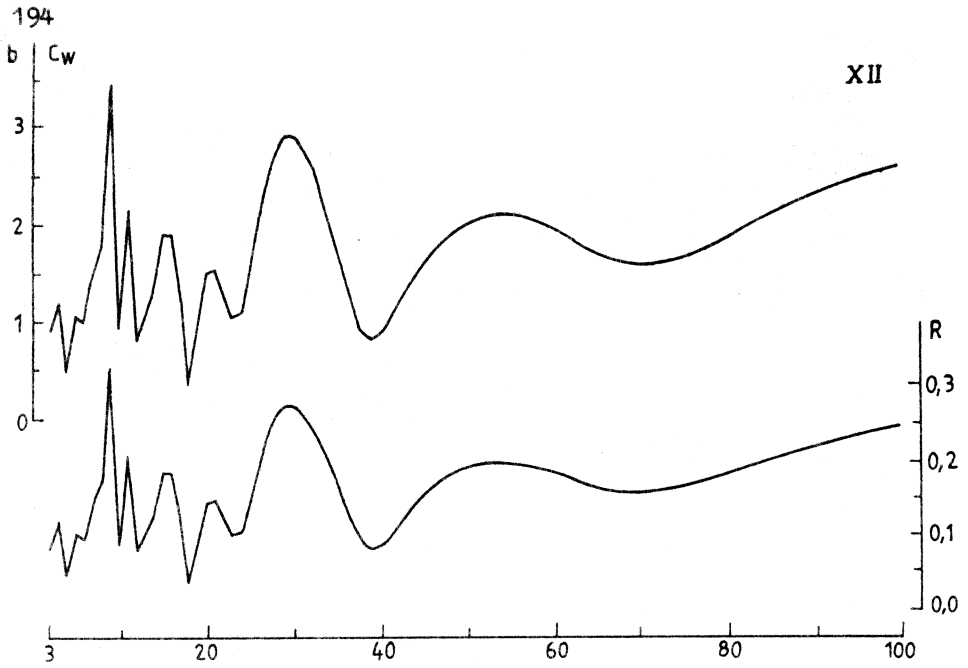
Ryc. 150. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji zachodniej /1891 - 1976/ - listopad
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the westerly circulation /1891 - 1976/ - November

Tablica 53

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji zachodniej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - listopad
Actual cycles (ϑ) of westerly circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - November

C_W XI

ϑ	5	8	11	15	88
a	10,96	10,95	10,89	10,83	10,96
b	2,529	3,170	2,739	3,468	3,630
c	-2,873	0,714	-0,523	-0,154	0,345
F	2,46	4,01	2,88	4,81	5,46



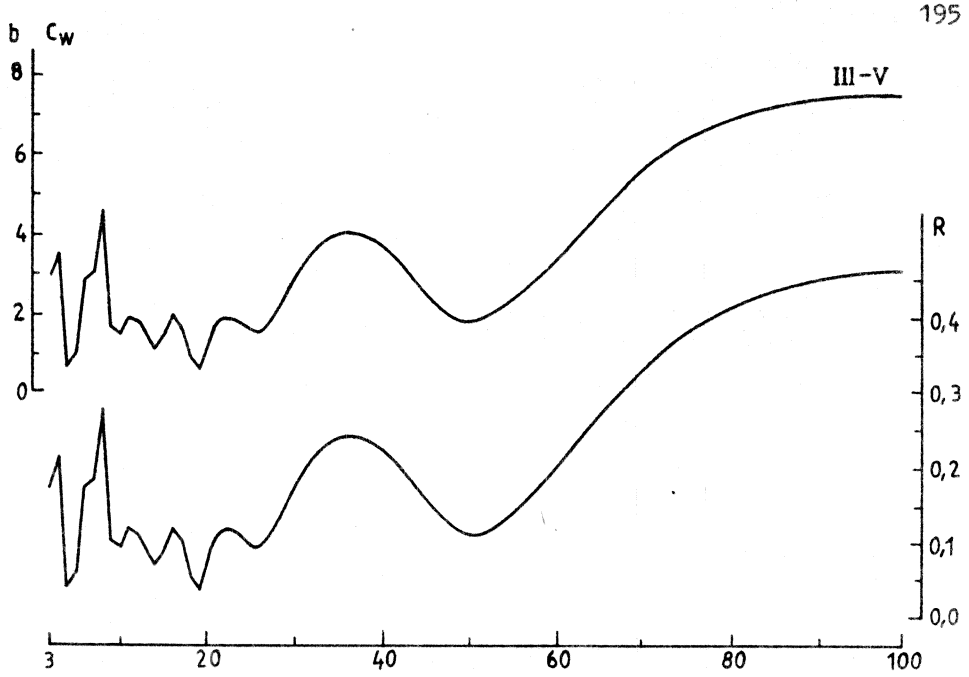
Ryc. 151. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji zachodniej /1891 - 1976/ - grudzień
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the westerly circulation /1891 - 1976/ - December

Tablica 54

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji zachodniej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - grudzień
Actual cycles (ϑ) of westerly circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - December

C_W XII

ϑ	10	12	17	30	55
a	10,41	10,46	10,49	10,60	10,22
b	3,454	2,175	1,930	2,927	2,141
c	0,010	1,014	0,936	1,056	0,549
F	4,59	1,74	1,35	3,22	1,60



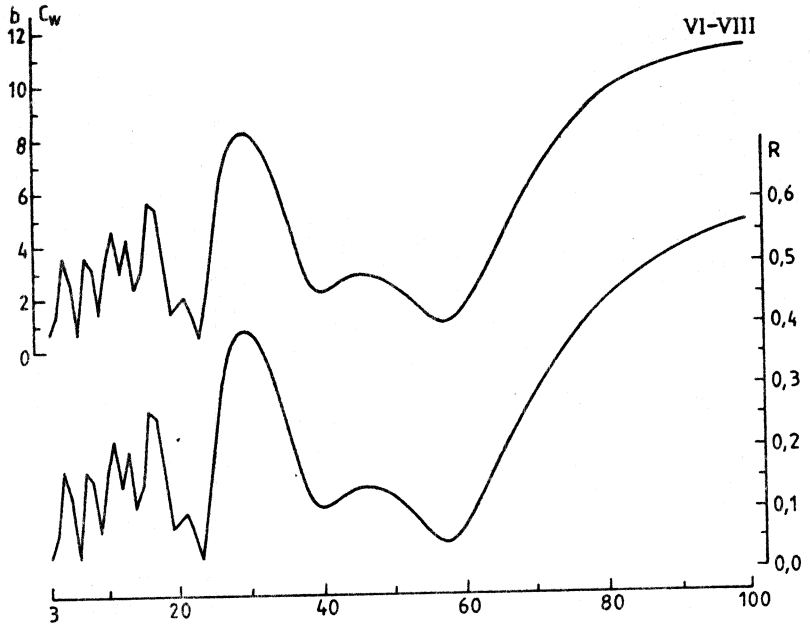
Ryc. 152. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji zachodniej /1891 - 1976/ - wiosna
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the westerly circulation /1891 - 1976/ - spring

Tablica 55

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji zachodniej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - wiosna
Actual cycles (ϑ) of westerly circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - spring

C_W III-V

ϑ	4	9	38
a	25,53	25,63	25,73
b	3,586	4,626	4,070
c	2,658	-2,753	-1,476
F	1,90	3,25	2,40



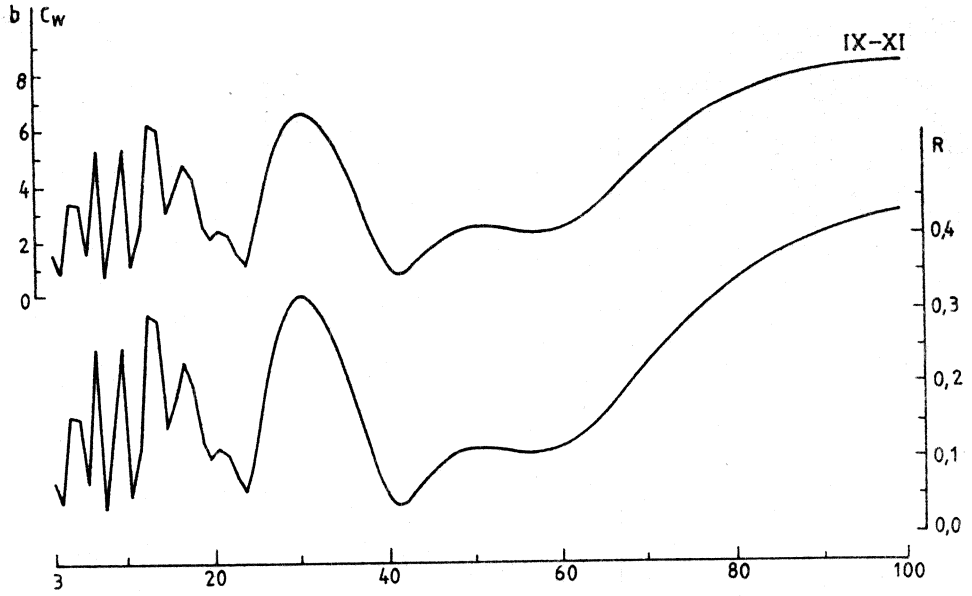
Ryc. 153. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji zachodniej /1891 - 1976/ - lato
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the westerly circulation /1891 - 1976/ - summer

Tablica 56

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji zachodniej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - lato
Actual cycles (ϑ) of westerly circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - summer

C_W VI-VIII

ϑ	12	14	17	30	47
a	31,33	31,30	31,34	31,44	31,24
b	4,631	4,293	5,644	8,321	2,833
c	-0,375	0,540	0,126	0,633	0,158
F	1,92	1,67	2,96	7,39	0,75



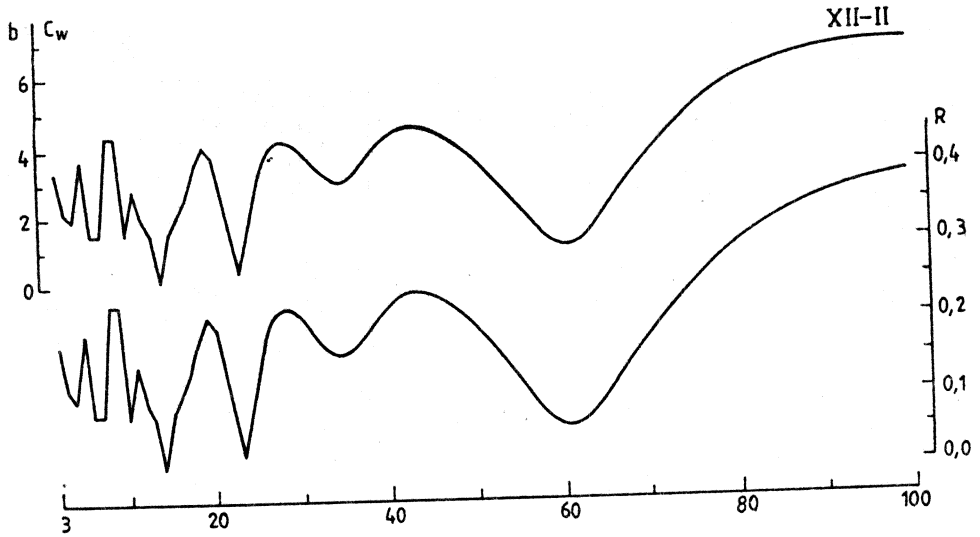
Ryc. 154. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji zachodniej /1891 - 1976/ - jesień
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the westerly circulation /1891 - 1976/ - autumn

Tablica 57

Okresy rzeczywiste (θ) cyrkulacji zachodniej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - jesień
Actual cycles (θ) of westerly circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - autumn

C_W IX-XI

θ	8	11	14	18	31	52
a	36,06	35,88	36,00	35,99	36,23	36,40
b	5,138	5,207	6,172	4,744	6,536	2,501
c	1,237	-0,245	-0,422	0,676	1,143	2,197
F	2,58	2,63	3,75	2,24	4,48	0,52



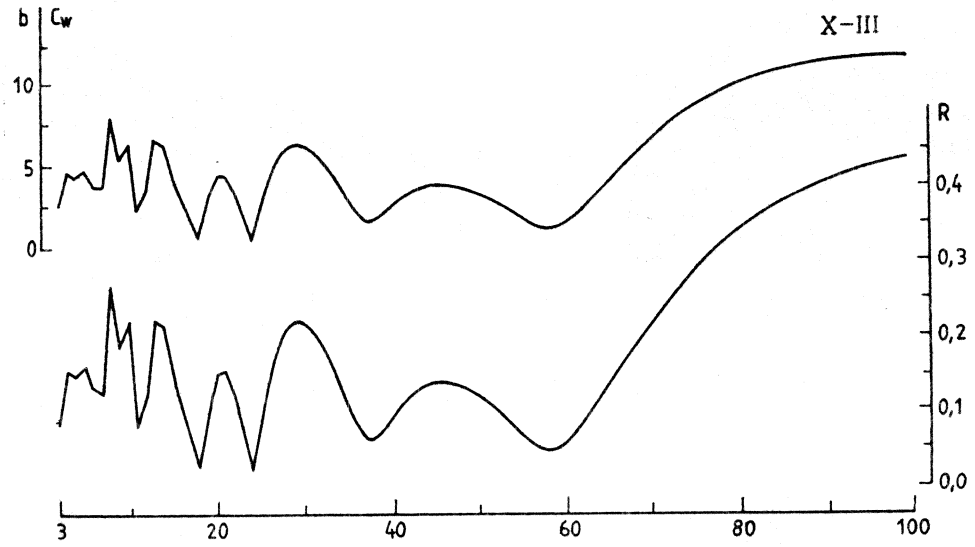
Ryc. 155. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji zachodniej /1891 - 1976/ - zima
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the westerly circulation /1891 - 1976/ - winter

Tablica 58

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji zachodniej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - zima
Actual cycles (ϑ) of westerly circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - winter

C_W XII-II

ϑ	6	10	20	29	44
a	29,77	29,61	29,79	29,81	29,68
b	3,683	4,371	4,066	4,196	4,544
c	2,322	-0,625	-1,061	0,559	-0,437
F	1,49	2,15	1,78	2,01	2,37



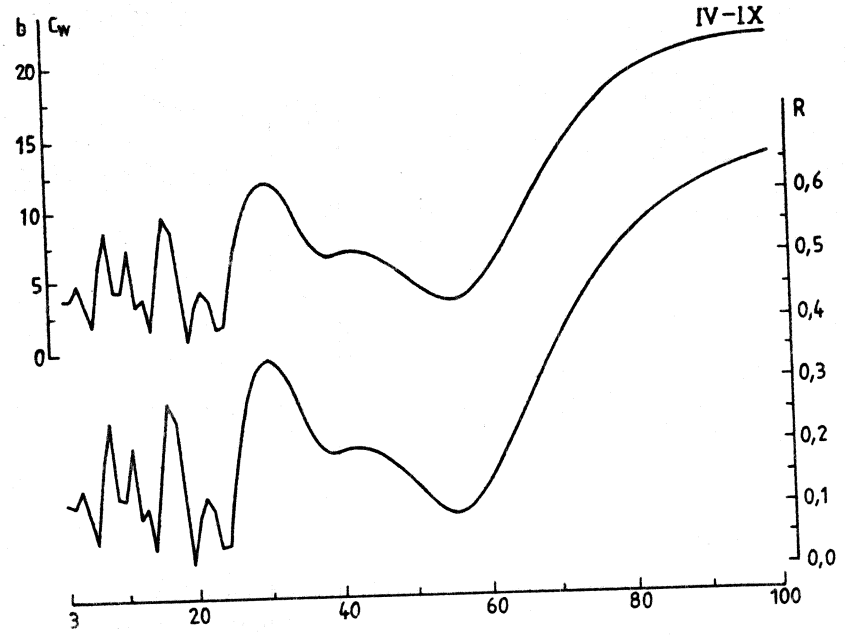
Ryc. 156. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji zachodniej /1891 - 1976/ - półrocze chłodne
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the westerly circulation /1891 - 1976/ - cold period

Tablica 59

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji zachodniej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - półrocze chłodne
Actual cycles (ϑ) of westerly circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - cold period

C_W X-III

ϑ	9	14	30	46
a	62,33	62,37	62,50	62,35
b	7,966	6,619	6,419	3,903
c	-1,560	-0,415	0,757	0,323
F	3,00	2,01	1,99	0,73



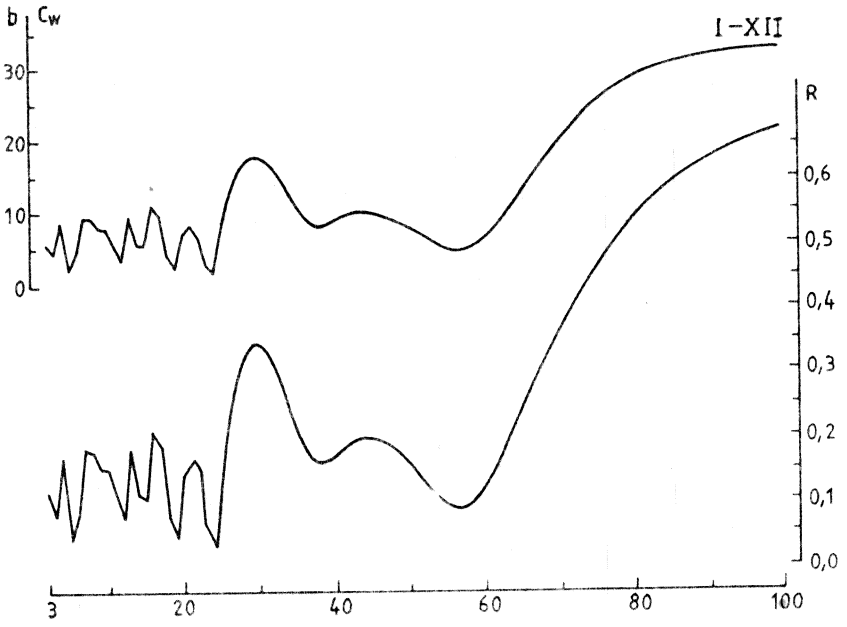
Ryc. 157. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji zachodniej /1891 - 1976/ - półrocze ciepłe
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the westerly circulation /1891 - 1976/ - warm period

Tablica 60

Okresy rzeczywiste (θ) cyrkulacji zachodniej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - półrocze ciepłe
Actual cycles (θ) of westerly circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - warm period

C_W IV-IX

θ	9	12	17	31	43
a	60,21	59,91	59,93	60,58	59,88
b	8,551	7,283	9,650	11,93	6,745
c	2,788	-0,354	-0,001	1,417	-0,693
F	2,58	1,81	3,33	5,34	1,57



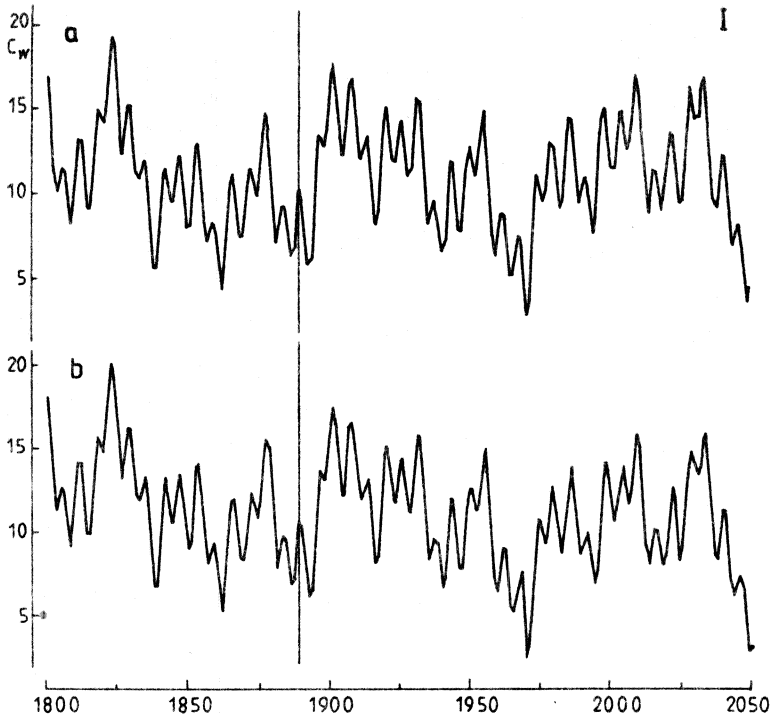
Ryc. 158. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji zachodniej /1891 - 1976/ - rok
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the westerly circulation /1891 - 1976/ - year

Tablica 61

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji zachodniej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - rok
Actual cycles (ϑ) of westerly circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - year

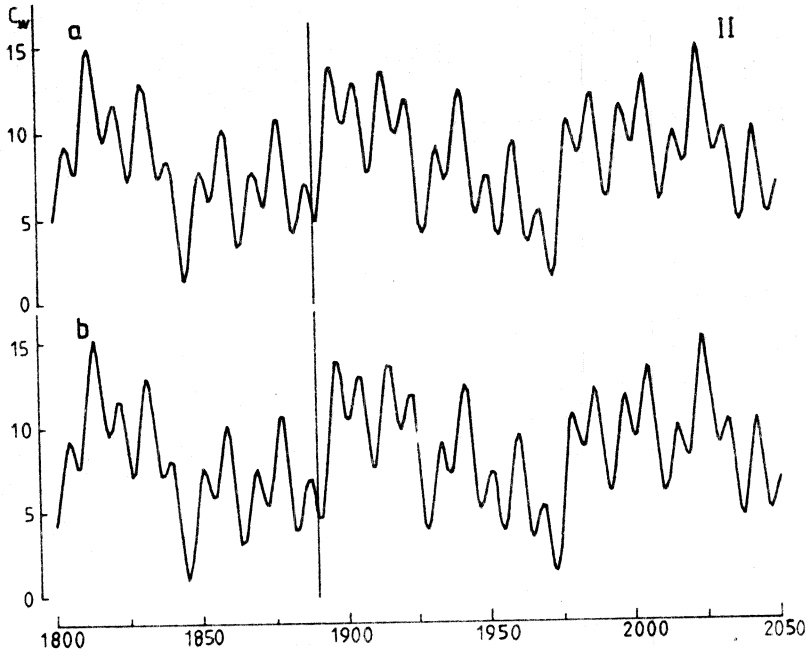
C_W I-XII

ϑ	8	14	31	45
a	122,6	122,3	123,2	122,1
b	9,718	9,644	18,08	10,24
c	1,908	-0,142	1,304	-0,089
F	1,38	1,36	5,38	1,62



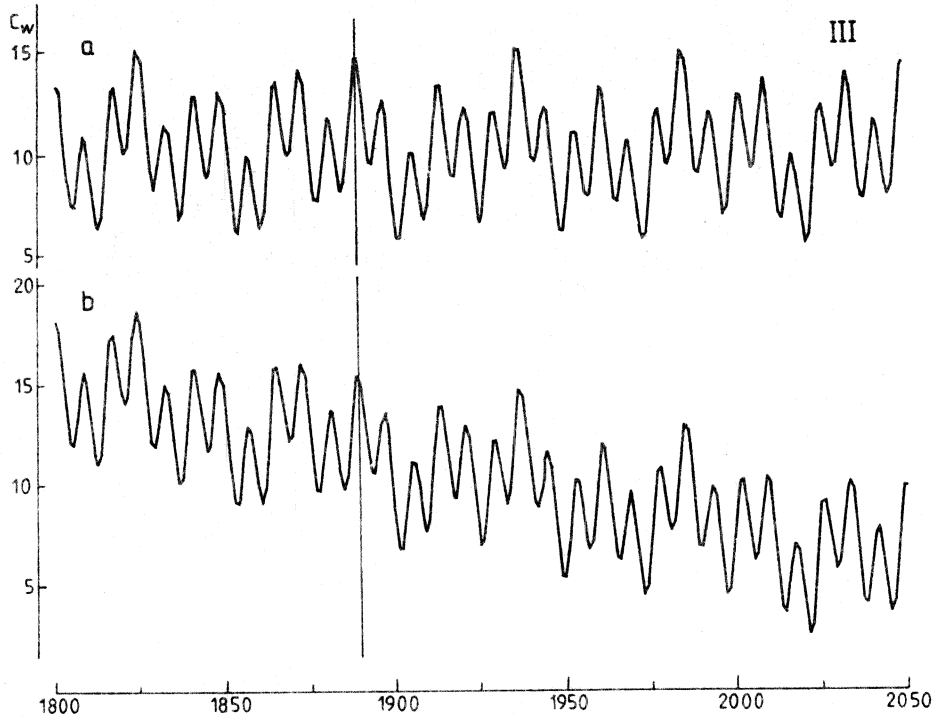
Ryc. 159. Trend wiekowy cyrkulacji zachodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa cykli rzeczywistych, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 1 i 1′/ - styczeń

Century trend of the westerly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 1, 1′/ - January



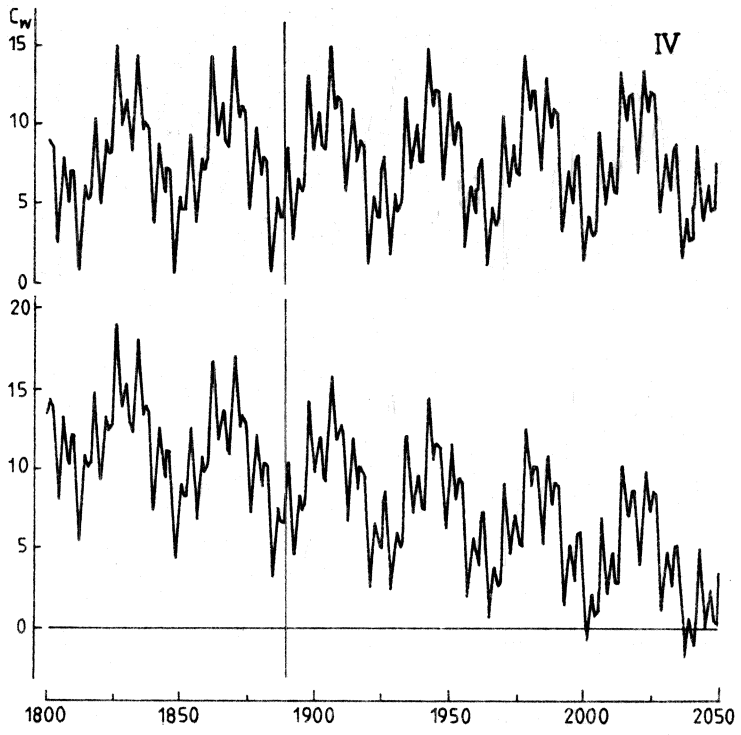
Ryc. 160. Trend wiekowy cyrkulacji zachodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa cykli rzeczywistych, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 2 i 2′/ - luty

Century trend of the westerly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 2, 2′/ - February



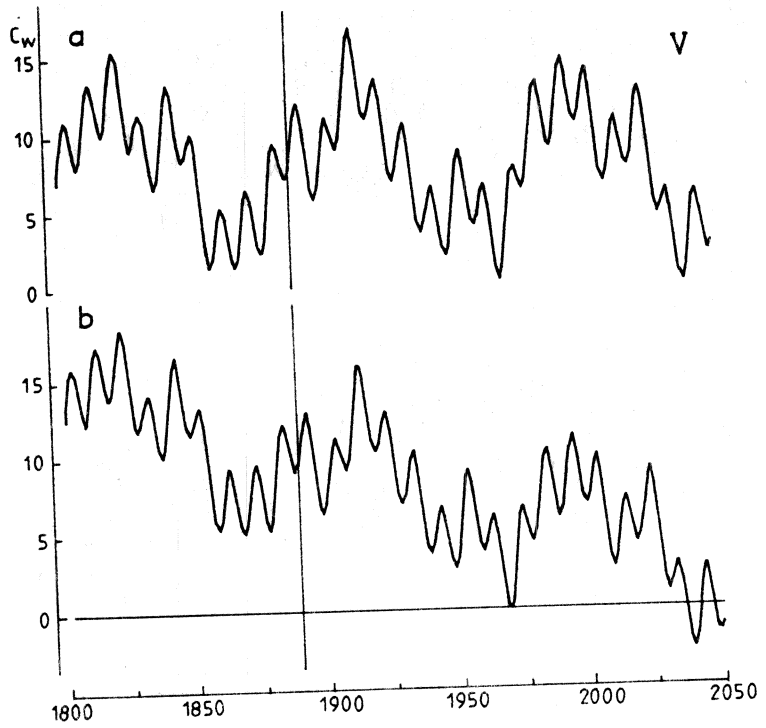
Ryc. 161. Trend wiekowy cyrkulacji zachodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa cykli rzeczywistych, b- z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 3 i 3′/ - marzec

Century trend of the westerly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 3, 3′/ - March



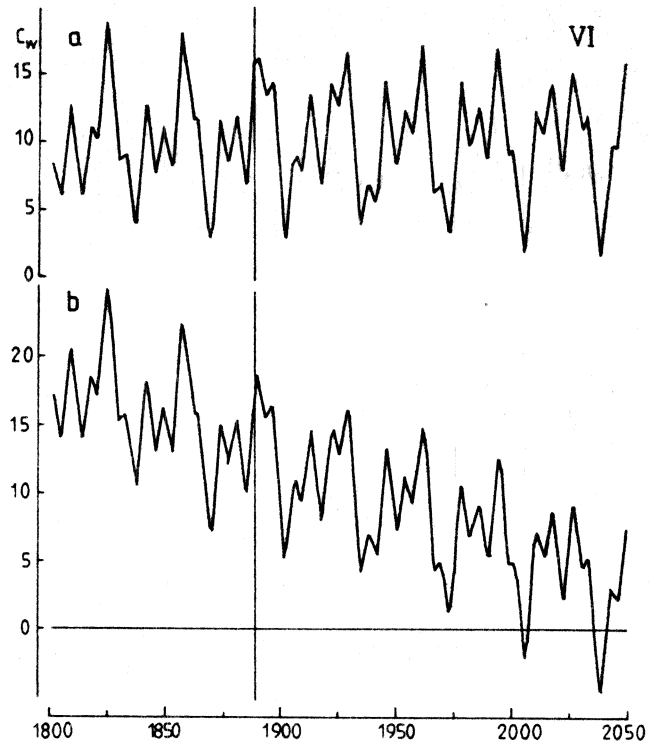
Ryc. 162. Trend wiekowy cyrkulacji zachodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa cykli rzeczywistych, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 4 i 4′/ - kwiecień

Century trend of the westerly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 4, 4′/ - April



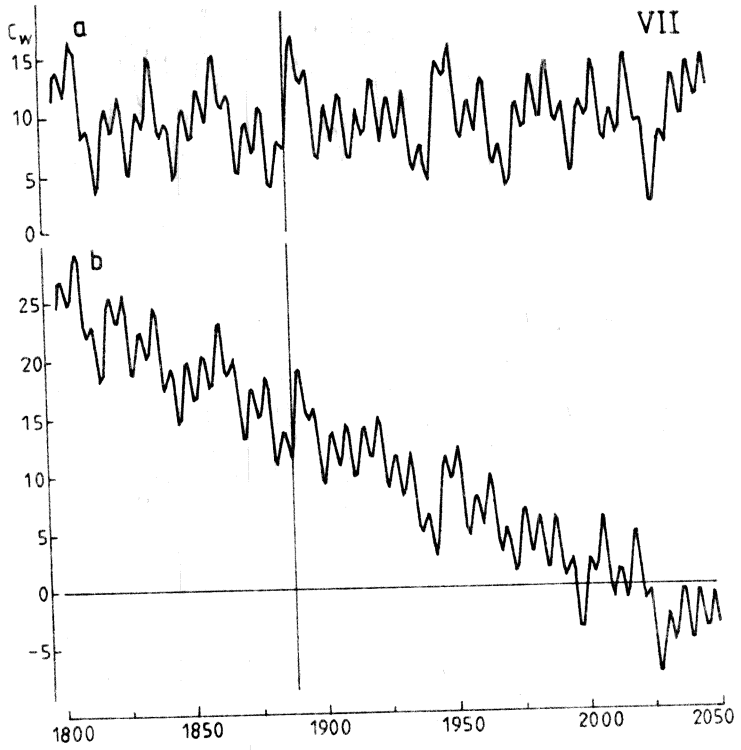
Ryc. 163. Trend wiekowy cyrkulacji zachodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa cykli rzeczywistych, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 5 i 5'/ - maj

Century trend of the westerly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 5, 5'/ - May



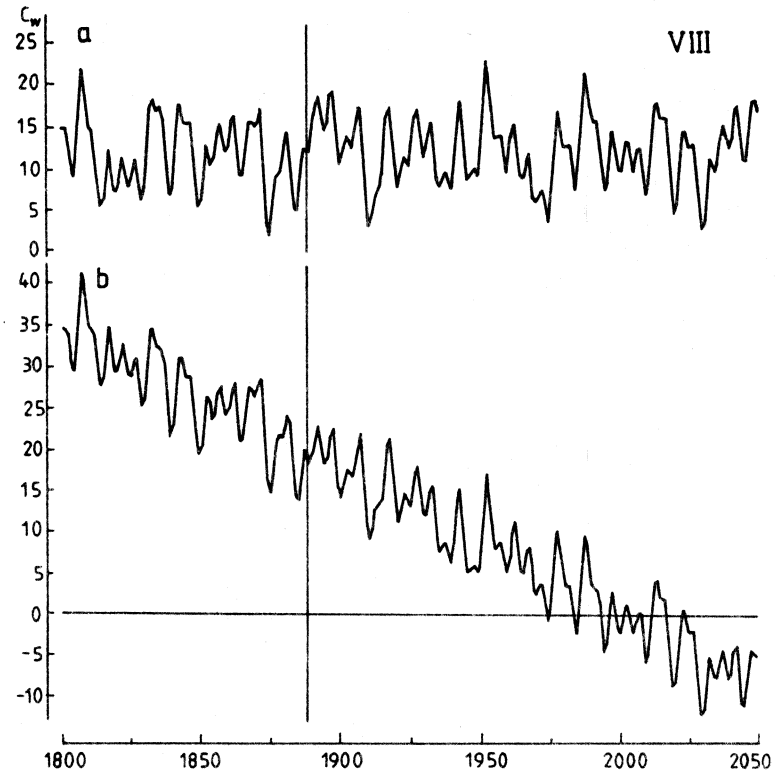
Ryc. 164. Trend wiekowy cyrkulacji zachodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa cykli rzeczywistych, b- z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 6 i 6′/ - czerwiec

Century trend of the westerly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 6, 6′/ - June



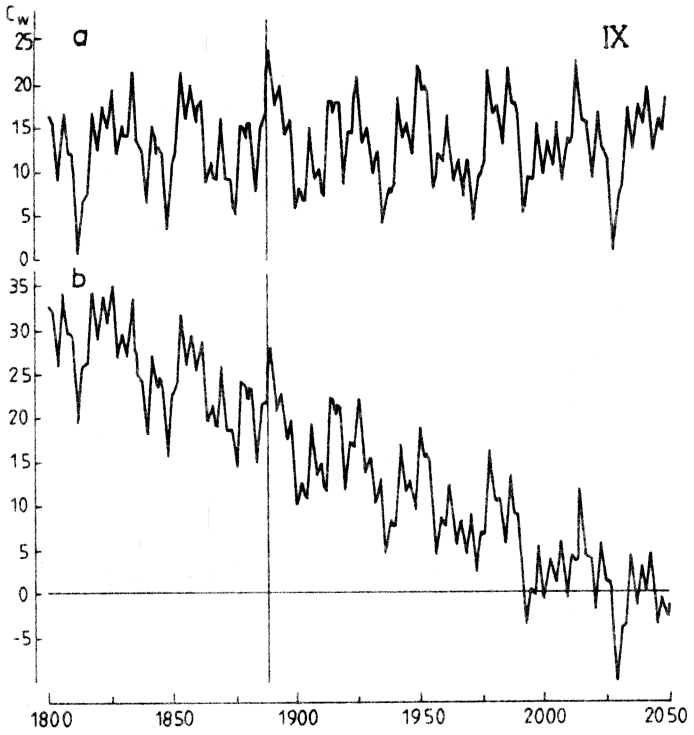
Ryc. 165. Trend wiekowy cyrkulacji zachodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa cykli rzeczywistych, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 7 i 7′/ - lipiec

Century trend of the westerly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 7, 7′/ - July

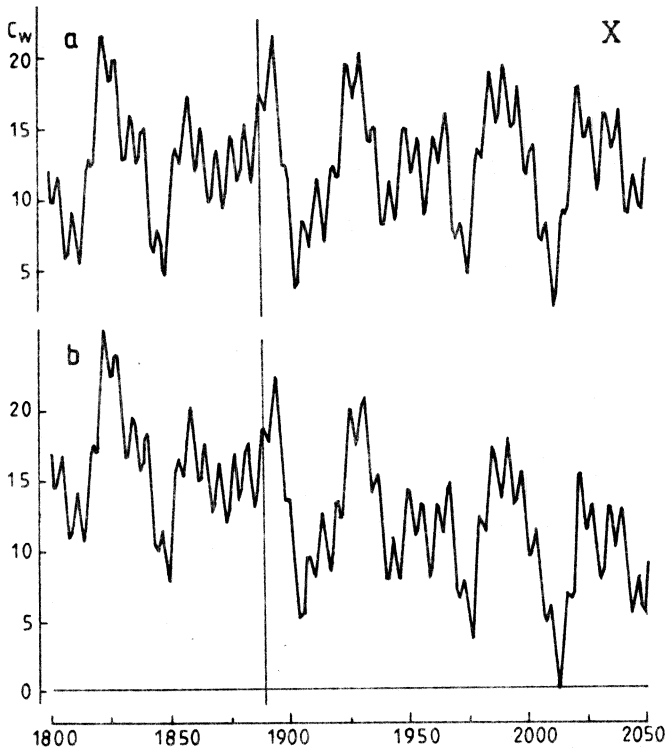


Ryc. 166. Trend wiekowy cyrkulacji zachodniej w latach 180) - 2050: a - wypadkowa cykli rzeczywistych, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 8 i 8′/ - sierpień

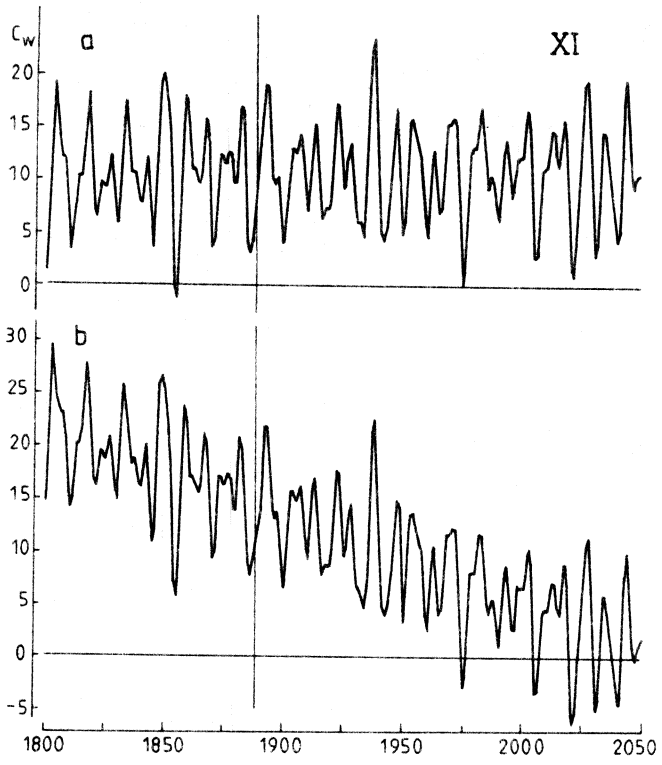
Century trend of the westerly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 8, 8′/ - August



Ryc. 167. Trend wiekowy cyrkulacji zachodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa cykli rzeczywistych, b- z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 9 i 9′/ - wrzesień
Century trend of the westerly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 9, 9′/ - September

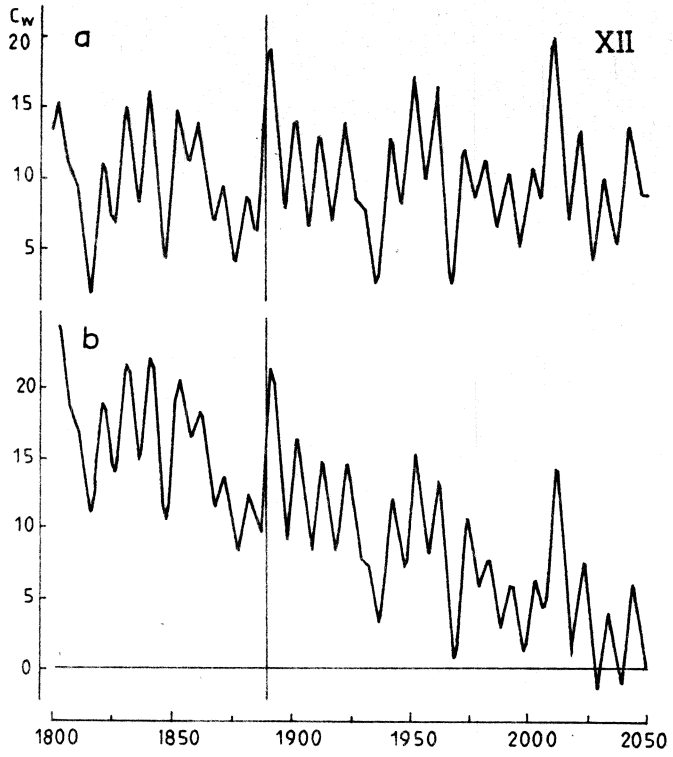


Ryc. 168. Trend wiekowy cyrkulacji zachodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa cykli rzeczywistych, b- z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 10 i 10′/ - październik
Century trend of the westerly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 10, 10′/ - October

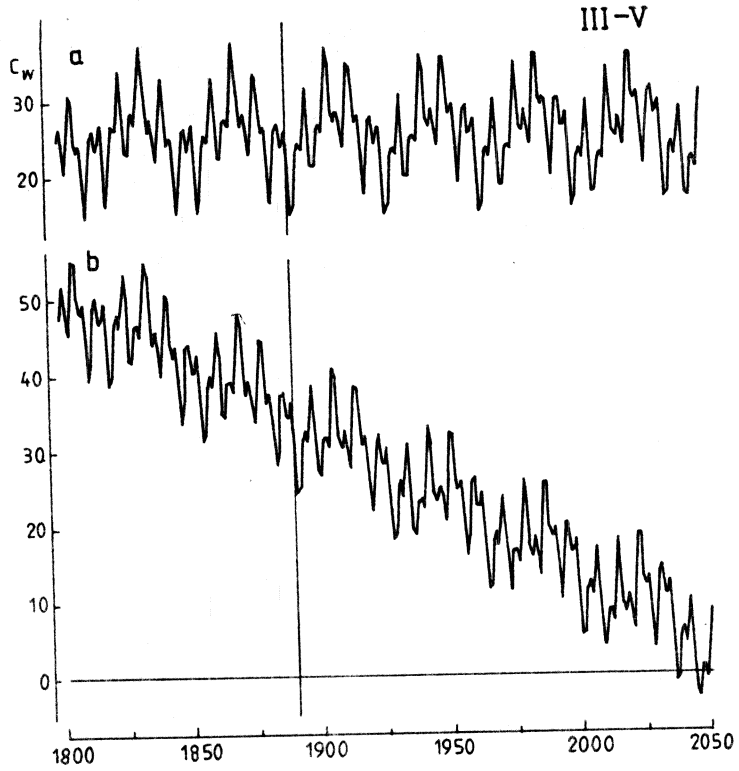


Ryc. 169. Trend wiekowy cyrkulacji zachodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa cykli rzeczywistych, b- z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 11 i 11′/ - listopad

Century trend of the westerly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 11, 11′/ - November

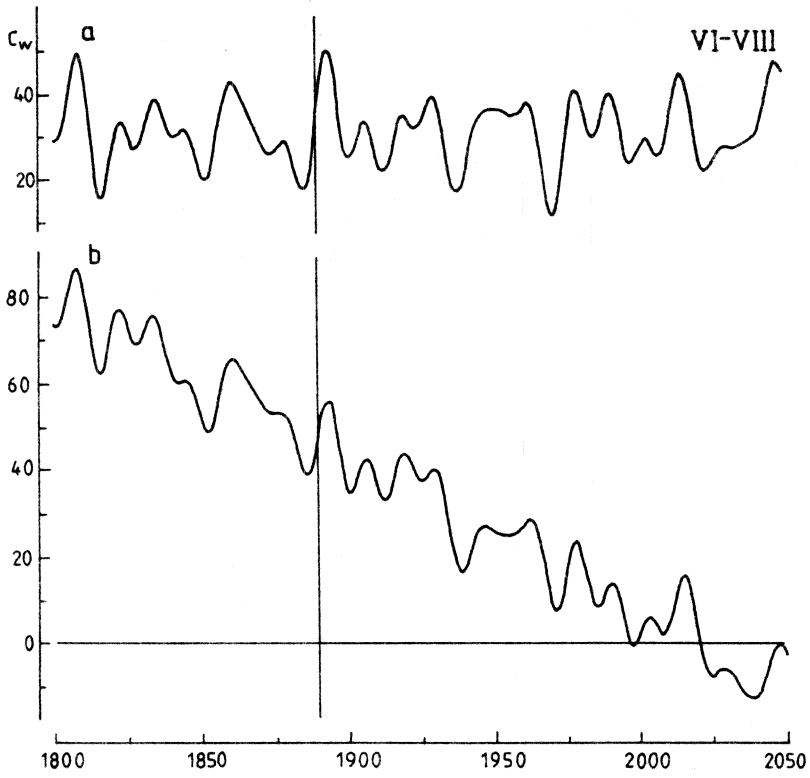


Ryc. 170. Trend wiekowy cyrkulacji zachodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa cykli rzeczywistych, b- z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 12 i 12′/ - grudzień
Century trend of the westerly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 12, 12′/ - December



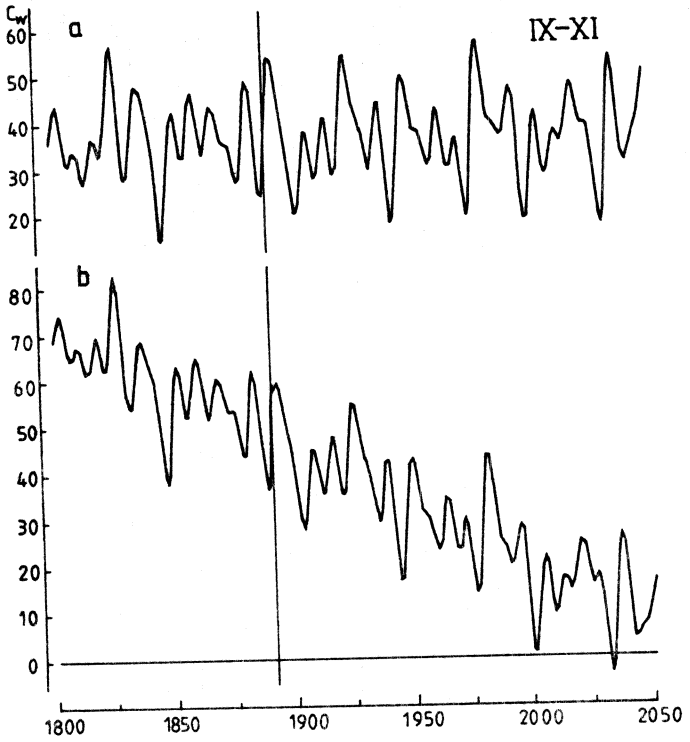
Ryc. 171. Trend wiekowy cyrkulacji zachodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa cykli rzeczywistych, b- z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 13 i 13′/ - wiosna

Century trend of the westerly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 13, 13′/ - spring



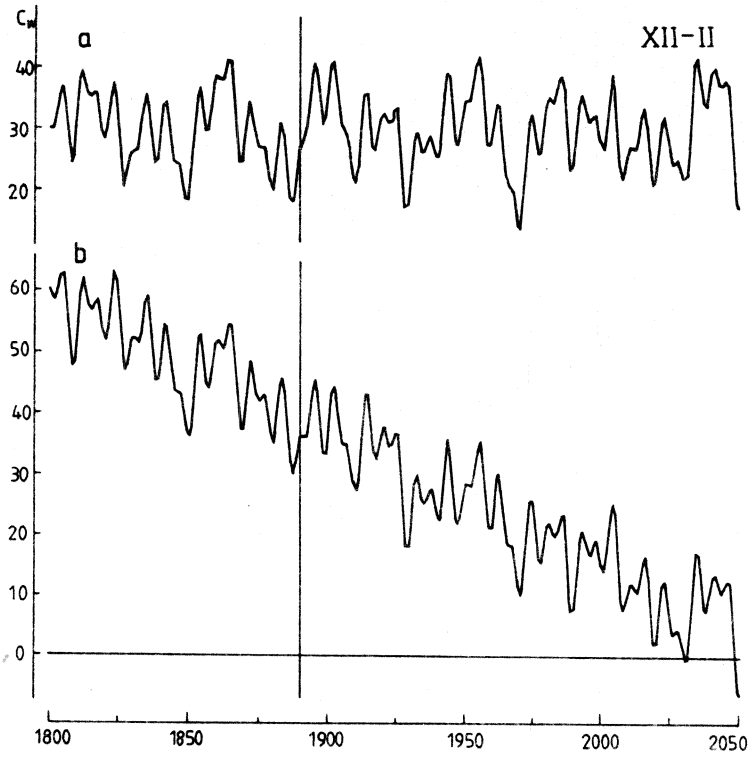
Ryc. 172. Trend wiekowy cyrkulacji zachodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa cykli rzeczywistych, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 14 i 14'/ - lato

Century trend of the westerly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 14, 14'/ - summer



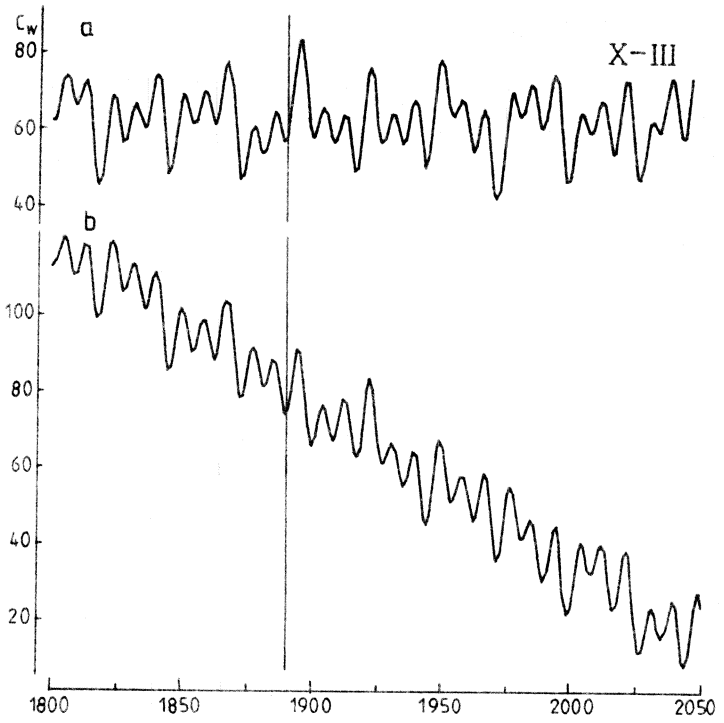
Ryc. 173. Trend wiekowy cyrkulacji zachodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa cykli rzeczywistych, b- z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 15 i 15′/ - jesień

Century trend of the westerly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 15, 15′/ - autumn

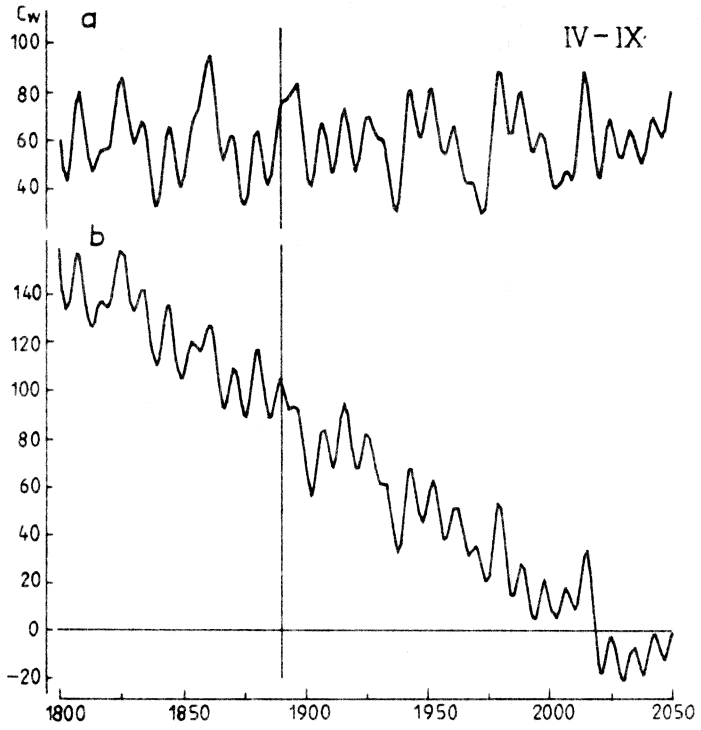


Ryc. 174. Trend wiekowy cyrkulacji zachodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa cykli rzeczywistych, b- z uwzględnieniem tendencji stałej / wykresy funkcji 16 i 16′/ - zima

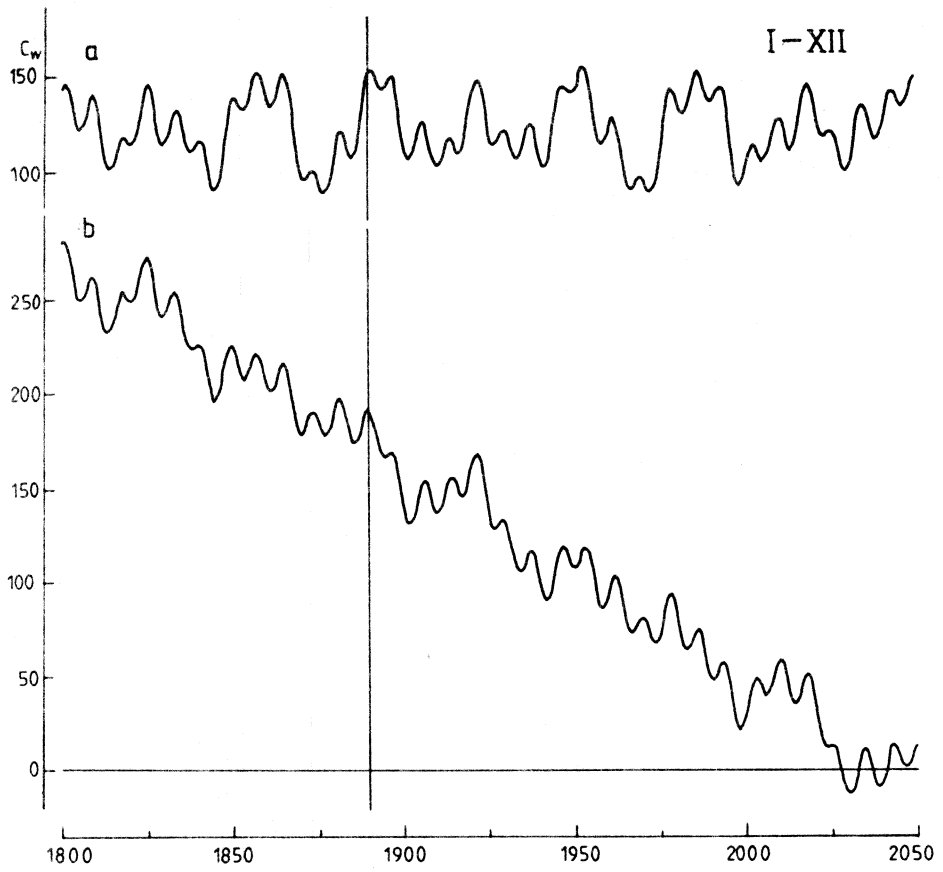
Century trend of the westerly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 16, 16′/ - winter



Ryc. 175. Trend wiekowy cyrkulacji zachodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa cykli rzeczywistych, b- z uwzględnieniem tendencji stałej / wykresy funkcji 17 i 17′/ - półrocze chłodne
Century trend of the westerly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 17, 17′/ - cold period



Ryc. 176. Trend wiekowy cyrkulacji zachodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa cykli rzeczywistyc, b- z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 18 i 18′/ - półrocze ciepłe
Century trend of the westerly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 18, 18′/ - warm period



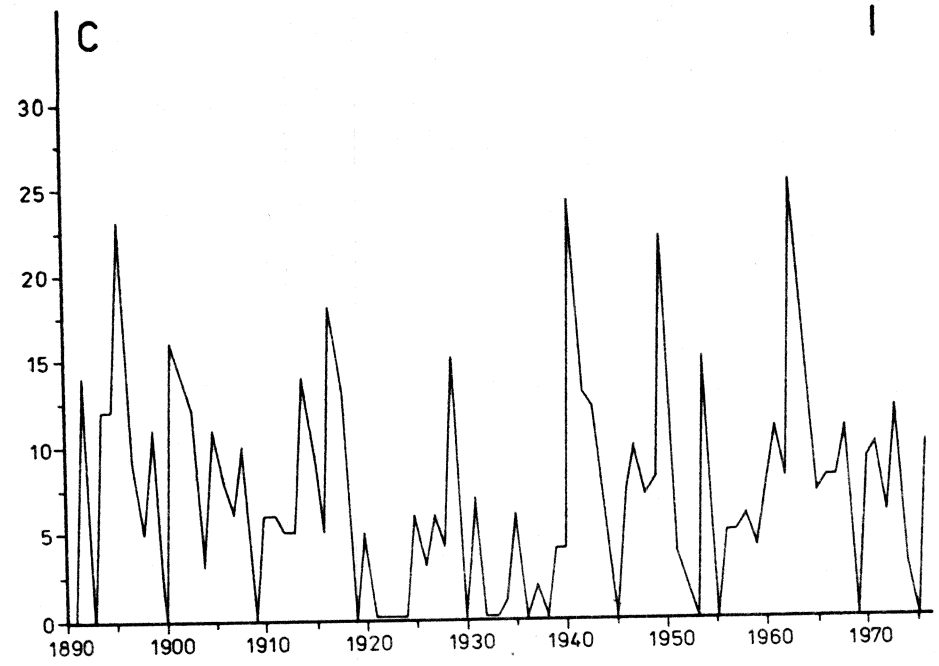
Ryc. 177. Trend wiekowy cyrkulacji zachodniej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa cykli rzeczywistych, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 19 i 19′/ - rok

Century trend of the westerly circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 19, 19′/ - year

Ocena dokładności trendów czasowych cyrkulacji zachodniej $C_W = f(t)$, $C_W = F(t)$: ε - odchylenie resztowe, δ - błąd standardowy, R - współczynnik korelacji wielokrotnej, F - test Fishera-Snedecora /$\bar{C}_W$ - średnia arytmetyczna, s - odchylenie standardowe /

Accuracy evaluation of time trends in westerly circulation $C_W = f(t)$, $C_W = F(t)$: ε - rest deviation, δ - standard error, R - multiple correlation coefficient, F - Fisher-Snedecor test /$\bar{C}_W$ - arithmetic mean, s - standard deviation/

			$C_W = f(t)$				$C_W = F(t)$			
	$\bar{C}_W$	s	ε	δ	R	F	ε	δ	R	F
I	10,95	7,200	6,378	6,829	0,464	2,06	6,377	6,875	0,464	1,85
II	8,21	6,321	5,432	5,741	0,511	3,41	5,432	5,779	0,511	2,99
III	9,86	6,741	6,354	6,629	0,334	1,66	6,293	6,608	0,359	1,64
IV	7,99	6,514	5,683	5,929	0,489	4,13	5,600	5,880	0,511	3,94
V	7,88	6,478	5,380	5,685	0,557	4,33	5,349	5,691	0,564	3,94
VI	10,07	6,838	5,740	5,989	0,544	5,52	5,523	5,799	0,590	5,94
VII	9,64	6,284	5,468	5,855	0,493	2,41	4,817	5,193	0,642	4,72
VIII	11,99	8,310	7,184	7,693	0,503	2,54	6,068	6,542	0,683	5,89
IX	13,05	8,391	7,070	7,673	0,539	2,49	6,340	6,929	0,655	4,16
X	12,36	7,750	6,522	6,984	0,540	3,09	6,460	6,964	0,553	2,96
XI	10,93	7,602	6,131	6,566	0,591	4,03	5,765	6,215	0,652	4,97
XII	10,51	7,725	6,747	7,225	0,487	2,33	6,551	7,062	0,530	2,63
III-V	25,49	12,08	11,02	11,50	0,411	2,64	10,07	10,58	0,553	4,84
VI-VIII	31,34	15,39	13,12	14,06	0,523	2,78	10,44	11,26	0,735	7,80
IX-XI	36,00	14,99	12,19	13,25	0,582	3,07	10,64	11,64	0,705	5,38
XII-II	29,76	13,84	12,32	13,21	0,455	1,93	11,38	12,28	0,569	3,17
X-III	62,38	21,51	19,74	20,88	0,398	1,78	17,57	18,70	0,577	4,17
IV-IX	59,93	24,89	20,53	22,00	0,566	3,48	14,51	15,66	0,813	12,89
I-XII	122,3	37,86	33,49	35,42	0,467	2,64	22,94	24,42	0,796	14,36

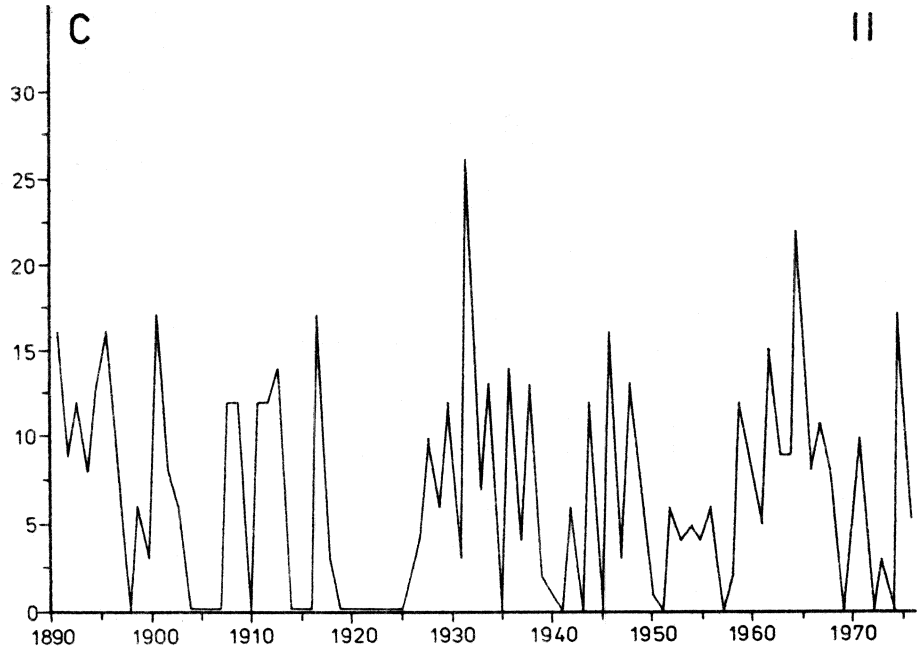


Ryc. 178. Cyrkulacja atmosferyczna południkowa /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - styczeń
Meridional atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - January

Styczeń

$$C = 6{,}523 + 1{,}530\sin\left(\frac{2\pi}{7}t - 1{,}464\right) + 2{,}518\sin\left(\frac{2\pi}{11}t - 1{,}594\right) + 2{,}003\sin\left(\frac{2\pi}{16}t - 1{,}702\right) + 1{,}729\sin\left(\frac{2\pi}{23}t - 0{,}3965\right) + 2{,}487\sin\left(\frac{2\pi}{58}t + 0{,}3811\right) \quad (1)$$

$$C = 6{,}273 + 0{,}00576\,t + 1{,}536\sin\left(\frac{2\pi}{7}t - 1{,}463\right) + 2{,}513\sin\left(\frac{2\pi}{11}t - 1{,}588\right) + 2{,}010\sin\left(\frac{2\pi}{16}t - 1{,}701\right) + 1{,}741\sin\left(\frac{2\pi}{23}t - 0{,}3831\right) + 2{,}492\sin\left(\frac{2\pi}{58}t + 0{,}3854\right) \quad (1')$$



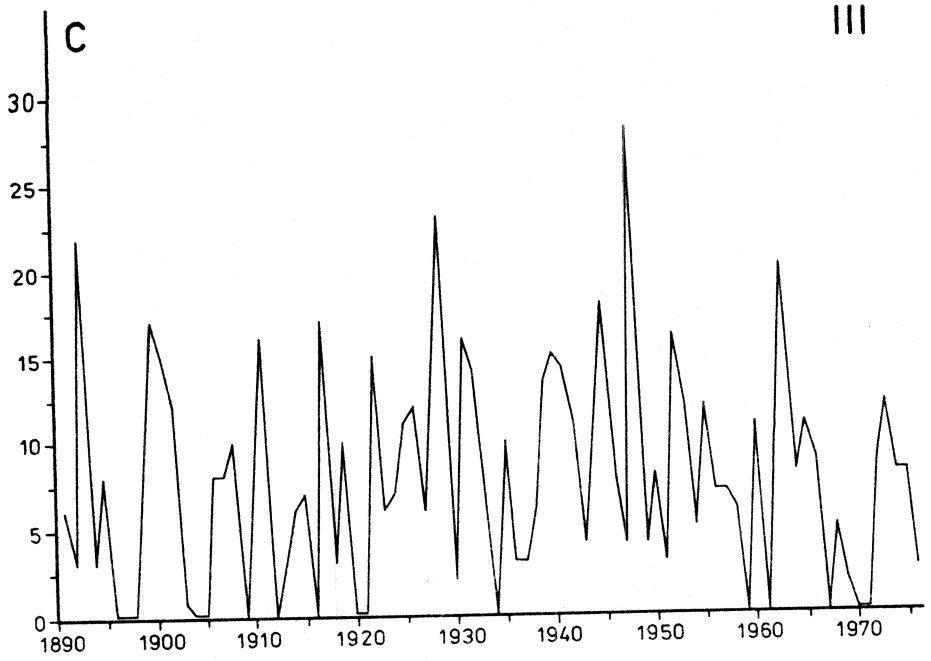
Ryc. 179. Cyrkulacja atmosferyczna południkowa/wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - luty

Meridional atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - February

Luty

$$C = 6{,}160 + 1{,}890\sin\left(\frac{2\pi}{9}t - 0{,}2067\right) + 3{,}290\sin\left(\frac{2\pi}{17}t - 0{,}7559\right) + 1{,}753\sin\left(\frac{2\pi}{24}t + 2{,}226\right) + 1{,}828\sin\left(\frac{2\pi}{34}t - 0{,}2240\right) + 1{,}166\sin\left(\frac{2\pi}{70}t + 1{,}690\right) \quad (2)$$

$$C = 6{,}138 + 0{,}00049\,t + 1{,}891\sin\left(\frac{2\pi}{9}t - 0{,}2064\right) + 3{,}293\sin\left(\frac{2\pi}{17}t - 0{,}7556\right) + 1{,}754\sin\left(\frac{2\pi}{24}t + 2{,}226\right) + 1{,}828\sin\left(\frac{2\pi}{34}t - 0{,}2230\right) + 1{,}160\sin\left(\frac{2\pi}{70}t + 1{,}685\right) \quad (2')$$

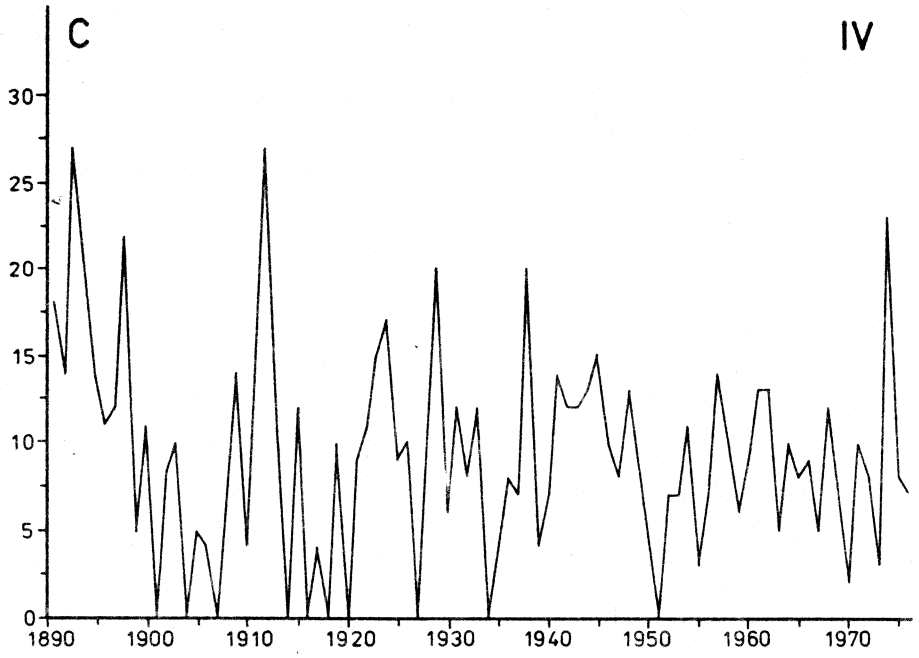


Ryc. 180. Cyrkulacja atmosferyczna południkowa /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - marzec
Meridional atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - March

Marzec

$$C = 8{,}083 + 2{,}644\sin\left(\frac{2\pi}{8}t - 0{,}1593\right) + 1{,}452\sin\left(\frac{2\pi}{12}t + 0{,}8168\right) + 1{,}394\sin\left(\frac{2\pi}{18}t + 1{,}108\right) + 0{,}8114\sin\left(\frac{2\pi}{28}t - 0{,}3385\right) + 1{,}981\sin\left(\frac{2\pi}{67}t - 3{,}083\right) \quad (3)$$

$$C = 7{,}211 + 0{,}02005\,t + 2{,}692\sin\left(\frac{2\pi}{8}t - 0{,}1482\right) + 1{,}451\sin\left(\frac{2\pi}{12}t + 0{,}7691\right) + 1{,}513\sin\left(\frac{2\pi}{18}t + 1{,}057\right) + 1{,}057\sin\left(\frac{2\pi}{28}t - 0{,}3380\right) + 1{,}842\sin\left(\frac{2\pi}{67}t - 2{,}953\right) \quad (3')$$

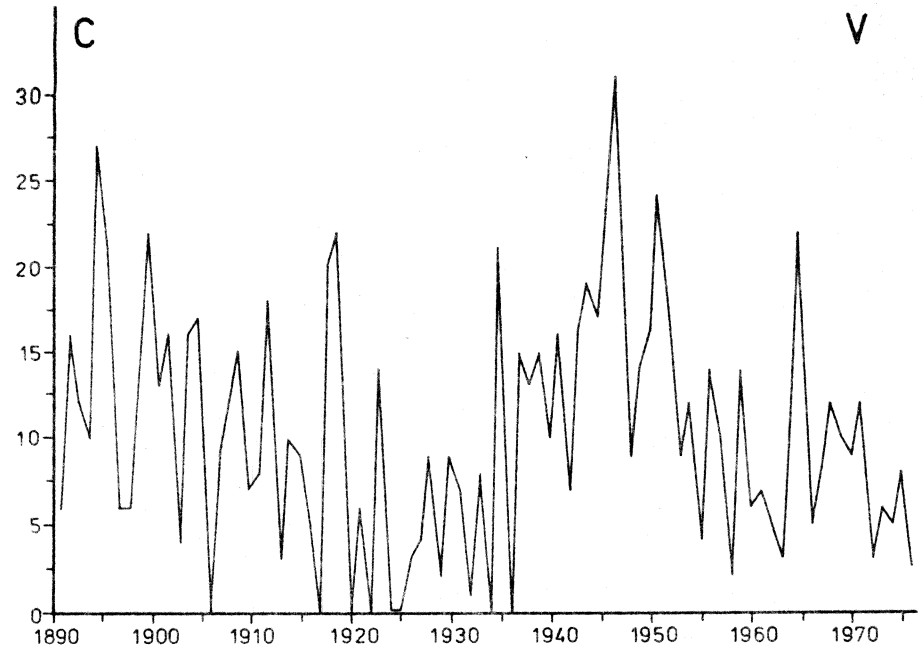


Ryc. 181. Cyrkulacja atmosferyczna południkowa /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - kwiecień
Meridional atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - April

Kwiecień

$$C = 9{,}111 + 1{,}776\sin\left(\frac{2\pi}{5}t - 2{,}101\right) + 1{,}646\sin\left(\frac{2\pi}{9}t - 1{,}056\right) + 3{,}400\sin\left(\frac{2\pi}{16}t - 0{,}2911\right) + 1{,}751\sin\left(\frac{2\pi}{24}t + 0{,}6411\right) + 1{,}605\sin\left(\frac{2\pi}{47}t + 1{,}317\right) \quad (4)$$

$$C = 9{,}871 - 0{,}01746\,t + 1{,}765\sin\left(\frac{2\pi}{5}t - 2{,}108\right) + 1{,}652\sin\left(\frac{2\pi}{9}t - 1{,}061\right) + 3{,}395\sin\left(\frac{2\pi}{16}t - 0{,}2887\right) + 1{,}700\sin\left(\frac{2\pi}{24}t + 0{,}6232\right) + 1{,}462\sin\left(\frac{2\pi}{47}t + 1{,}437\right) \quad (4')$$

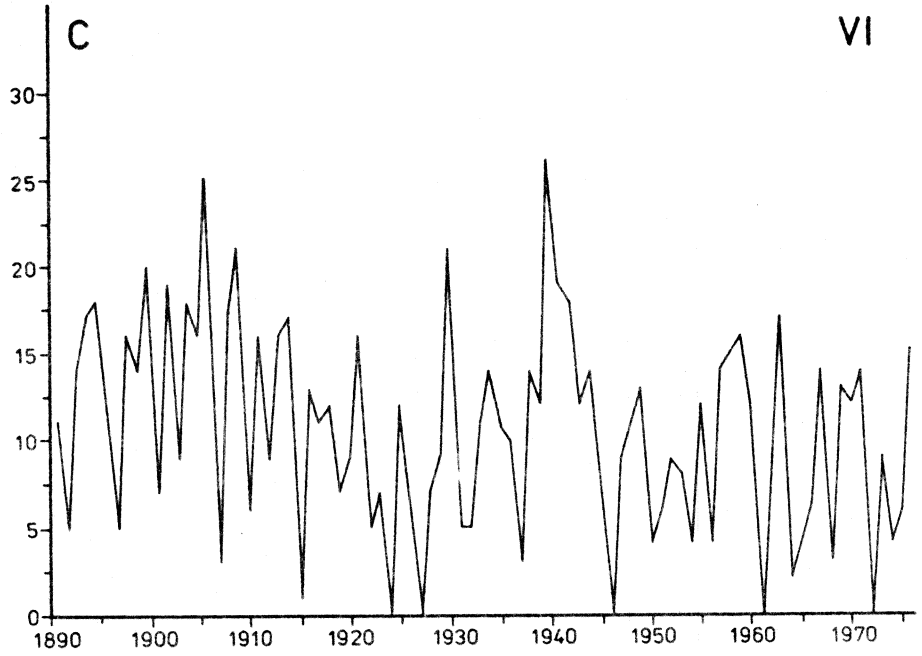


Ryc. 182. Cyrkulacja atmosferyczna południkowa /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - maj
Meridional atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - May

Maj

$$C = 9{,}927 + 1{,}619\sin\left(\frac{2\pi}{9}t - 0{,}3645\right) + 1{,}283\sin\left(\frac{2\pi}{17}t - 1{,}561\right) + 2{,}388\sin\left(\frac{2\pi}{24}t - 0{,}0315\right) + 4{,}658\sin\left(\frac{2\pi}{48}t + 0{,}2264\right) \quad (5)$$

$$C = 8{,}427 + 0{,}03447\,t + 1{,}624\sin\left(\frac{2\pi}{9}t - 0{,}3480\right) + 1{,}334\sin\left(\frac{2\pi}{17}t - 1{,}474\right) + 2{,}417\sin\left(\frac{2\pi}{24}t - 0{,}0002\right) + 5{,}063\sin\left(\frac{2\pi}{48}t + 0{,}2566\right) \quad (5')$$

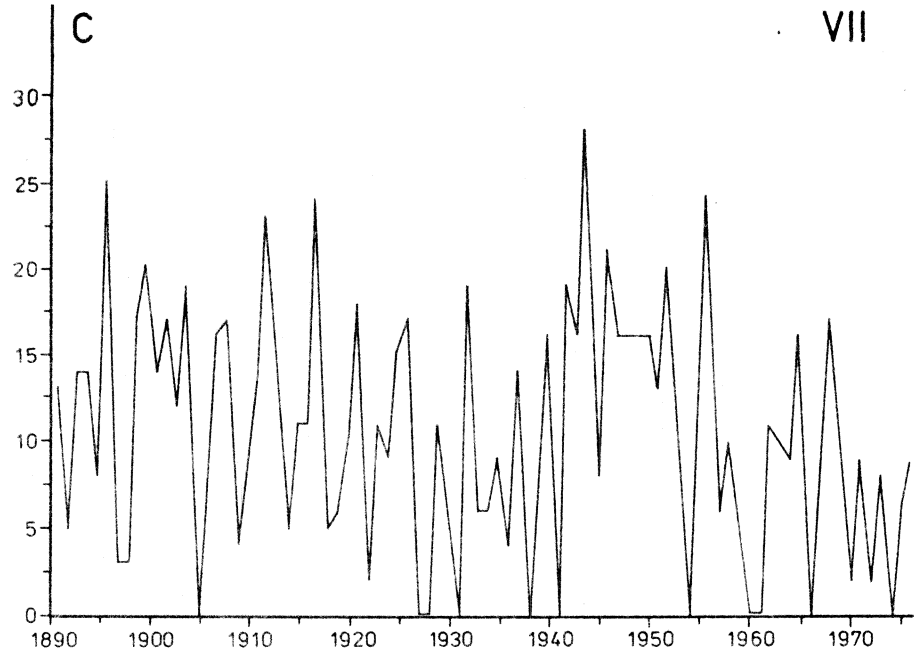


Ryc. 183. Cyrkulacja atmosferyczna południkowa /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - czerwiec
Meridional atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - June

Czerwiec

$$C = 10{,}66 + 1{,}494\sin\left(\frac{2\pi}{5}t + 2{,}575\right) + 1{,}732\sin\left(\frac{2\pi}{9}t - 2{,}374\right) + 1{,}378\sin\left(\frac{2\pi}{20}t - 1{,}385\right) + 2{,}790\sin\left(\frac{2\pi}{40}t - 0{,}4890\right) \quad (6)$$

$$C = 12{,}32 - 0{,}03818\,t + 1{,}540\sin\left(\frac{2\pi}{5}t + 2{,}551\right) + 1{,}763\sin\left(\frac{2\pi}{9}t - 2{,}369\right) + 1{,}255\sin\left(\frac{2\pi}{20}t - 1{,}414\right) + 2{,}366\sin\left(\frac{2\pi}{40}t - 0{,}4779\right) \quad (6')$$

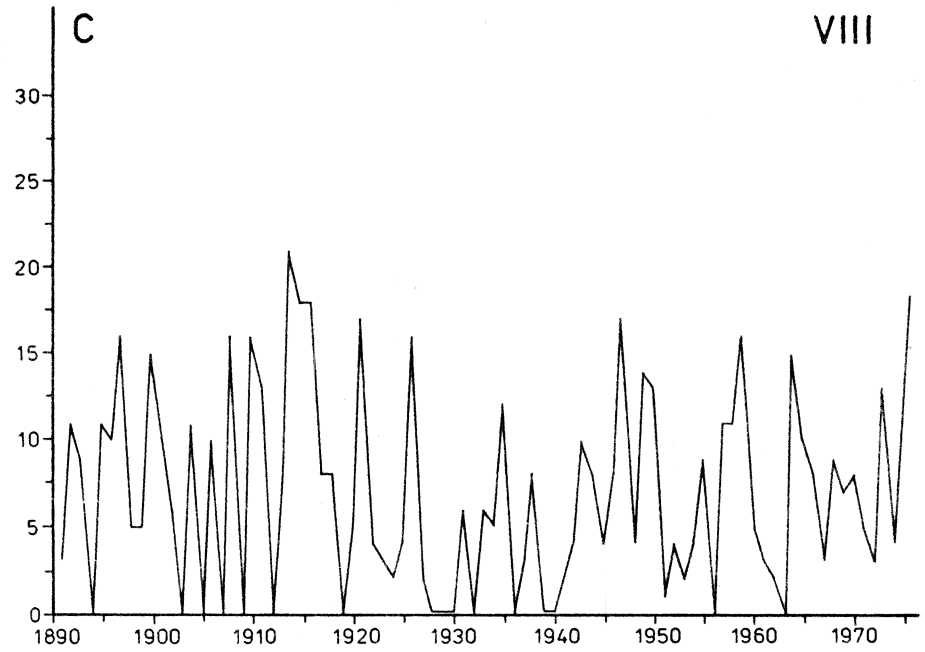


Ryc. 184. Cyrkulacja atmosferyczna południkowa /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - lipiec
Meridional atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - July

Lipiec

$$C = 10{,}42 + 2{,}847\sin\left(\frac{2\pi}{4}t - 1{,}574\right) + 1{,}863\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 1{,}476\right) + 1{,}297\sin\left(\frac{2\pi}{17}t - 0{,}7334\right) + 1{,}973\sin\left(\frac{2\pi}{23}t - 0{,}9534\right) + 3{,}629\sin\left(\frac{2\pi}{43}t - 0{,}7371\right) \quad (7)$$

$$C = 11{,}17 - 0{,}01725\,t + 2{,}848\sin\left(\frac{2\pi}{4}t - 1{,}574\right) + 1{,}843\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 1{,}504\right) + 1{,}230\sin\left(\frac{2\pi}{17}t - 0{,}7543\right) + 1{,}981\sin\left(\frac{2\pi}{23}t - 1{,}001\right) + 3{,}439\sin\left(\frac{2\pi}{43}t - 0{,}7810\right) \quad (7')$$

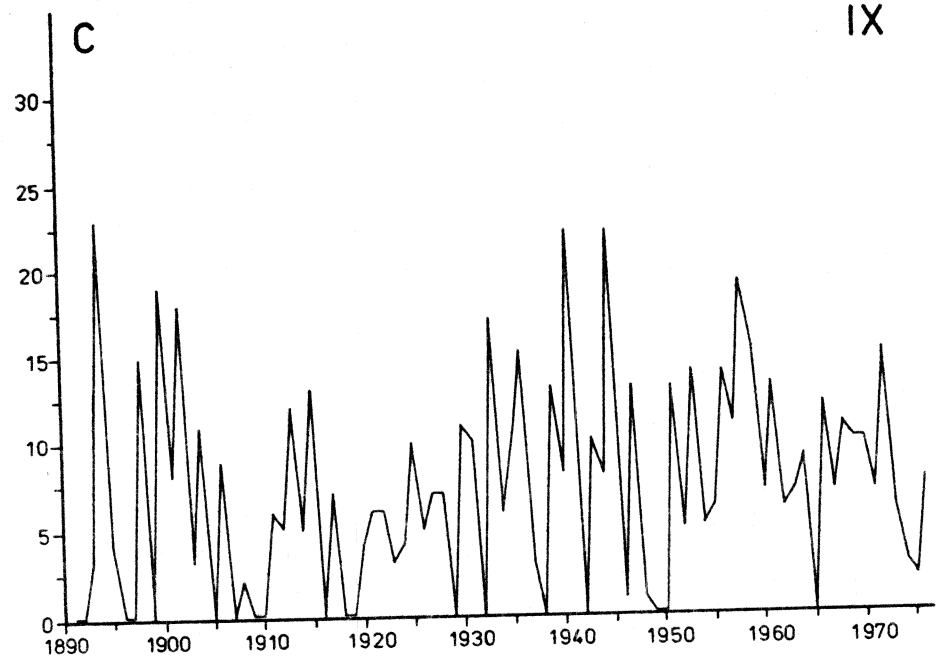


Ryc. 185. Cyrkulacja atmosferyczna południkowa /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - sierpień
Meridional atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - August

Sierpień

$$C = 6{,}712 + 1{,}100\sin\left(\frac{2\pi}{6}t + 0{,}1630\right) + 1{,}687\sin\left(\frac{2\pi}{10}t - 2{,}406\right) + 0{,}9601\sin\left(\frac{2\pi}{20}t - 0{,}4963\right) + 1{,}991\sin\left(\frac{2\pi}{31}t + 2{,}558\right) + 2{,}229\sin\left(\frac{2\pi}{60}t - 0{,}1251\right) \quad (8)$$

$$C = 7{,}308 - 0{,}01370\,t + 1{,}102\sin\left(\frac{2\pi}{6}t + 0{,}1732\right) + 1{,}703\sin\left(\frac{2\pi}{10}t - 2{,}404\right) + 0{,}9361\sin\left(\frac{2\pi}{20}t - 0{,}4784\right) + 2{,}034\sin\left(\frac{2\pi}{31}t + 2{,}608\right) + 2{,}221\sin\left(\frac{2\pi}{60}t - 0{,}1121\right) \quad (8')$$

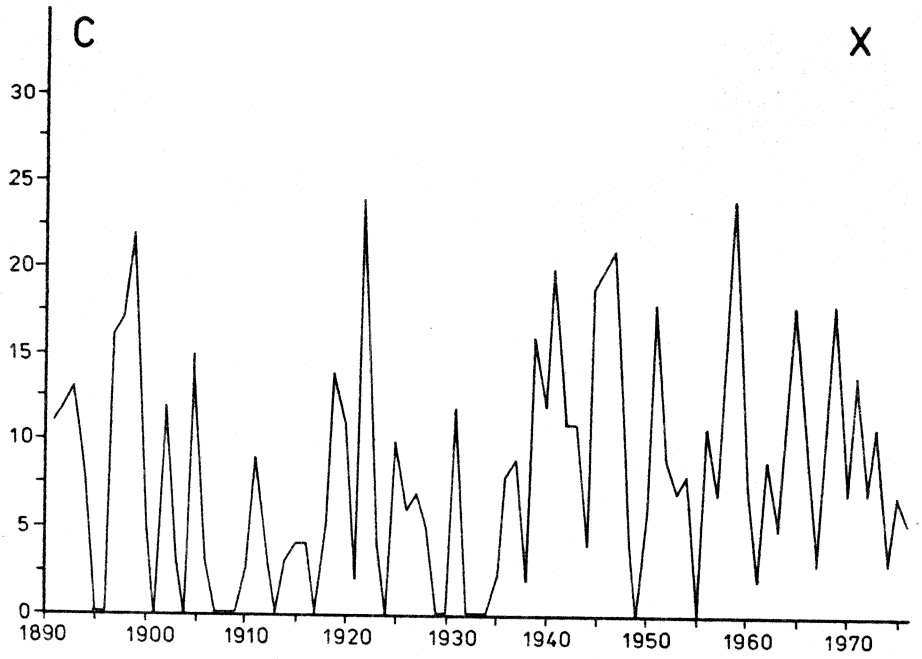


Ryc. 186. Cyrkulacja atmosferyczna południkowa /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - wrzesień
Meridional atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - September

Wrzesień

$$C = 7{,}193 + 1{,}551\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 0{,}9256\right) + 1{,}993\sin\left(\frac{2\pi}{14}t + 3{,}104\right) + 1{,}288\sin\left(\frac{2\pi}{19}t - 1{,}725\right) + 1{,}428\sin\left(\frac{2\pi}{30}t - 1{,}305\right) + 2{,}228\sin\left(\frac{2\pi}{77}t + 2{,}777\right) \quad (9)$$

$$C = 6{,}762 + 0{,}00991\,t + 1{,}583\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 0{,}9106\right) + 1{,}961\sin\left(\frac{2\pi}{14}t + 3{,}116\right) + 1{,}267\sin\left(\frac{2\pi}{19}t - 1{,}724\right) + 1{,}427\sin\left(\frac{2\pi}{30}t - 1{,}225\right) + 1{,}986\sin\left(\frac{2\pi}{77}t + 2{,}783\right) \quad (9')$$

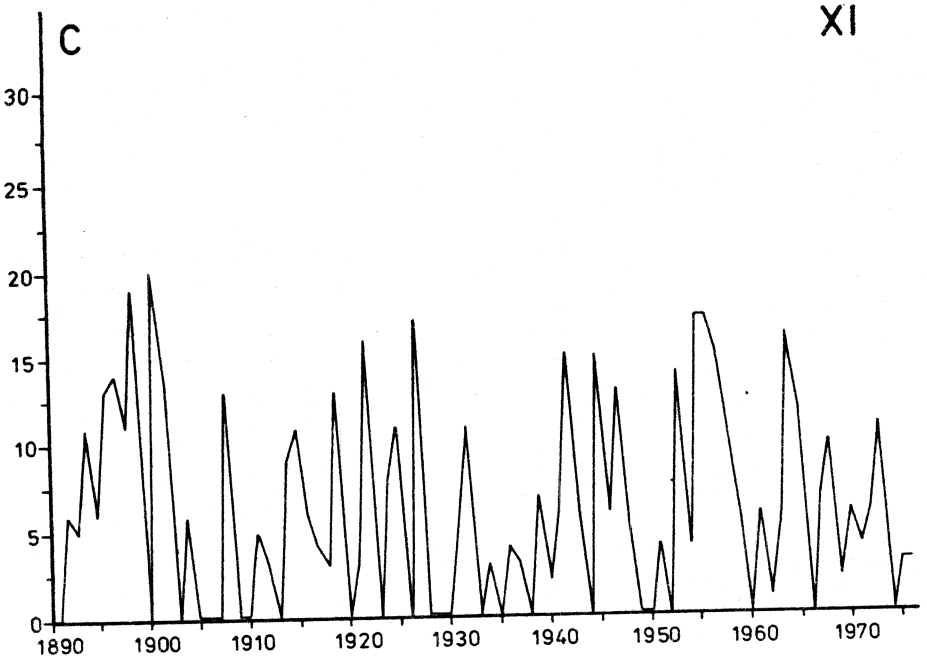


Ryc. 187. Cyrkulacja atmosferyczna południkowa /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - październik
Meridional atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - October

Październik

$$C = 7{,}621 + 3{,}122\sin\left(\frac{2\pi}{6}t - 0{,}8068\right) + 1{,}270\sin\left(\frac{2\pi}{10}t + 1{,}926\right) + 3{,}305\sin\left(\frac{2\pi}{23}t - 0{,}6018\right) + 3{,}124\sin\left(\frac{2\pi}{73}t + 2{,}431\right) \quad (10)$$

$$C = 6{,}956 + 0{,}01528\,t + 3{,}133\sin\left(\frac{2\pi}{6}t - 0{,}8099\right) + 1{,}283\sin\left(\frac{2\pi}{10}t + 1{,}912\right) + 3{,}338\sin\left(\frac{2\pi}{23}t - 0{,}5701\right) + 2{,}827\sin\left(\frac{2\pi}{73}t + 2{,}420\right) \quad (10')$$

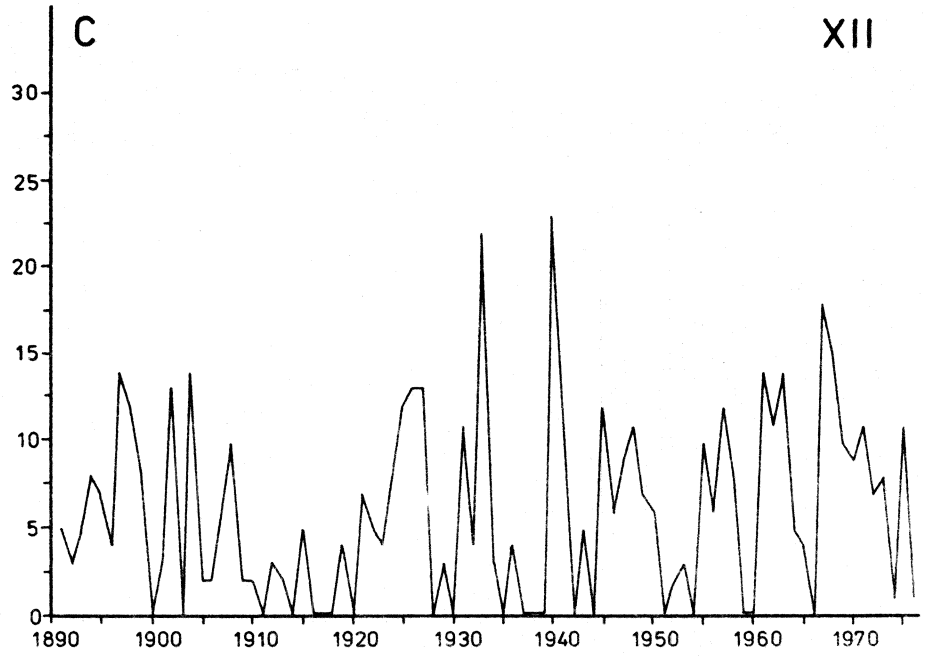


Ryc. 188. Cyrkulacja atmosferyczna południkowa /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - listopad
Meridional atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - November

Listopad

$$C = 5{,}944 + 1{,}745\sin\left(\frac{2\pi}{8}t - 0{,}0783\right) + 1{,}376\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 2{,}178\right) + 2{,}120\sin\left(\frac{2\pi}{14}t - 2{,}740\right) + 1{,}754\sin\left(\frac{2\pi}{21}t - 1{,}102\right) + 1{,}673\sin\left(\frac{2\pi}{30}t + 0{,}7666\right) + 1{,}537\sin\left(\frac{2\pi}{60}t + 0{,}6382\right) \quad (11)$$

$$C = 5{,}435 + 0{,}01170\,t + 1{,}770\sin\left(\frac{2\pi}{8}t - 0{,}0709\right) + 1{,}361\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 2{,}144\right) + 2{,}095\sin\left(\frac{2\pi}{14}t - 2{,}718\right) + 1{,}809\sin\left(\frac{2\pi}{21}t - 1{,}079\right) + 1{,}763\sin\left(\frac{2\pi}{30}t + 0{,}7419\right) + 1{,}515\sin\left(\frac{2\pi}{60}t + 0{,}6095\right) \quad (11')$$

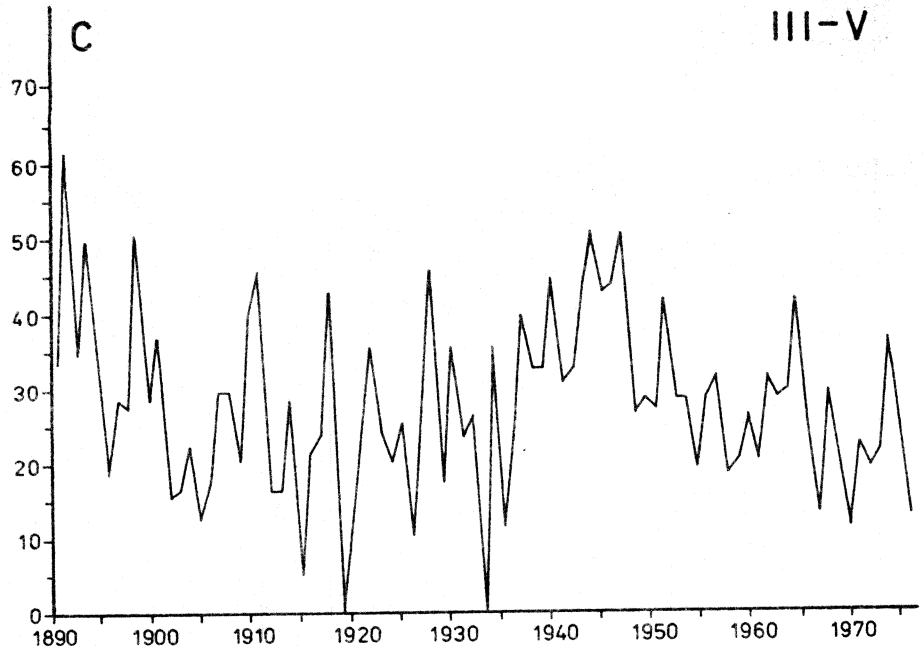


Ryc. 189. Cyrkulacja atmosferyczna południkowa /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - grudzień
Meridional atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - December

Grudzień

$$C = 5{,}686 + 2{,}262\sin\left(\frac{2\pi}{7}t + 0{,}3807\right) + 0{,}9993\sin\left(\frac{2\pi}{12}t - 2{,}471\right) + 1{,}807\sin\left(\frac{2\pi}{22}t - 1{,}922\right) + 1{,}907\sin\left(\frac{2\pi}{34}t + 0{,}2243\right) + 1{,}298\sin\left(\frac{2\pi}{87}t + 3{,}057\right) \quad (12)$$

$$C = 5{,}821 - 0{,}00311\,t + 2{,}263\sin\left(\frac{2\pi}{7}t + 0{,}3820\right) + 1{,}000\sin\left(\frac{2\pi}{12}t - 2{,}479\right) + 1{,}816\sin\left(\frac{2\pi}{22}t - 1{,}930\right) + 1{,}902\sin\left(\frac{2\pi}{34}t + 0{,}2186\right) + 1{,}386\sin\left(\frac{2\pi}{87}t + 3{,}062\right) \quad (12')$$

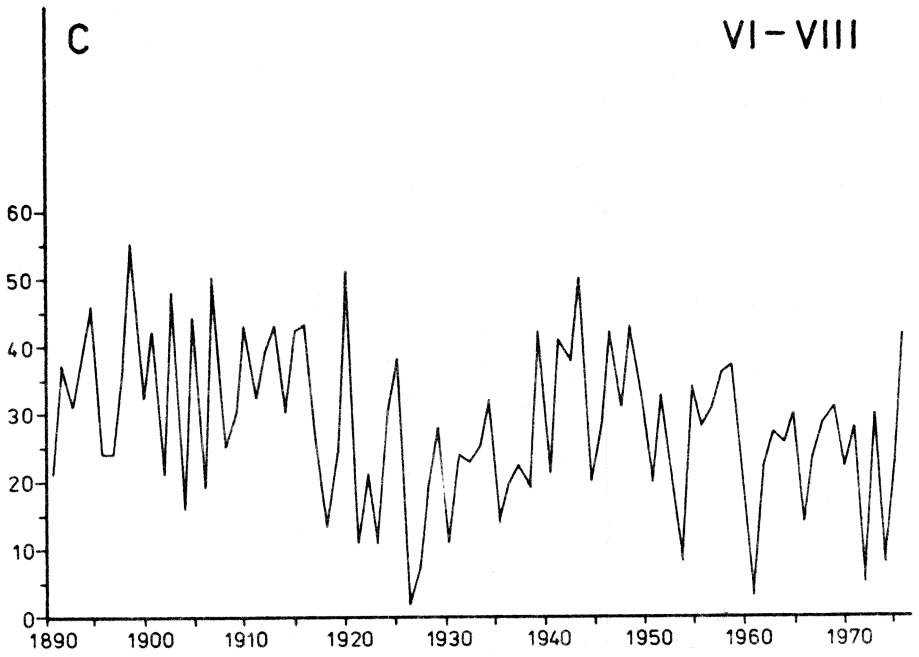


Ryc. 190. Cyrkulacja atmosferyczna południkowa /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - wiosna
Meridional atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - spring

Wiosna

$$C = 27{,}25 + 4{,}739\sin\left(\frac{2\pi}{9}t + 0{,}4159\right) + 4{,}434\sin\left(\frac{2\pi}{17}t + 0{,}4104\right) + 3{,}536\sin\left(\frac{2\pi}{25}t + 0{,}5560\right) + 6{,}944\sin\left(\frac{2\pi}{59}t + 1{,}905\right) \quad (13)$$

$$C = 28{,}54 - 0{,}02994\,t + 4{,}741\sin\left(\frac{2\pi}{9}t + 0{,}4166\right) + 4{,}281\sin\left(\frac{2\pi}{17}t + 0{,}4349\right) + 3{,}572\sin\left(\frac{2\pi}{25}t + 0{,}5818\right) + 6{,}957\sin\left(\frac{2\pi}{59}t + 1{,}905\right) \quad (13')$$

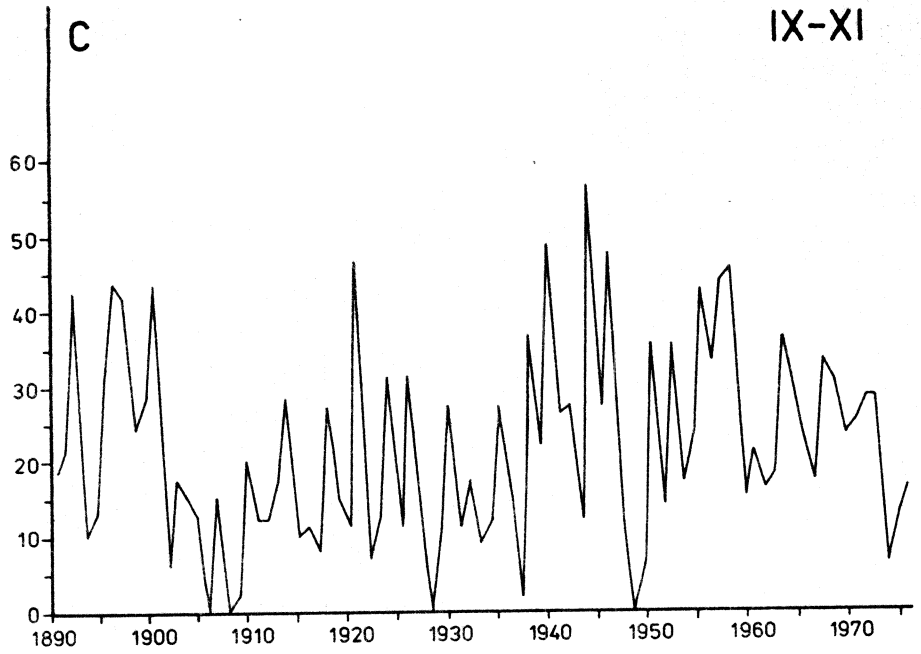


Ryc. 191. Cyrkulacja atmosferyczna południkowa /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - lato
Meridional atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - summer

Lato

$$C = 28{,}39 + 3{,}366\sin\left(\frac{2\pi}{7}t - 0{,}7294\right) + 2{,}642\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 1{,}750\right) + 2{,}442\sin\left(\frac{2\pi}{16}t - 0{,}9997\right) + 1{,}991\sin\left(\frac{2\pi}{27}t - 0{,}4865\right) + 6{,}862\sin\left(\frac{2\pi}{47}t - 0{,}7119\right) \quad (14)$$

$$C = 30{,}35 - 0{,}04539\,t + 3{,}277\sin\left(\frac{2\pi}{7}t - 0{,}7248\right) + 2{,}589\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 1{,}802\right) + 2{,}364\sin\left(\frac{2\pi}{16}t - 0{,}9938\right) + 1{,}682\sin\left(\frac{2\pi}{27}t - 0{,}5215\right) + 6{,}324\sin\left(\frac{2\pi}{47}t - 0{,}7489\right) \quad (14')$$

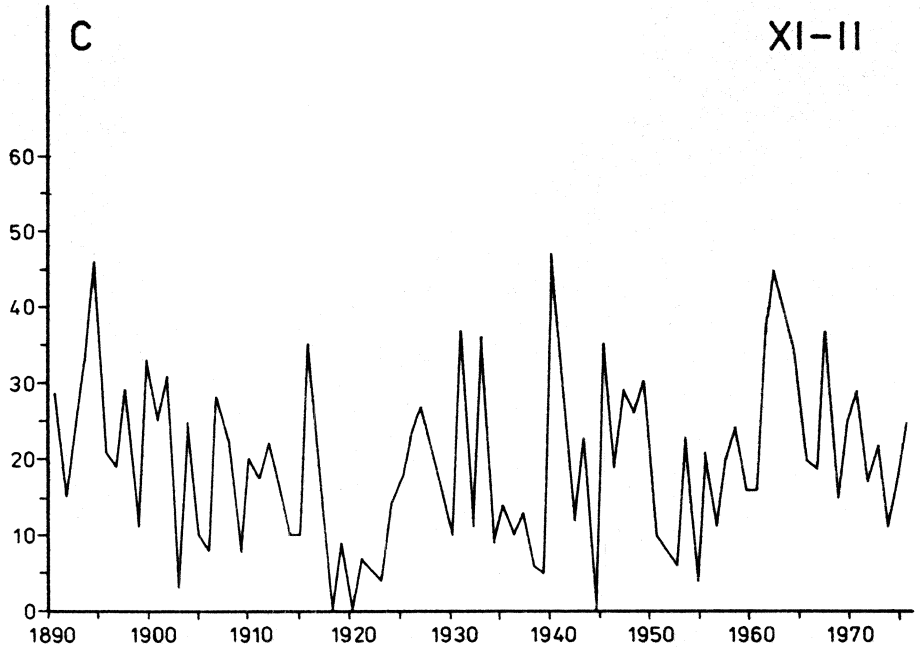


Ryc. 192. Cyrkulacja atmosferyczna południkowa /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - jesień
Meridional atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - autumn

Jesień

$$C = 21{,}06 + 3{,}483\sin\left(\frac{2\pi}{6}t + 0{,}3696\right) + 2{,}916\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 2{,}258\right) + 5{,}189\sin\left(\frac{2\pi}{14}t - 2{,}709\right) + 4{,}913\sin\left(\frac{2\pi}{22}t - 0{,}5386\right) + 1{,}228\sin\left(\frac{2\pi}{33}t + 1{,}446\right) + 6{,}620\sin\left(\frac{2\pi}{70}t + 2{,}167\right) \quad (15)$$

$$C = 20{,}10 + 0{,}02243\,t + 3{,}489\sin\left(\frac{2\pi}{6}t + 0{,}3592\right) + 2{,}908\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 2{,}230\right) + 5{,}119\sin\left(\frac{2\pi}{14}t - 2{,}692\right) + 5{,}024\sin\left(\frac{2\pi}{22}t - 0{,}5150\right) + 1{,}314\sin\left(\frac{2\pi}{33}t + 1{,}432\right) + 6{,}229\sin\left(\frac{2\pi}{70}t + 2{,}151\right) \quad (15')$$

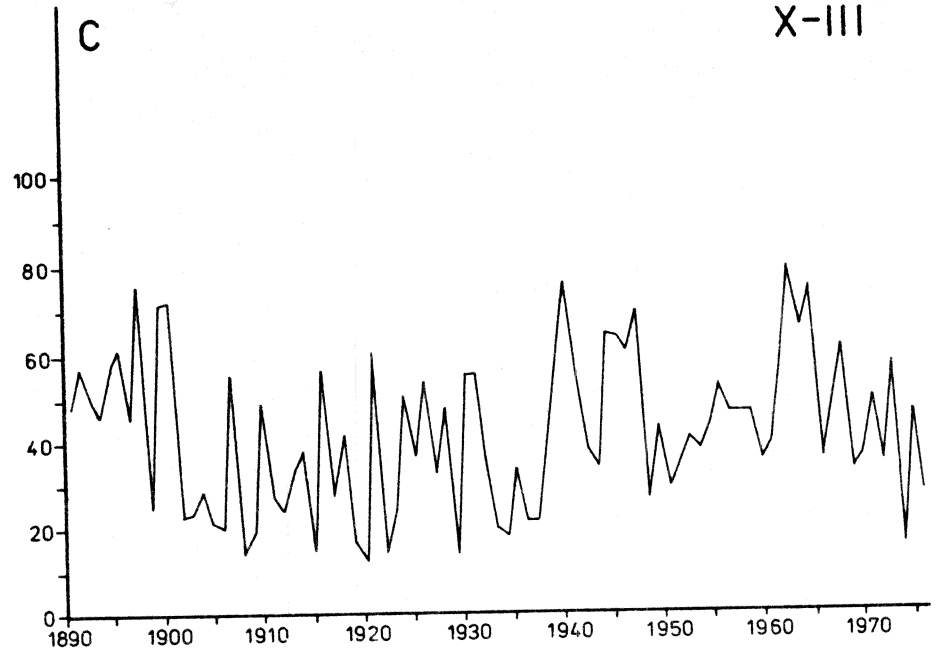


Ryc. 193. Cyrkulacja atmosferyczna południkowa /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - zima
Meridional atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - winter

Zima

$$C = 19{,}04 + 4{,}320\sin\left(\frac{2\pi}{5}t - 2{,}445\right) + 2{,}588\sin\left(\frac{2\pi}{8}t - 0{,}1378\right) + 6{,}079\sin\left(\frac{2\pi}{17}t - 0{,}1697\right) + 4{,}576\sin\left(\frac{2\pi}{34}t - 0{,}1995\right) + 4{,}020\sin\left(\frac{2\pi}{74}t - 3{,}008\right) \quad (16)$$

$$C = 16{,}27 + 0{,}06451\,t + 4{,}352\sin\left(\frac{2\pi}{5}t - 2{,}442\right) + 2{,}637\sin\left(\frac{2\pi}{8}t - 0{,}1133\right) + 6{,}429\sin\left(\frac{2\pi}{17}t - 0{,}1706\right) + 4{,}573\sin\left(\frac{2\pi}{34}t - 0{,}1937\right) + 4{,}011\sin\left(\frac{2\pi}{74}t - 3{,}012\right) \quad (16')$$

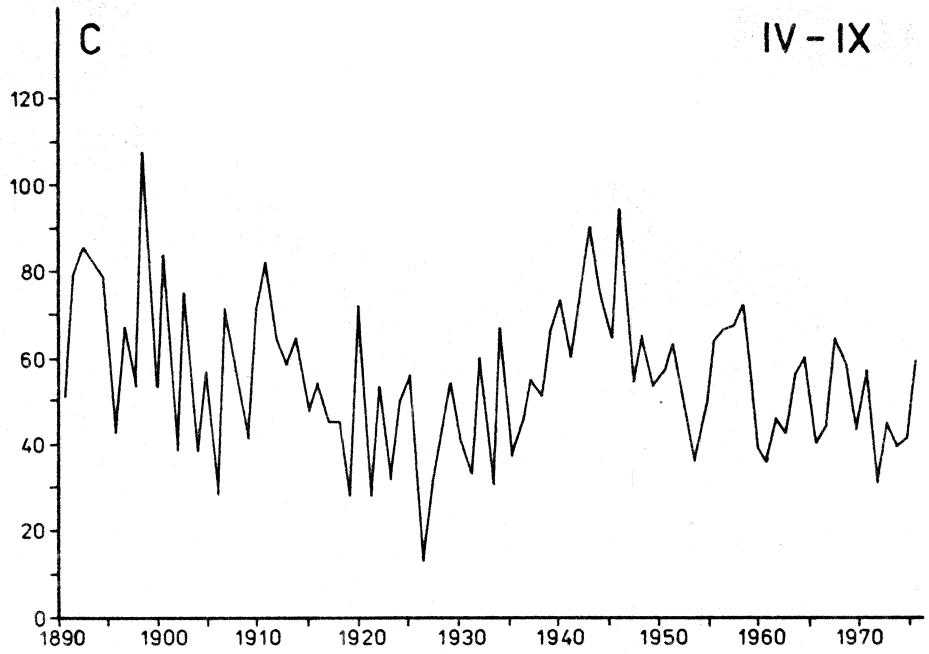


Ryc. 194. Cyrkulacja atmosferyczna południkowa /wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - półrocze chłodne
Meridional atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - cold period

Półrocze chłodne

$$C = 40{,}00 + 5{,}034\sin\left(\frac{2\pi}{5}t + 0{,}4531\right) + 6{,}718\sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 0{,}6028\right) + 6{,}922\sin\left(\frac{2\pi}{16}t - 0{,}8678\right) + 7{,}122\sin\left(\frac{2\pi}{23}t - 0{,}4245\right) + 2{,}993\sin\left(\frac{2\pi}{34}t + 0{,}3383\right) + 9{,}141\sin\left(\frac{2\pi}{69}t + 2{,}117\right) \quad (17)$$

$$C = 39{,}19 + 0{,}01888\,t + 5{,}051\sin\left(\frac{2\pi}{5}t + 0{,}4470\right) + 6{,}741\sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 0{,}6035\right) + 6{,}959\sin\left(\frac{2\pi}{16}t - 0{,}8695\right) + 7{,}156\sin\left(\frac{2\pi}{23}t - 0{,}4108\right) + 3{,}009\sin\left(\frac{2\pi}{34}t + 0{,}3497\right) + 8{,}856\sin\left(\frac{2\pi}{69}t + 2{,}109\right) \quad (17')$$

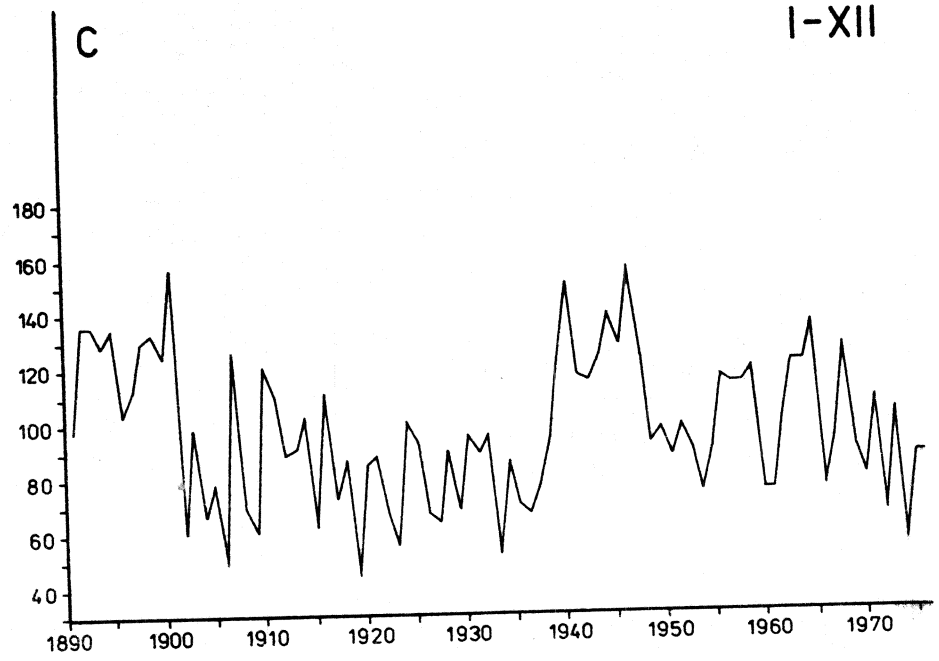


Ryc. 195. Cyrkulacja atmosferyczna południkowa/wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - półrocze ciepłe
Meridional atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - warm period

Półrocze ciepłe

$$C = 54{,}59 + 5{,}931\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 1{,}790\right) + 5{,}196\sin\left(\frac{2\pi}{16}t - 0{,}3184\right) + 6{,}171\sin\left(\frac{2\pi}{23}t + 0{,}1257\right) + 11{,}35\sin\left(\frac{2\pi}{46}t + 0{,}1678\right) \quad (18)$$

$$C = 53{,}51 + 0{,}02518\,t + 5{,}950\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 1{,}781\right) + 5{,}215\sin\left(\frac{2\pi}{16}t - 0{,}3227\right) + 6{,}260\sin\left(\frac{2\pi}{23}t + 0{,}1374\right) + 11{,}68\sin\left(\frac{2\pi}{46}t + 0{,}1746\right) \quad (18')$$

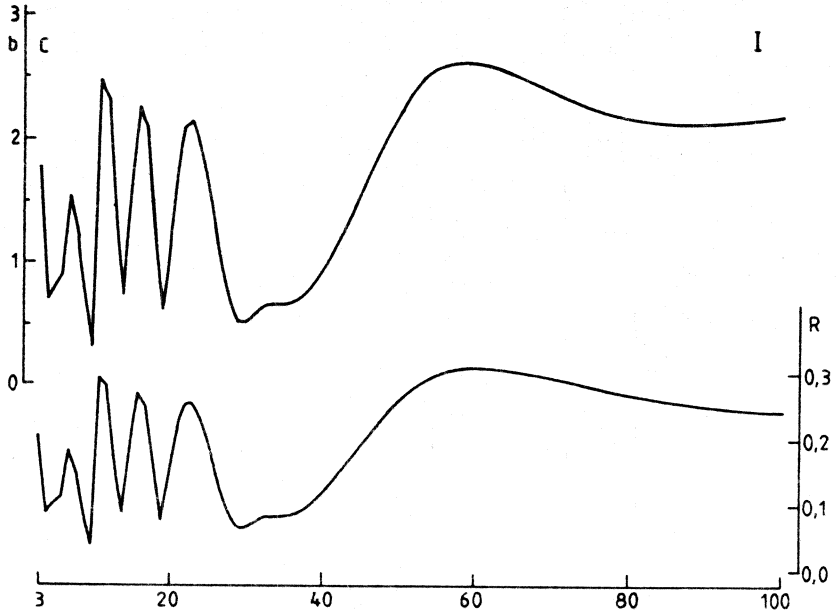


Ryc. 196. Cyrkulacja atmosferyczna południkowa/wg Wangenheima/ w latach 1891 - 1976 - rok
Meridional atmospheric circulation /after Wangenheim/ in the period 1891 - 1976 - year

Rok

$$C = 94{,}40 + 7{,}665\sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 0{,}2688\right) + 9{,}207\sin\left(\frac{2\pi}{17}t + 0{,}1569\right) + 11{,}62\sin\left(\frac{2\pi}{23}t - 0{,}2156\right) + 17{,}38\sin\left(\frac{2\pi}{61}t + 1{,}515\right) \quad (19)$$

$$C = 95{,}61 - 0{,}02804\,t + 7{,}634\sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 0{,}2665\right) + 9{,}073\sin\left(\frac{2\pi}{17}t + 0{,}1622\right) + 11{,}56\sin\left(\frac{2\pi}{23}t - 0{,}2237\right) + 17{,}48\sin\left(\frac{2\pi}{61}t + 1{,}517\right) \quad (19')$$



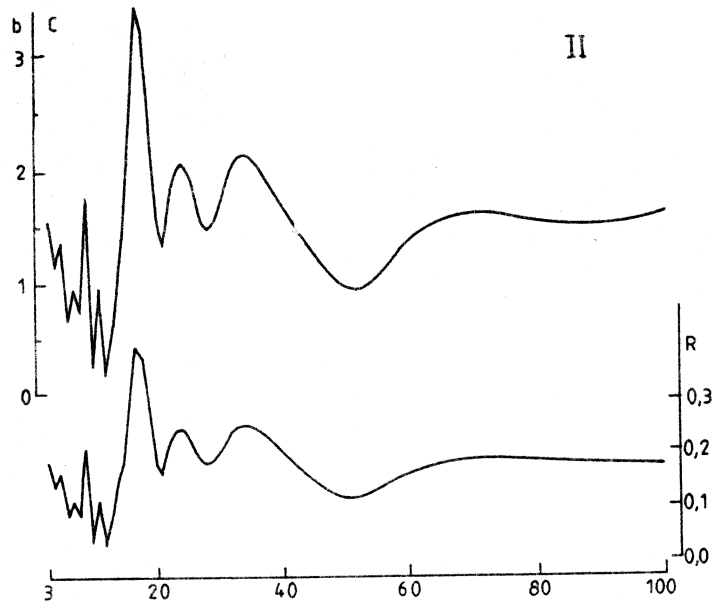
Ryc. 197. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji południkowej /1891 - 1976/ - styczeń
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the meridional circulation /1891 - 1976/ - January

Tablica 63

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji południkowej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - styczeń
Actual cycles (ϑ) of meridional circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - January

C I

ϑ	7	11	16	23	58
a	7,137	7,076	7,169	7,020	6,611
b	1,540	2,480	2,270	2,134	2,659
c	-1,643	-1,627	-1,709	-0,257	0,437
F	1,38	3,77	3,11	2,72	4,14



Ryc. 198. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji południkowej /1891 - 1976/ - luty

Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the meridional circulation /1891 - 1976/ January

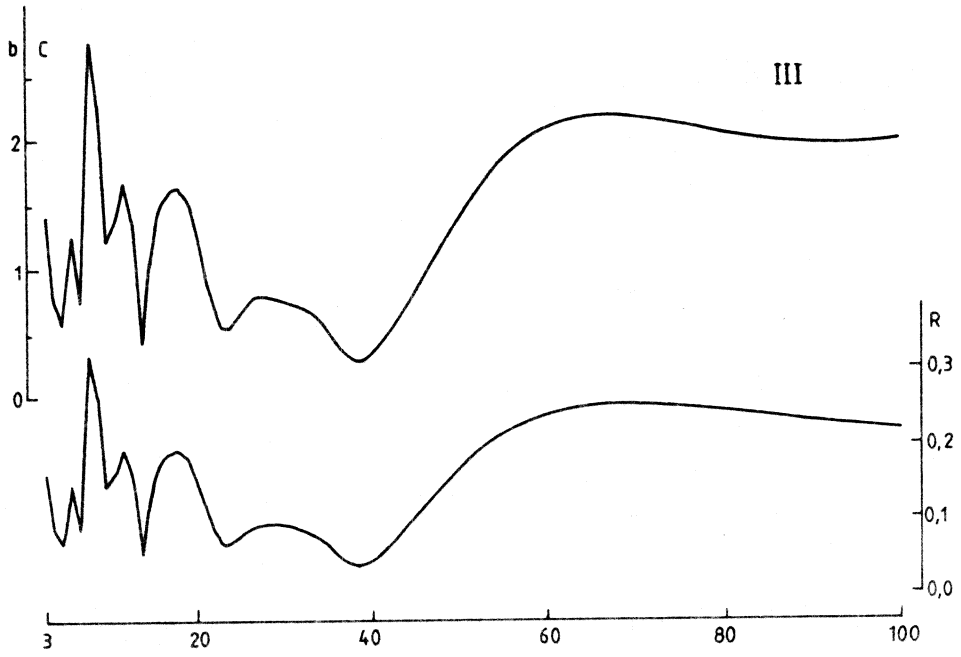
Tablica 64

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji południkowej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - luty

Actual cycles (ϑ) of meridional circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - February

C II

ϑ	9	17	24	34	70
a	6,373	6,441	6,534	6,171	6,260
b	1,782	3,440	2,074	2,157	1,617
c	-0,266	-0,654	1,796	0,107	1,714
F	1,85	7,82	2,57	2,67	1,44



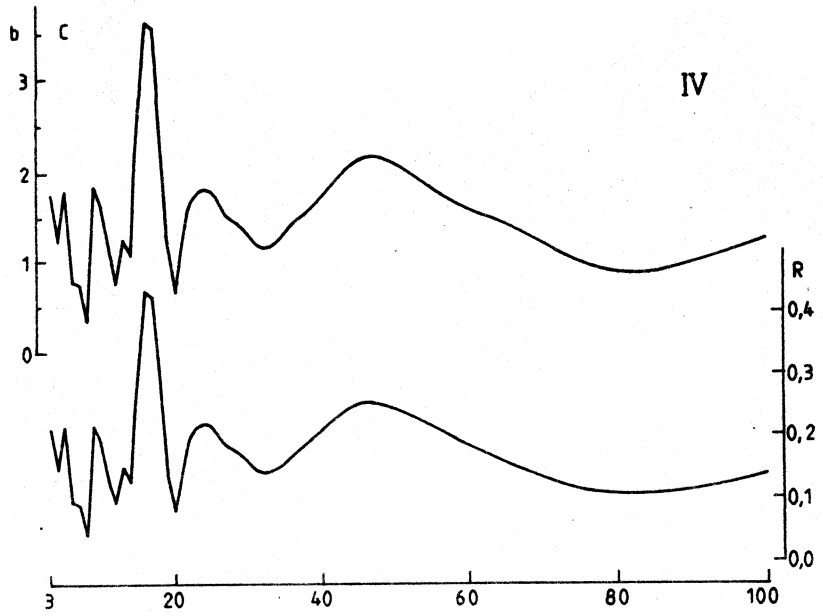
Ryc. 199. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji południkowej /1891 - 1976/ - marzec
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the meridional circulation /1891 - 1976/ - March

Tablica 65

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji południkowej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - marzec
Actual cycles (ϑ) of meridional circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - March

C III

ϑ	8	12	18	28	67
a	7,758	7,754	7,838	7,789	8,112
b	2,743	1,650	1,631	0,803	2,219
c	-0,187	0,794	1,271	-0,228	3,054
F	4,53	1,55	1,49	0,34	2,76



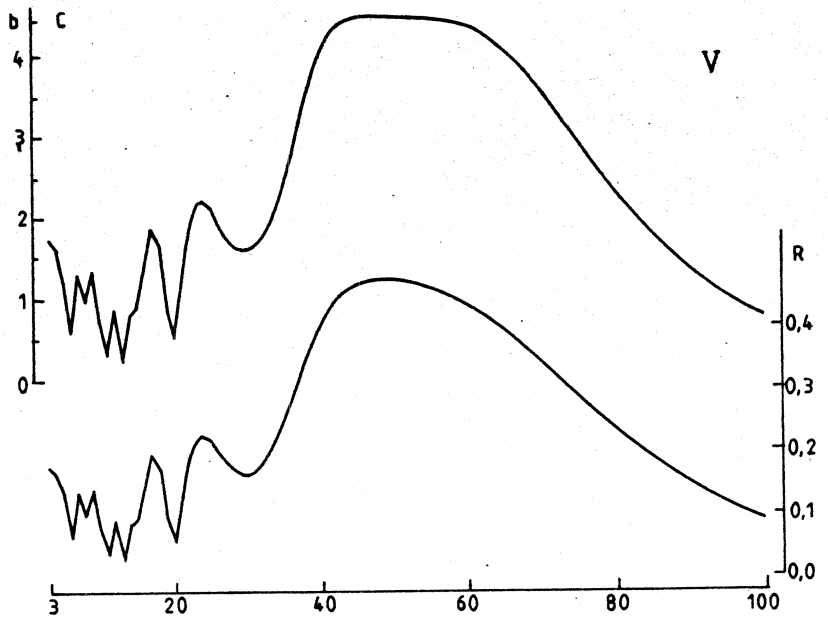
Ryc. 200. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji południkowej /1891 - 1976/ - kwiecień
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the meridional circulation /1891 - 1976/ - April

Tablica 66

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji południkowej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - kwiecień
Actual cycles (ϑ) of meridional circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - April

C IV

ϑ	5	9	16	24	47
a	9,295	9,224	9,108	9,212	9,446
b	1,784	1,843	3,610	1,818	2,171
c	-2,119	-0,993	-0,335	0,734	1,519
F	1,90	2,02	9,13	2,00	2,72



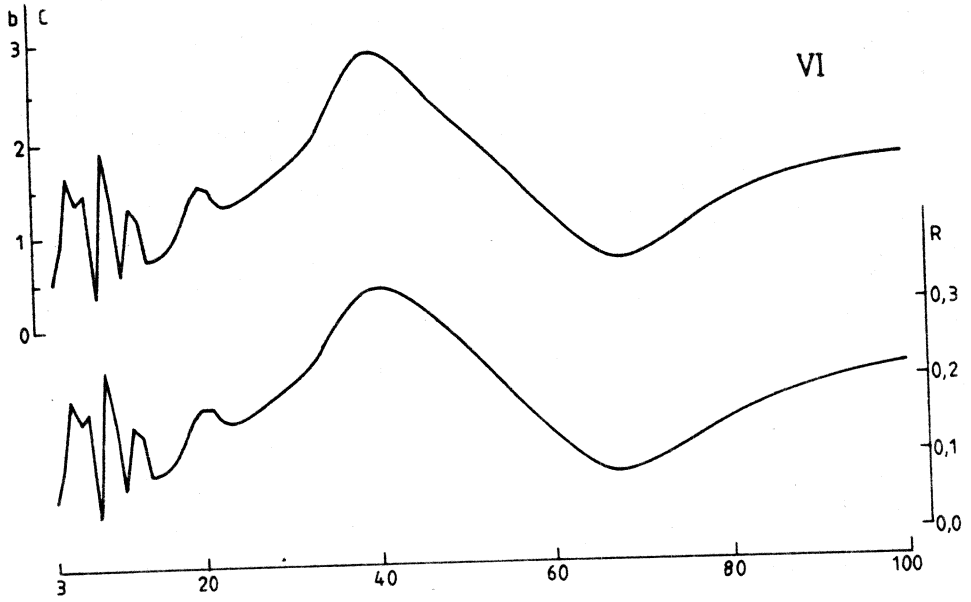
Ryc. 201. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji południkowej /1891 - 1976/ - maj
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the meridional circulation /1891 - 1976/ - May

Tablica 67

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji południkowej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - maj
Actual cycles (ϑ) of meridional cirkulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - May

C V

ϑ	9	17	24	48
a	10,29	10,36	10,16	10,21
b	1,359	1,886	2,237	4,505
c	-0,357	-1,325	-0,058	0,329
F	0,79	1,57	2,16	11,83



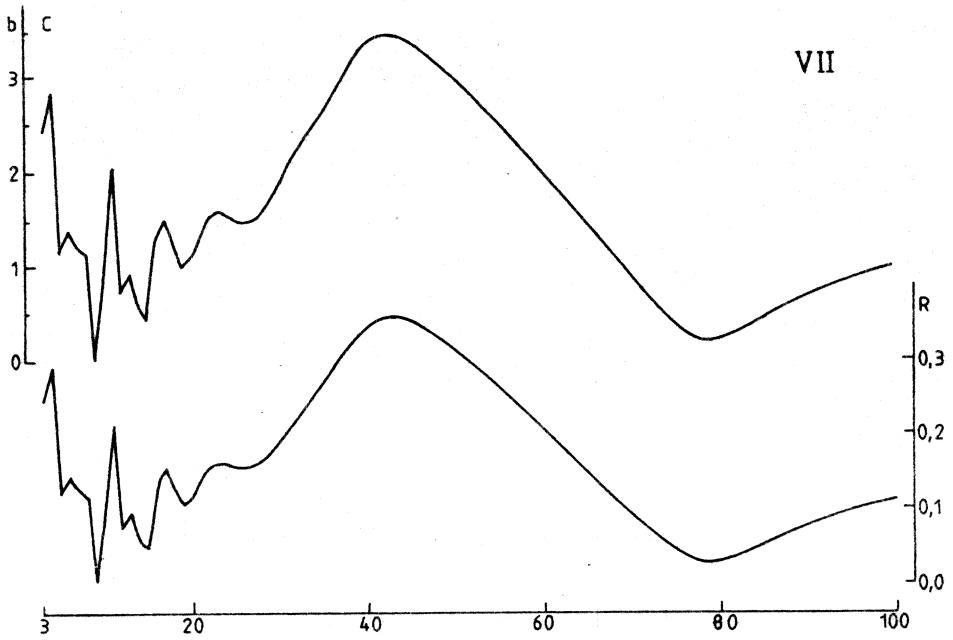
Ryc. 202. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji południkowej /1891 - 1976/ - czerwiec
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the meridional circulation /1891 - 1976/ - June

Tablica 68

Okresy rzeczywiste (θ) cyrkulacji południkowej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - czerwiec
Actual cycles (θ) of meridional cirkulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - June

C VI

θ	5	9	20	40
a	10,63	10,63	10,64	10,61
b	1,603	1,873	1,515	2,861
c	2,509	-2,344	-1,365	-0,519
F	1,56	2,18	1,35	5,06



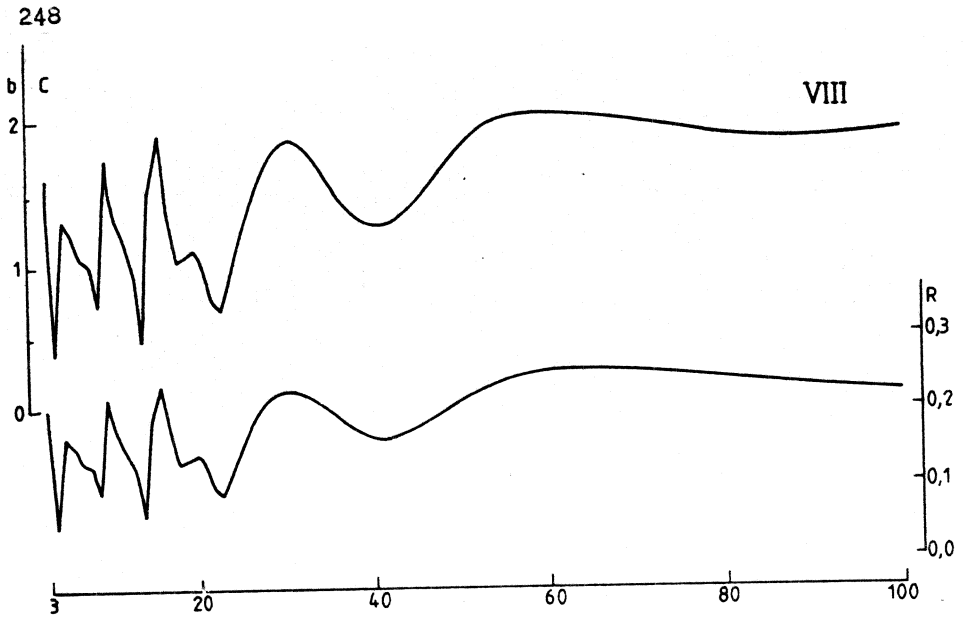
Ryc. 203. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji południkowej /1891 - 1976/ - lipiec
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the meridional circulation /1891 - 1976/ - July

Tablica 69

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji południkowej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - lipiec
Actual cycles (ϑ) of meridional circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - July

C VII

ϑ	4	11	17	23	43
a	10,50	10,58	10,55	10,43	10,53
b	2,803	2,056	1,523	1,616	3,462
c	-1,600	1,567	-1,055	-0,939	-0,663
F	3,72	1,89	1,03	1,11	5,96



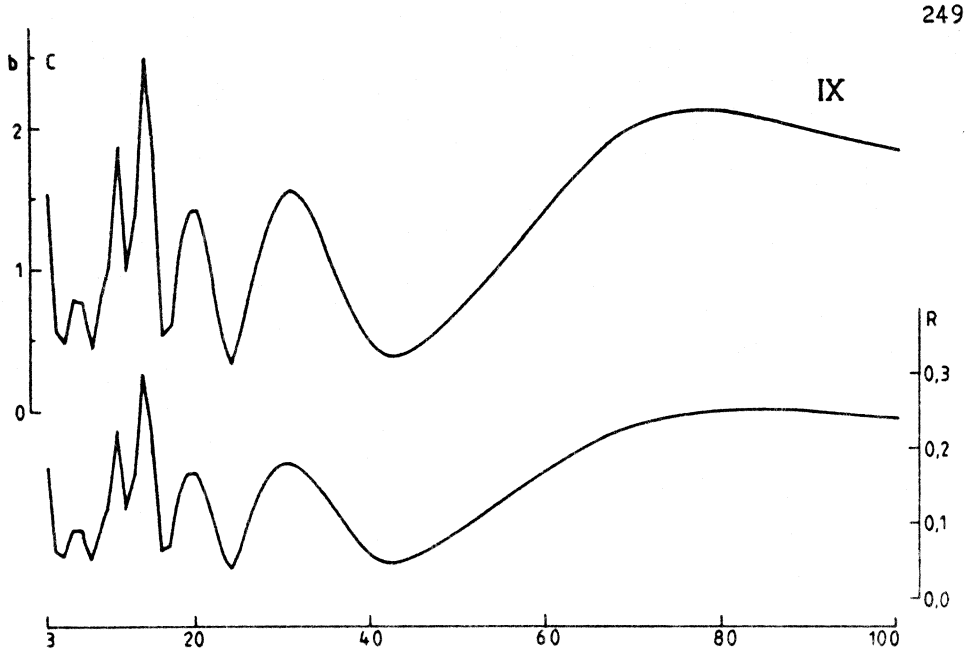
Ryc. 204. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji południkowej /1891 - 1976/ - sierpień
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the meridional circulation /1891 - 1976/ - August

Tablica 70

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji południkowej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - sierpień
Actual cycles (ϑ) of meridional circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - August

C VIII

ϑ	6	10	20	31	60
a	7,058	7,090	7,028	7,209	6,676
b	1,209	1,729	1,117	1,859	2,030
c	0,246	-2,335	-0,178	2,589	-0,246
F	0,96	2,02	0,81	2,20	2,65



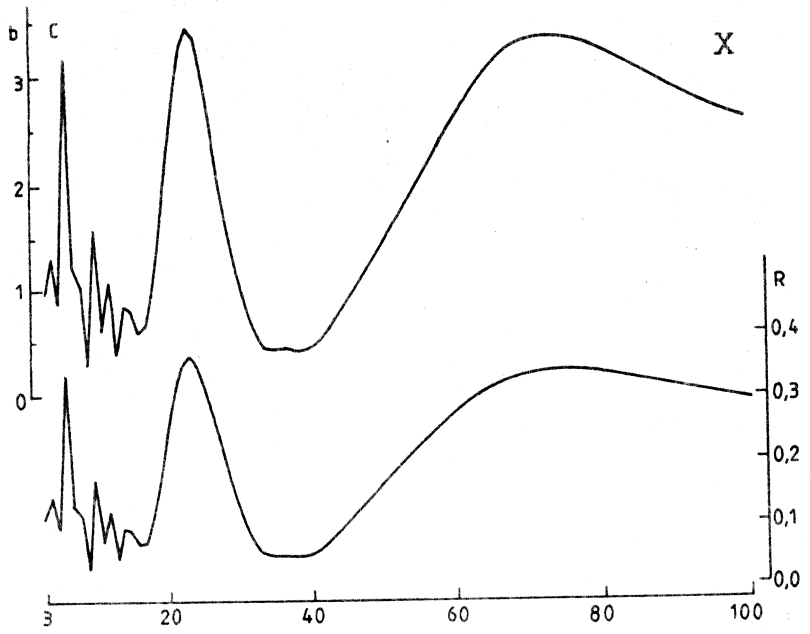
Ryc. 205. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji południkowej /1891 - 1976/ - wrzesień
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the meridional circulation /1891 - 1976/ - September

Tablica 71

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji południkowej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - wrzesień
Actual cycles (ϑ) of meridional circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - September

C IX

ϑ	11	14	19	30	77
a	7,236	7,242	7,213	7,141	7,208
b	1,856	2,498	1,400	1,540	2,157
c	0,972	3,094	-1,861	-1,089	2,729
F	2,08	3,89	1,16	1,34	2,56

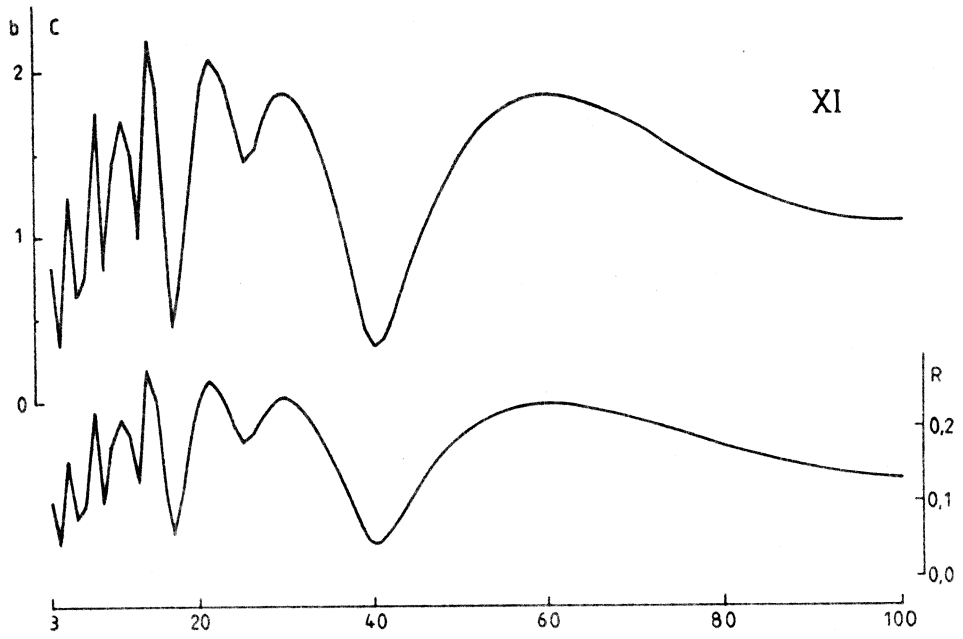


Ryc. 206. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji południkowej /1891 - 1976/ - październik
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the meridional circulation /1891 - 1976/ - October

Tablica 72

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji południkowej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - październik
Actual cycles (ϑ) of meridional circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - October

C				X
ϑ	6	10	23	73
a	7,830	7,919	7,673	7,773
b	3,143	1,565	3,447	3,333
c	-0,840	1,929	-0,501	2,330
F	5,42	1,22	6,42	5,41



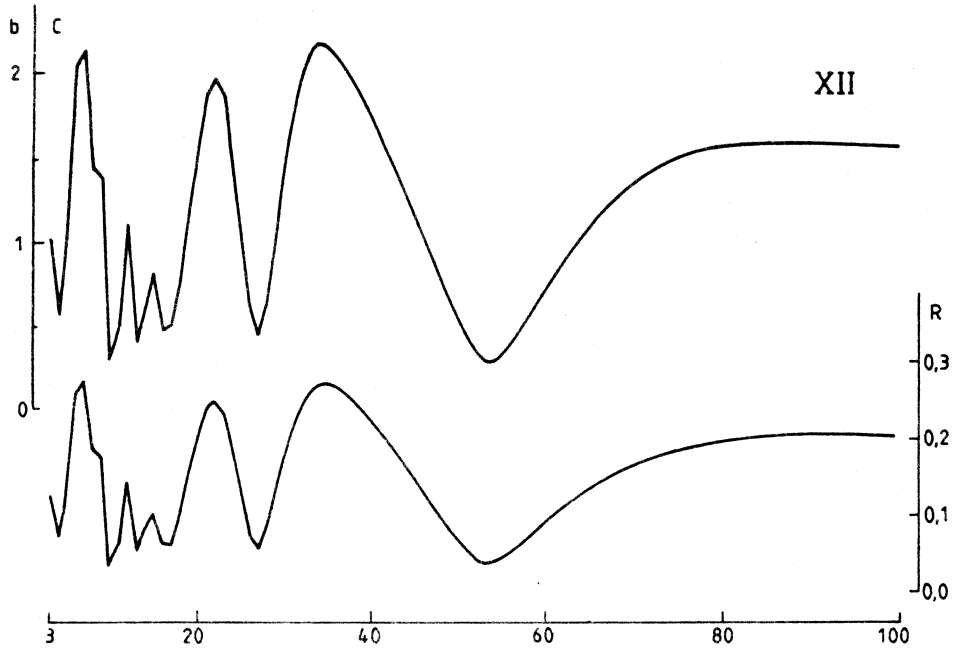
Ryc. 207. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji południkowej /1891 - 1976/ - listopad
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the meridional circulation /1891 - 1976/ - November

Tablica 73

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji południkowej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - listopad
Actual cycles (ϑ) of meridional circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - November

C XI

ϑ	8	11	14	21	30	60
a	6,113	6,165	6,174	6,154	6,136	5,834
b	1,756	1,709	2,208	2,101	1,873	1,891
c	-0,012	2,028	-2,638	-1,031	0,408	0,931
F	2,07	1,90	3,38	2,97	2,45	2,28



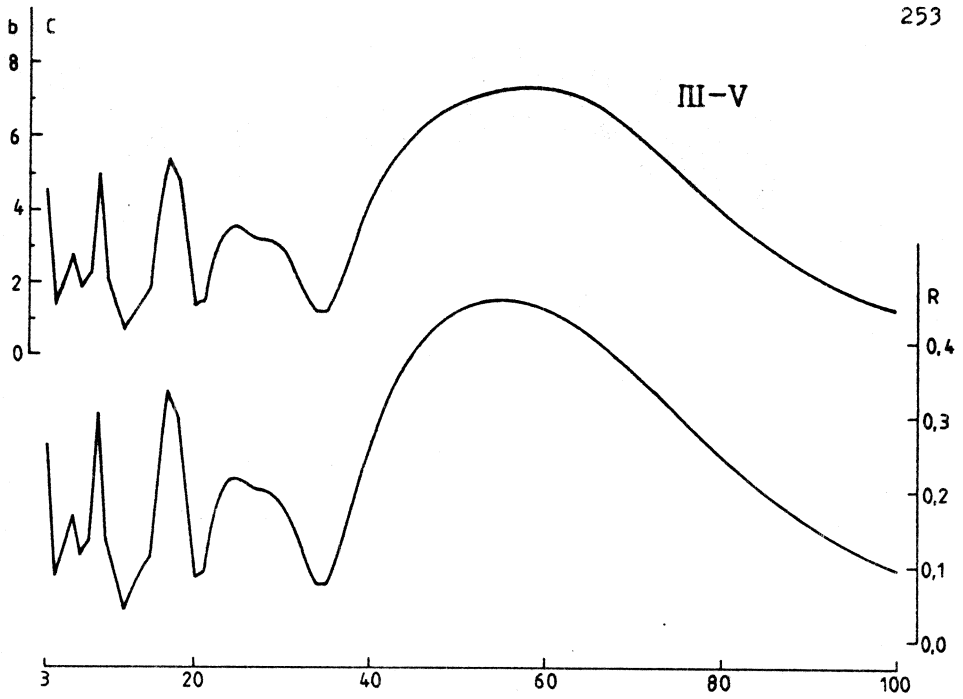
Ryc. 208. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji południkowej /1891 - 1976/ - grudzień
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the meridional circulation /1891 - 1976/ - December

Tablica 74

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji południkowej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - grudzień
Actual cycles (ϑ) of meridional circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - December

C XII

ϑ	7	12	22	34	87
a	5,921	5,990	5,922	5,707	5,974
b	2,126	1,100	1,969	2,158	1,576
c	0,391	-2,461	-1,774	0,126	2,633
F	3,45	0,88	2,83	3,37	1,82



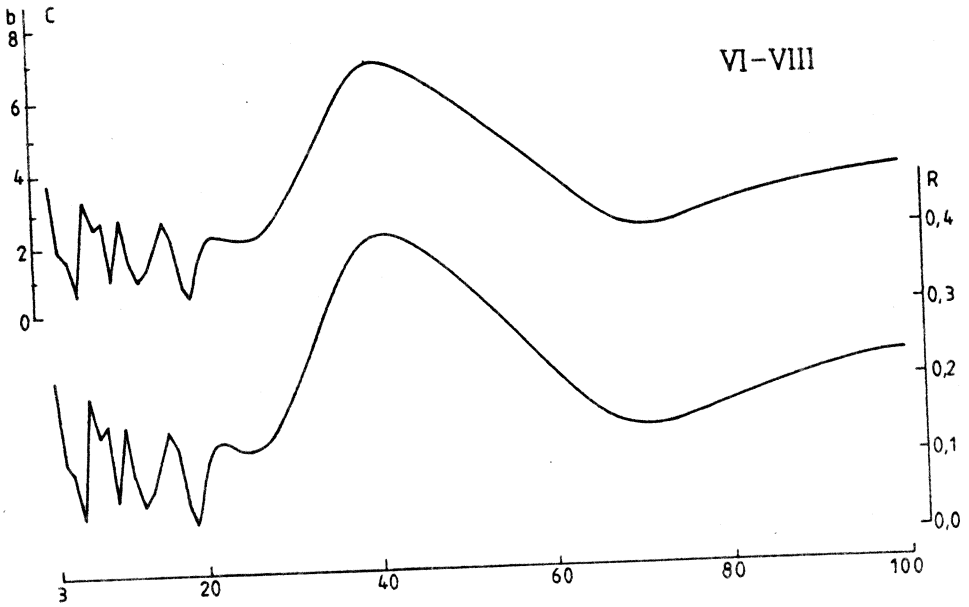
Ryc. 209. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji południkowej /1891 - 1976/ - wiosna
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the meridional circulation /1891 - 1976/ - spring

Tablica 75

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji południkowej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - wiosna
Actual cycles (ϑ) of meridional circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - spring

C III-V

ϑ	9	17	25	59
a	27,23	27,38	27,11	27,73
b	4,846	5,337	3,482	7,407
c	0,339	0,283	0,711	1,923
F	3,93	4,86	1,94	9,97



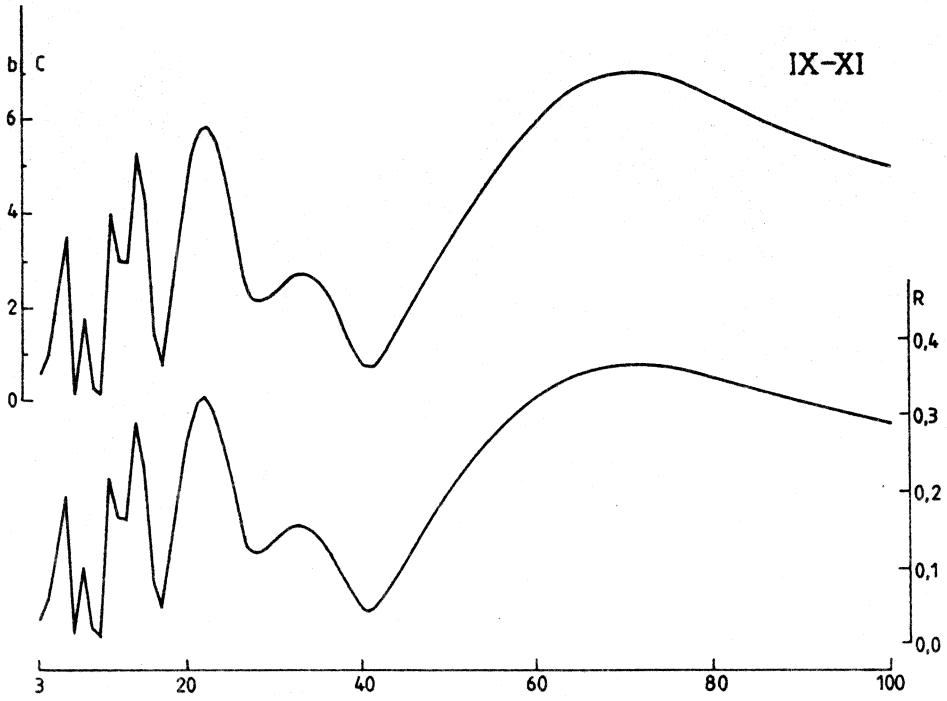
Ryc. 210. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji południkowej /1891 - 1976/ - lato
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the meridional circulation /1891 - 1976/ - summer

Tablica 76

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji południkowej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - lato
Actual cycles (ϑ) of meridional circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - summer

C VI-VIII

ϑ	7	11	16	21	41
a	28,24	28,33	28,26	28,25	28,35
b	3,308	2,727	2,612	2,132	6,854
c	-0,700	1,899	-1,261	-0,536	-0,731
F	1,64	1,09	0,99	0,67	7,97



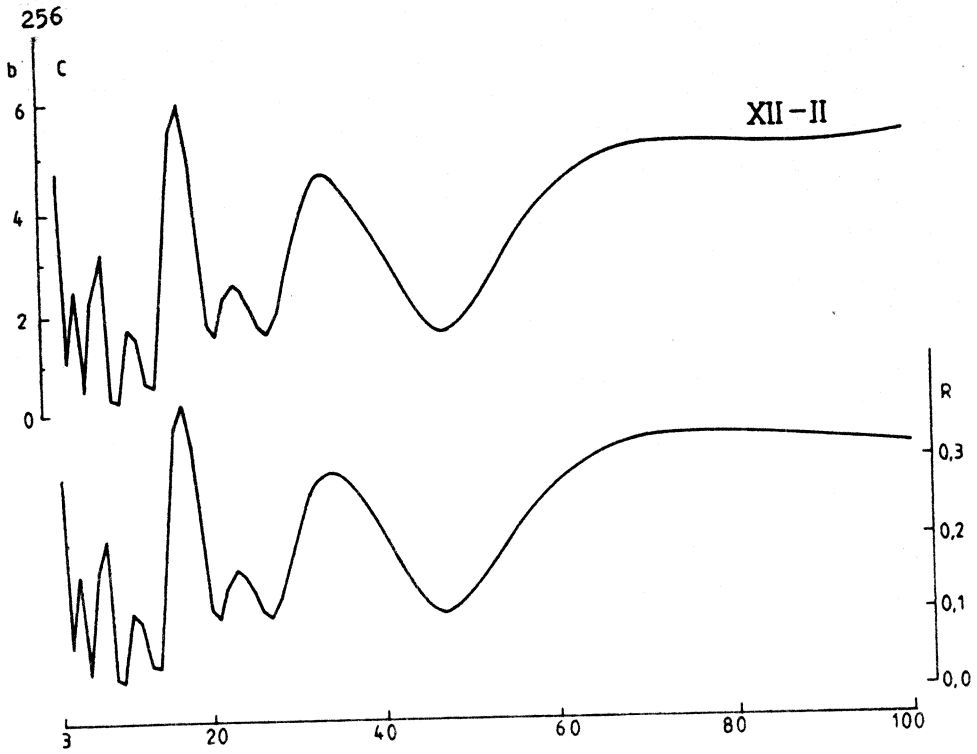
Ryc. 211. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji południkowej /1891 - 1976/ - jesień
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the meridional circulation /1891 - 1976/ - autumn

Tablica 77

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji południkowej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe(c)- jesień
Actual cycles (ϑ) of meridional circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - autumn

C IX-XI

ϑ	6	11	14	22	33	70
a	21,29	21,45	21,38	21,19	21,22	21,04
b	3,494	3,993	5,283	5,823	2,741	7,088
c	0,291	2,016	-2,484	-0,505	0,909	2,168
F	1,58	2,01	3,78	4,64	0,96	6,31



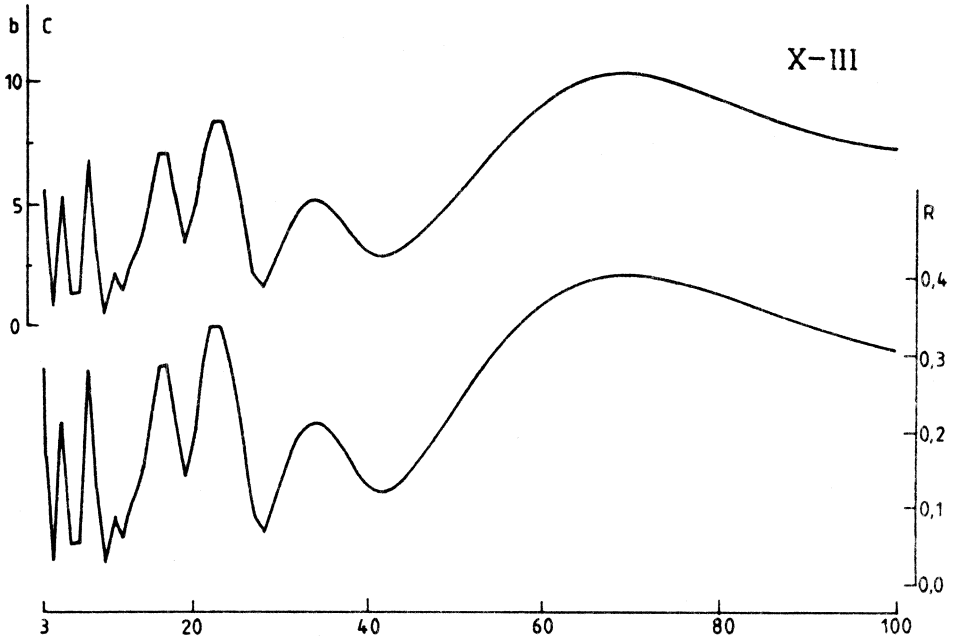
Ryc. 212. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji południkowej /1891 - 1976/ - zima
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the meridional circulation /1891 - 1976/ - winter

Tablica 78

Okresy rzeczywiste (θ) cyrkulacji południkowej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c)- zima
Actual cycles (θ) of meridional circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - winter

XII-II

C					
θ	3	8	17	34	74
a	19,58	19,49	19,56	18,98	19,07
b	4,335	3,165	6,027	4,618	5,223
c	-2,451	-0,213	-0,255	0,048	1,772
F	3,37	1,73	7,12	3,77	5,12



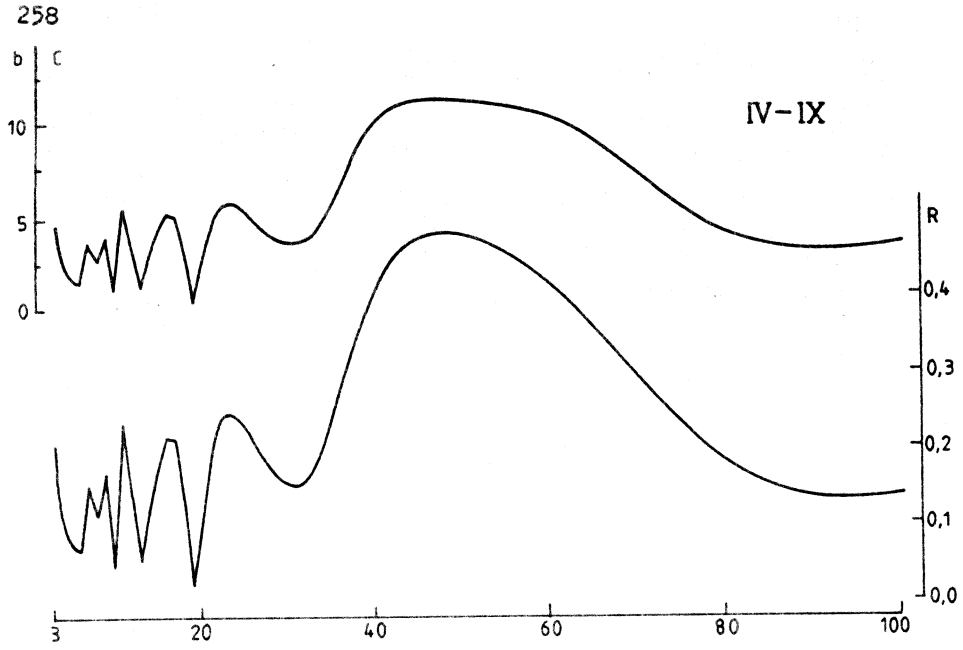
Ryc. 213. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji południkowej /1891 - 1976/ - półrocze chłodne
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the meridional circulation /1891 - 1976/ - cold period

Tablica 79

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji południkowej w latach 1891-1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c)- półrocze chłodne
Actual cycles (ϑ) of meridional circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - cold period

C X-III

ϑ	5	8	16	23	34	69
a	41,35	41,32	41,31	40,87	40,87	40,72
b	5,193	6,756	7,046	8,332	5,226	10,45
c	0,353	0,634	-1,059	-0,141	0,665	2,010
F	1,95	3,45	3,62	5,29	1,94	8,06



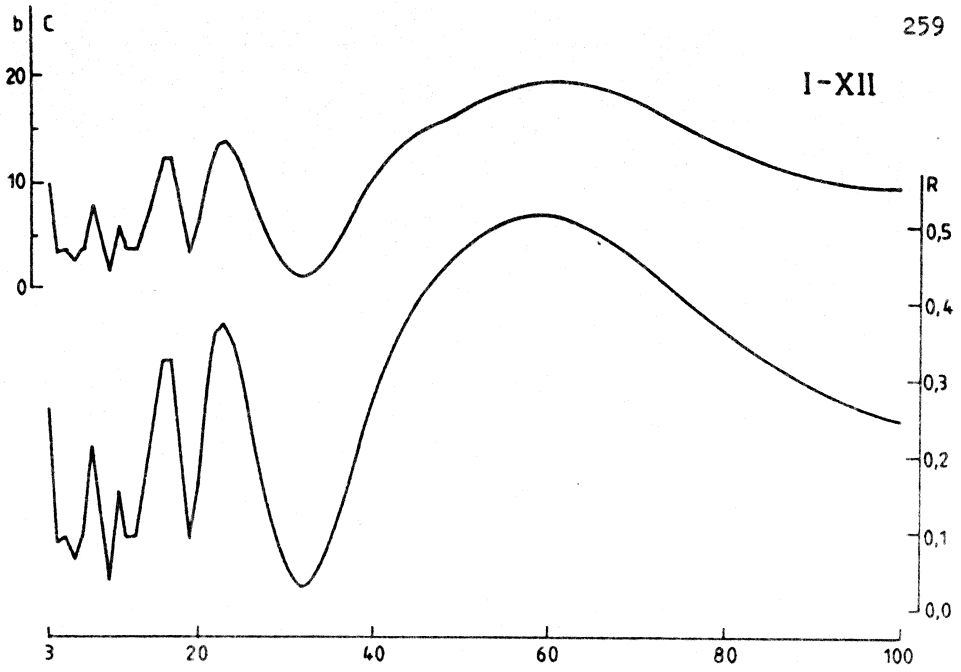
Ryc. 214. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) cyrkulacji południkowej /1891 - 1976/ - półrocze ciepłe
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the meridional circulation /1891 - 1976/ - warm period

Tablica 80

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji południkowej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - półrocze ciepłe
Actual cycles (ϑ) of meridional circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - warm period

C IV-IX

ϑ	11	16	23	46
a	55,27	54,99	54,90	54,95
b	5,673	5,290	5,922	11,33
c	1,797	-0,746	0,314	0,240
F	2,33	2,01	2,66	12,47



Ryc. 215. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji R cyrkulacji południkowej /1891 - 1976/ - rok

Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of the meridional circulation /1891 - 1976/ - year

Tablica 81

Okresy rzeczywiste (ϑ) cyrkulacji południkowej w latach 1891 - 1976: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - rok

Actual cycles (ϑ) of meridional circulation in the period 1891 - 1976: amplitudes (b), phase shifts (c) - year

c I-XII

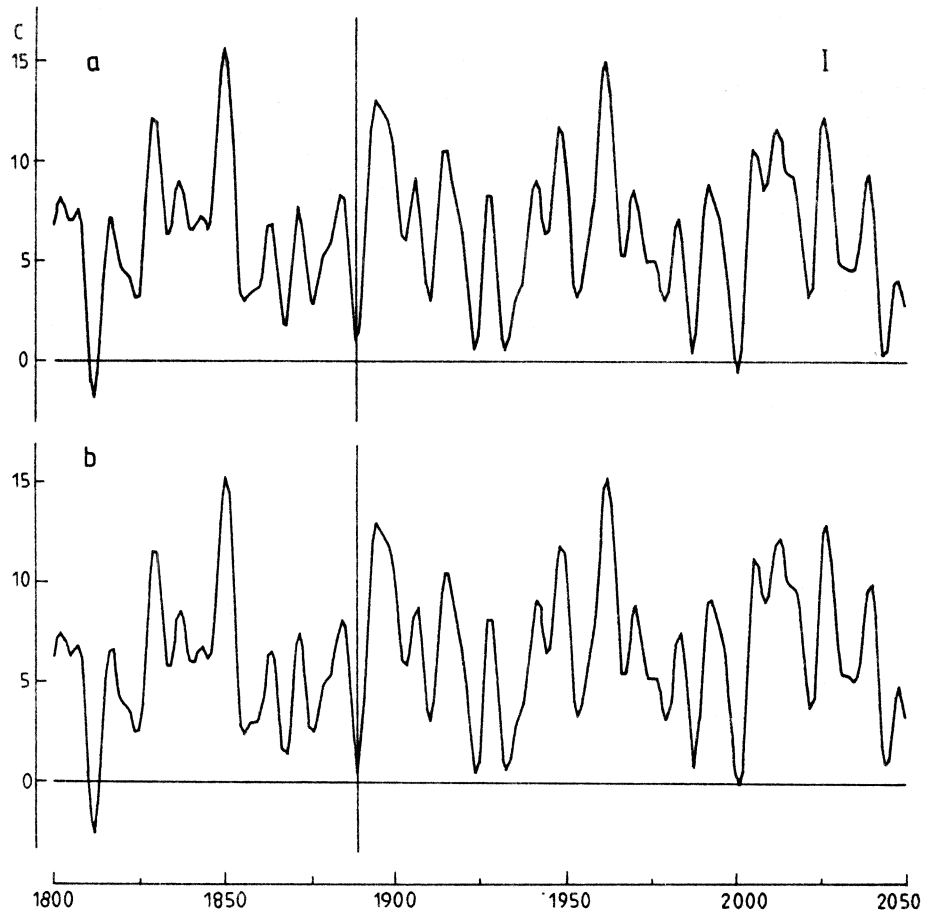
ϑ	8	17	23	61
a	96,35	96,46	95,77	95,09
b	7,792	12,06	13,90	19,68
c	0,287	-0,063	0,048	1,525
F	1,91	4,87	6,70	14,72

Tablica 82

Ocena dokładności trendów czasowych cyrkulacji południkowej C = f(t), C = F(t): ε - odchylenie resztowe, δ - błąd standardowy, R - współczynnik korelacji wielokrotnej, F - test Fishera-Snedecora /$\bar{c}$ - średnia arytmetyczna, s - odchylenie standardowe

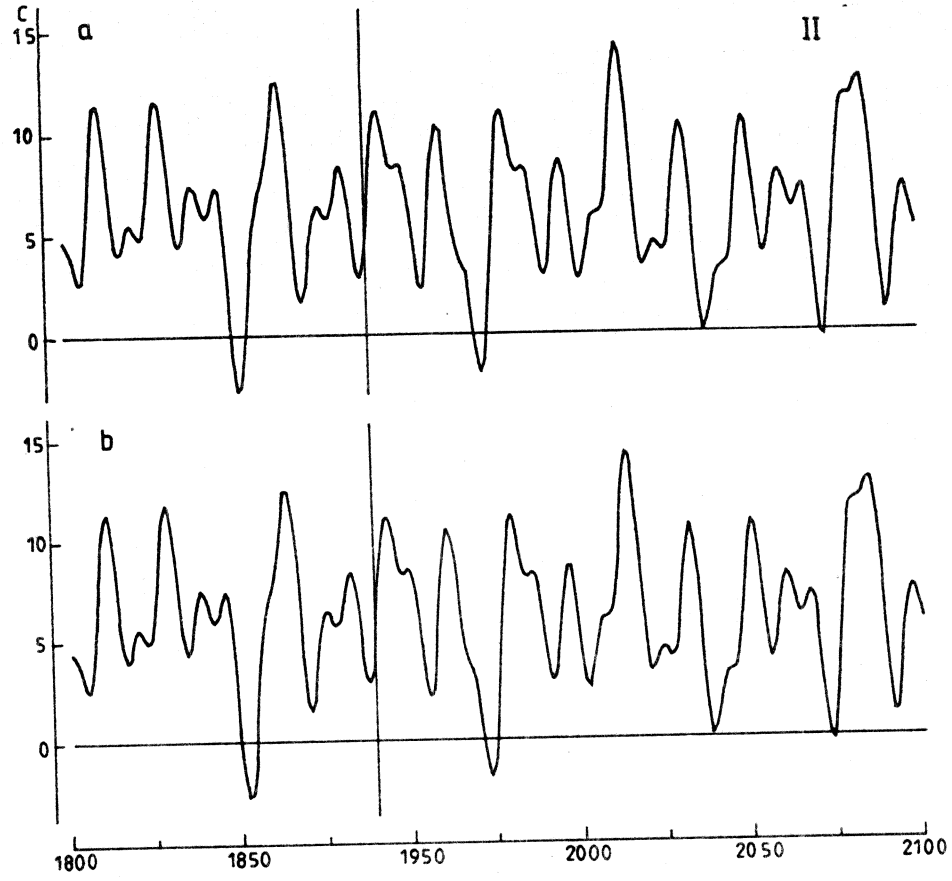
Accuracy evaluation of time trends in meridional circulation C = f(t), C = F(t): ε -rest deviation, δ - standard error, R - multiple correlation coefficient, F - Fisher-Snedecor test /$\bar{C}$ - arithmetic mean, s - standard deviation

			C= f(t)				C= F(t)			
	$\bar{C}$	s	ε	δ	R	F	ε	δ	R	F
I	7,13	6,027	5,002	5,356	0,558	3,39	5,000	5,390	0,558	3,05
II	6,43	6,078	5,038	5,395	0,559	3,42	5,038	5,431	0,559	3,06
III	7,79	6,200	5,476	5,864	0,469	2,12	5,459	5,884	0,474	1,95
IV	9,28	6,028	4,882	5,227	0,587	3,94	4,865	5,245	0,590	3,60
V	10,34	7,008	5,753	6,080	0,571	4,66	5,699	6,063	0,582	4,32
VI	10,62	5,950	5,274	5,574	0,463	2,62	5,198	5,529	0,487	2,62
VII	10,53	6,909	5,759	6,167	0,553	3,30	5,746	6,195	0,555	3,00
VIII	7,08	5,710	5,106	5,467	0,448	1,88	5,095	5,493	0,452	1,72
IX	7,21	6,016	5,308	5,684	0,470	2,13	5,306	5,720	0,471	1,92
X	7,87	6,534	5,177	5,471	0,610	5,71	5,167	5,497	0,612	5,06
XI	6,13	5,726	4,803	5,214	0,544	2,56	4,796	5,241	0,546	2,36
XII	5,97	5,461	4,710	5,043	0,506	2,58	4,709	5,077	0,506	2,32
III-V	27,38	11,60	8,971	9,487	0,634	6,37	8,942	9,519	0,637	5,68
VI-VIII	28,25	11,87	10,19	10,93	0,513	2,64	10,14	10,95	0,520	2,45
IX-XI	21,33	12,91	10,25	11,14	0,608	3,52	10,24	11,20	0,609	3,22
XII-II	19,56	11,08	8,497	9,106	0,642	5,18	8,352	9,012	0,657	5,04
X-III	41,35	17,25	12,70	13,80	0,677	5,07	12,70	13,89	0,677	4,62
IV-IX	55,11	17,14	13,35	14,12	0,627	6,15	13,34	14,20	0,628	5,42
I-XII	96,46	26,17	19,09	20,19	0,684	8,36	19,07	20,31	0,685	7,36



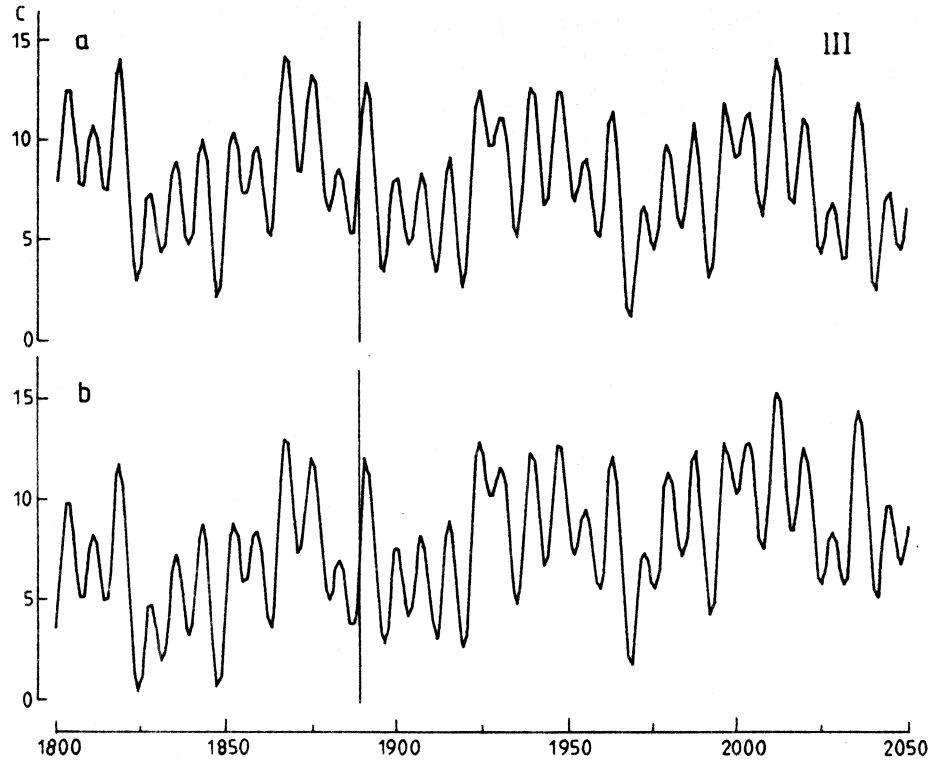
Ryc. 216. Trend wiekowy cyrkulacji południkowej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 1 i 1′ - styczeń

Century trend of the meridional circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 1, 1′/ - January



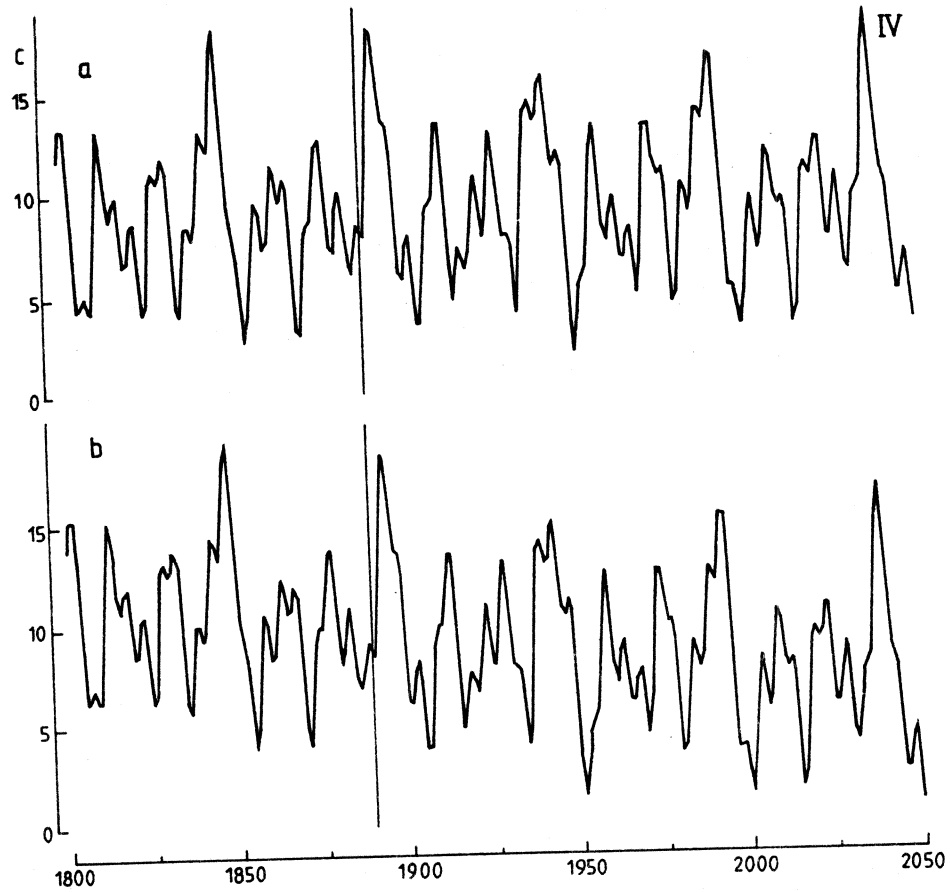
Ryc. 217. Trend wiekowy cyrkulacji południkowej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 2 i 2′/ - luty

Century trend of the meridional circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 2, 2′/ - February



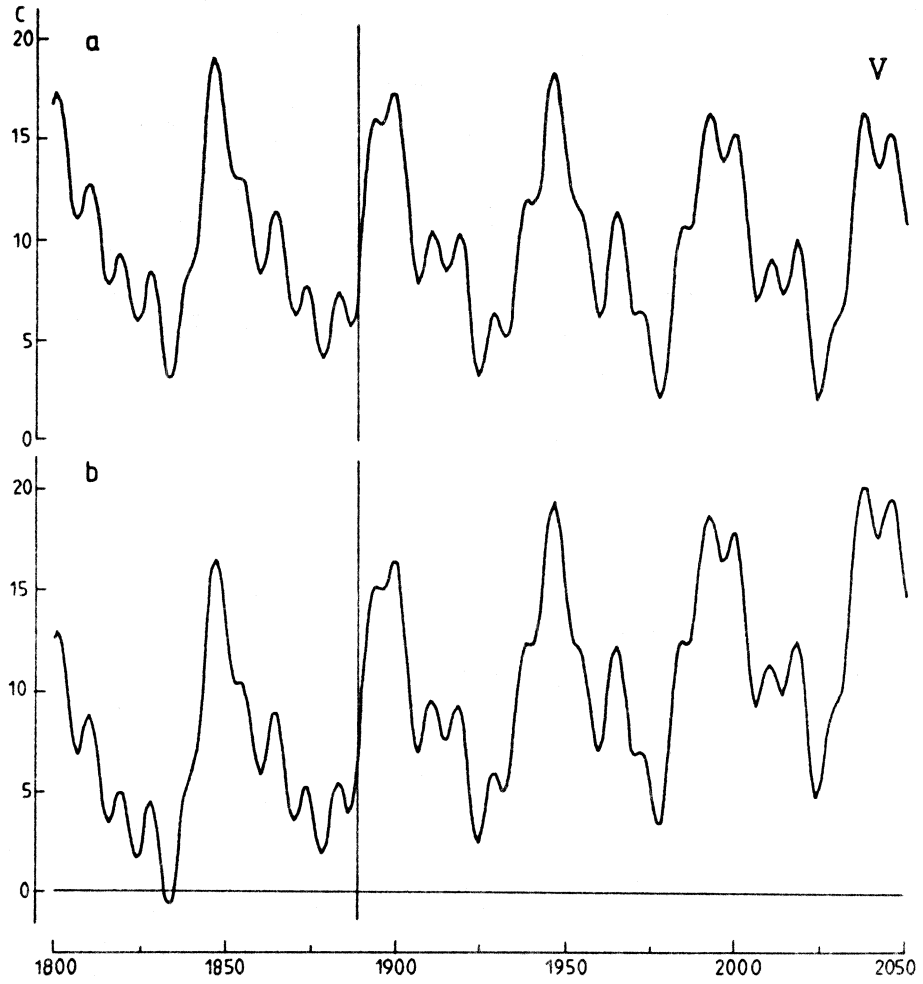
Ryc. 218. Trend wiekowy cyrkulacji południkowej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 3 i 3′/ - marzec

Century trend of the meridional circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 3, 3′/ - March



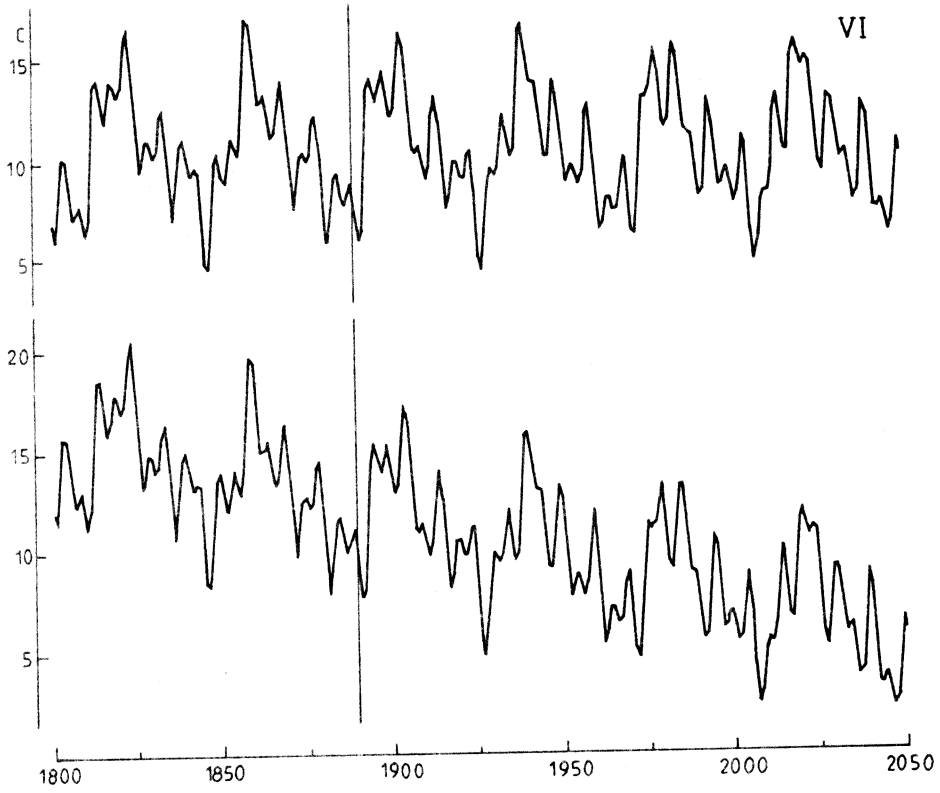
Ryc. 219. Trend wiekowy cyrkulacji południkowej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 4 i 4′/ - kwiecień

Century trend of the meridional circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 4, 4′/ - April

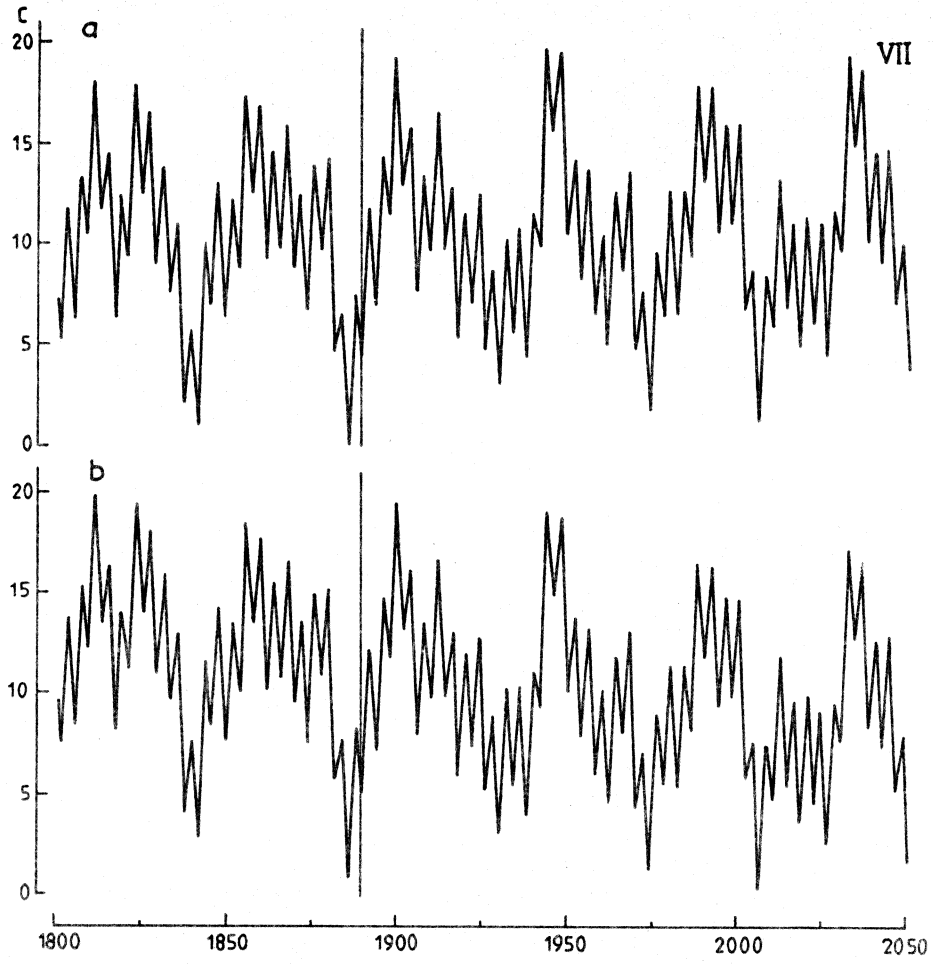


Ryc. 220. Trend wiekowy cyrkulacji południkowej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 5 i 5′/ - maj

Century trend of the meridional circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 5, 5′/ - May

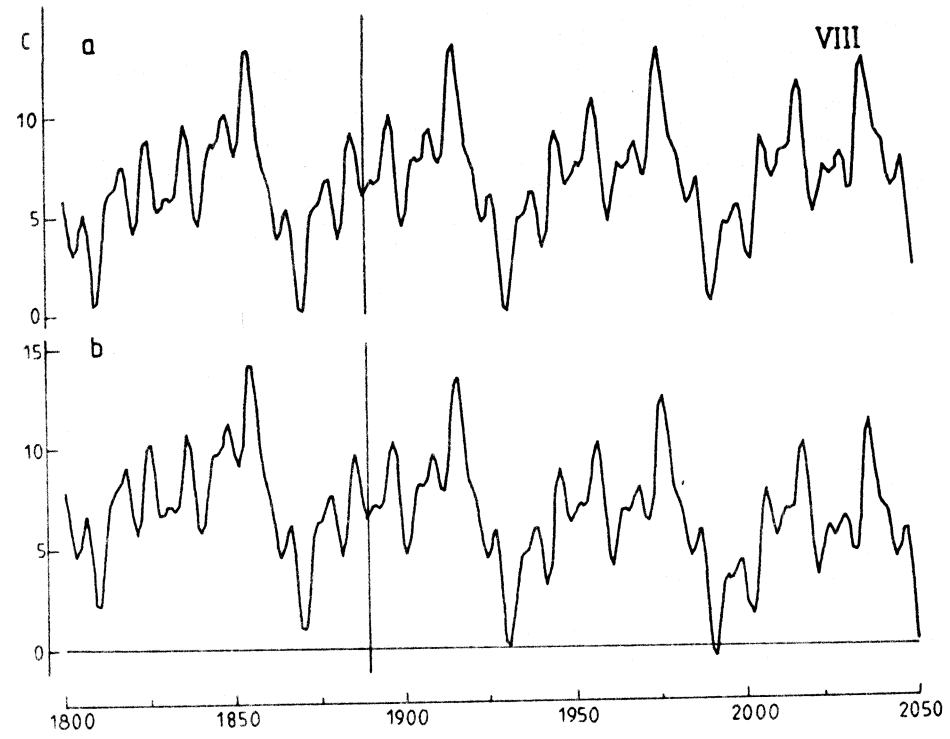


Ryc. 221. Trend wiekowy cyrkulacji południkowej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 6 i 6´/ - czerwiec
Century trend of the meridional circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 6, 6´/ - June



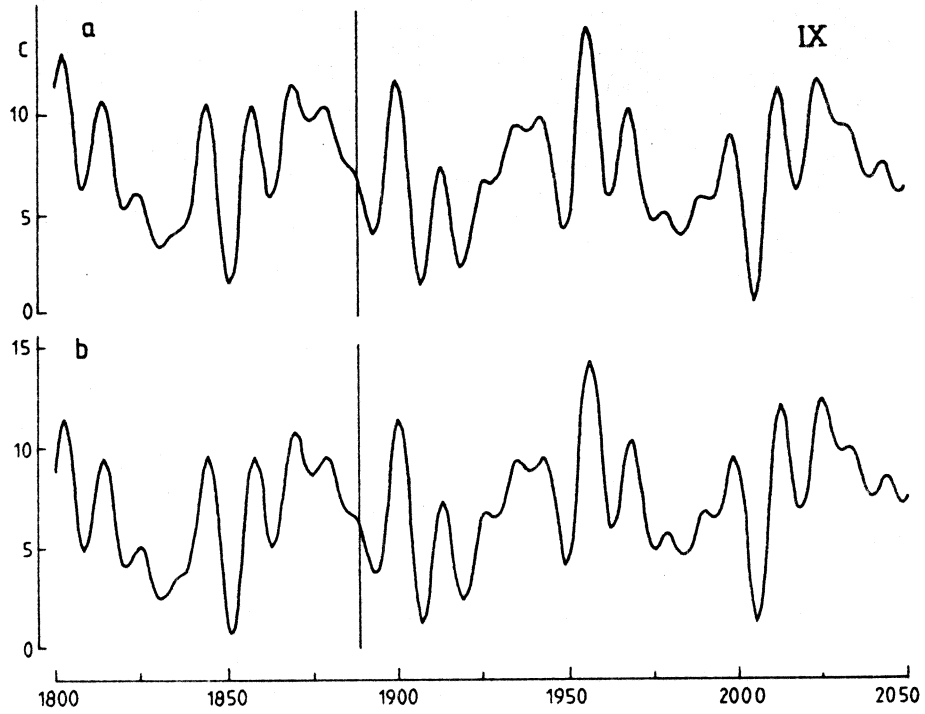
Ryc. 222. Trend wiekowy cyrkulacji południkowej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 7 i 7′/ - lipiec

Century trend of the meridional circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 7, 7′/ - July



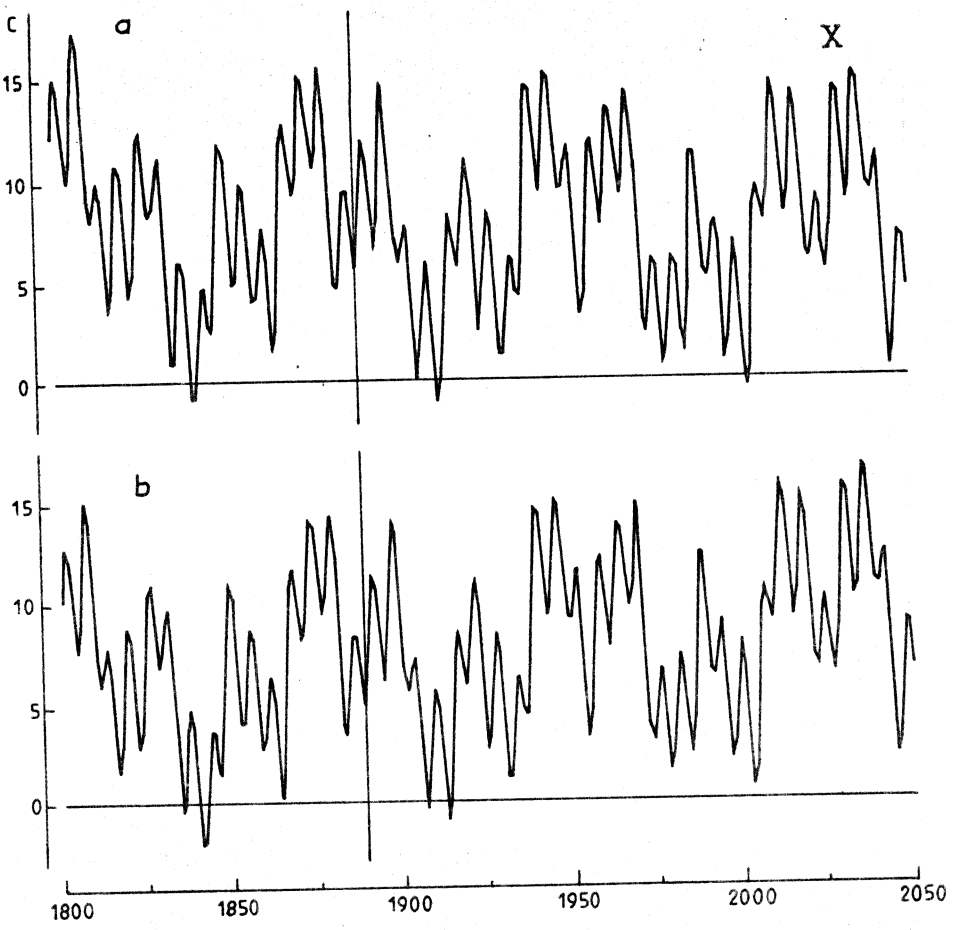
Ryc. 223. Trend wiekowy cyrkulacji południkowej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 8 i 8′/ - sierpień

Century trend of the meridional circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 8, 8′/ - August

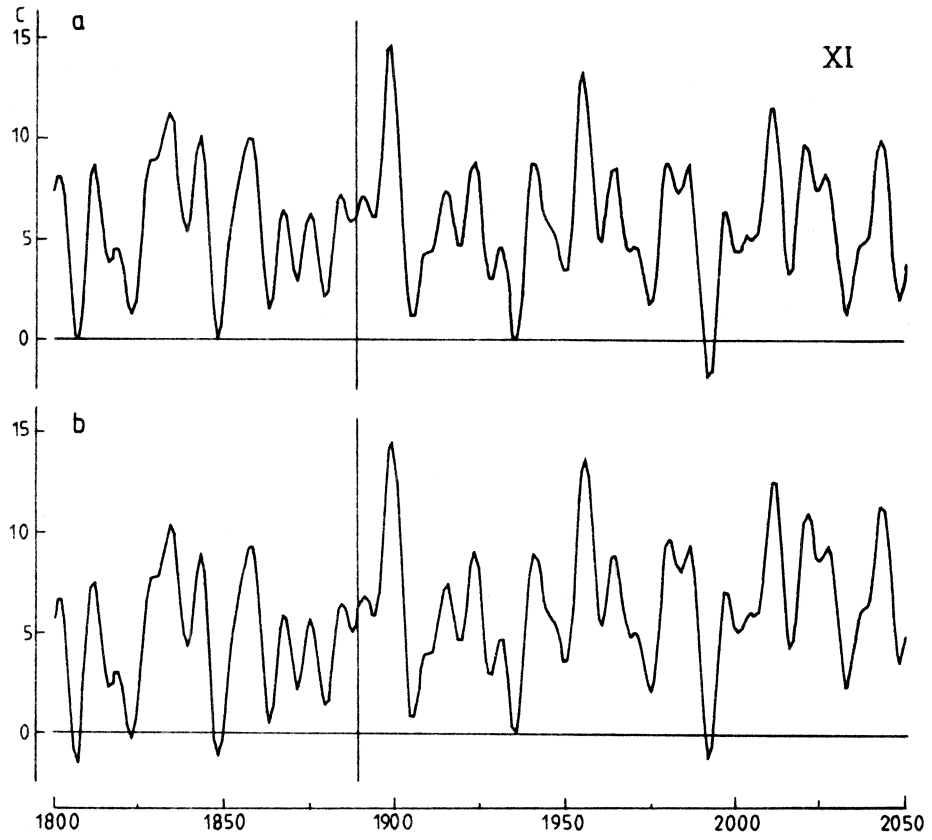


Ryc. 224. Trend wiekowy cyrkulacji południkowej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 9 i 9′ - wrzesień

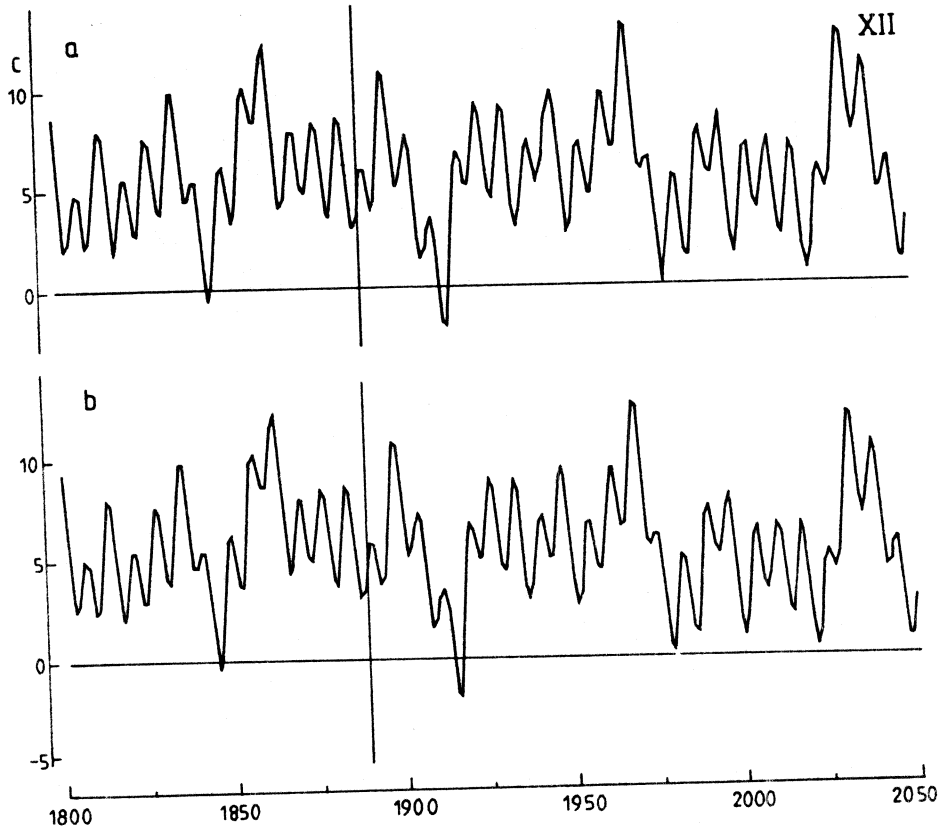
Century trend of the meridional circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 9, 9′/ - September



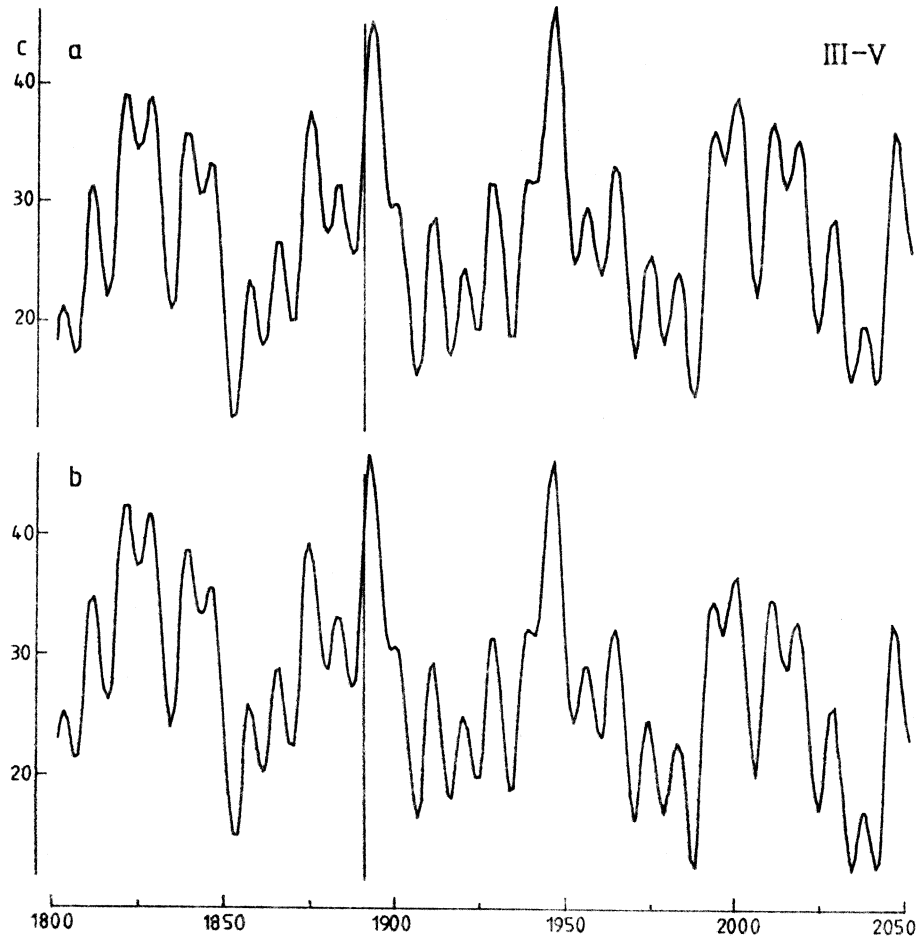
Ryc. 225. Trend wiekowy cyrkulacji południkowej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 10 i 10′/ - październik
Century trend of the meridional circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 10, 10′/ - October



Ryc. 226. Trend wiekowy cyrkulacji południkowej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 11 i 11′/ - listopad
Century trend of the meridional circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 11, 11′/ - November

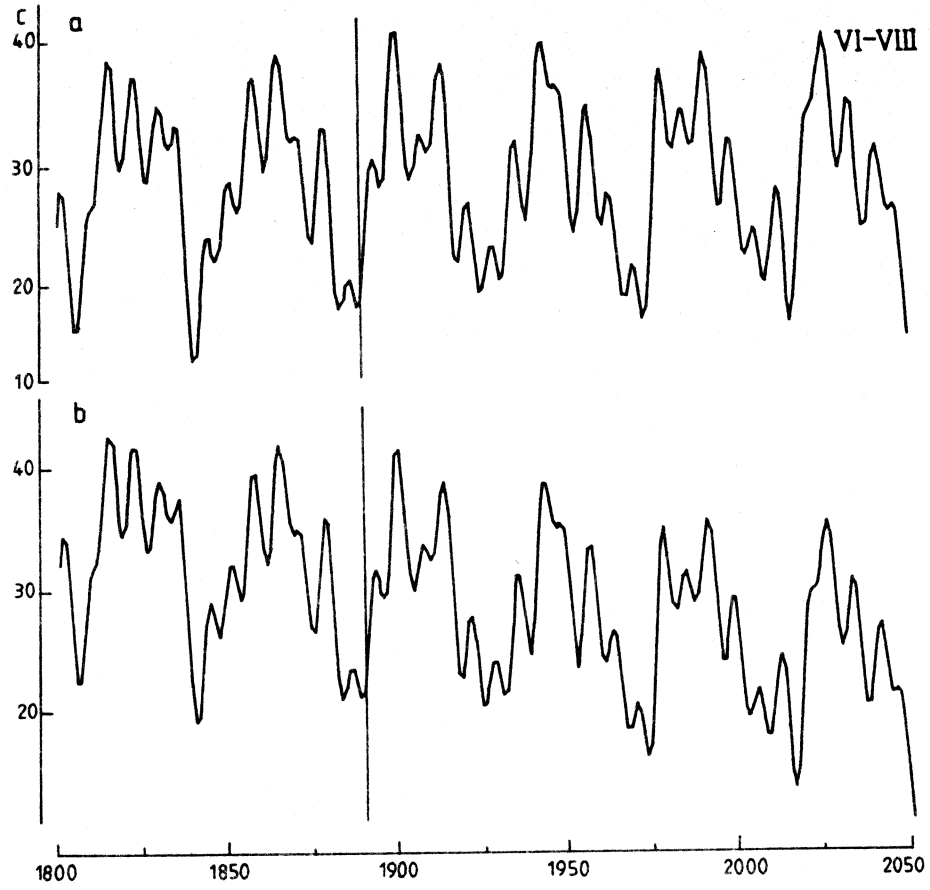


Ryc. 227. Trend wiekowy cyrkulacji południkowej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 12 i 12′/ - grudzień
Century trend of the meridional circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 12, 12′/ - December



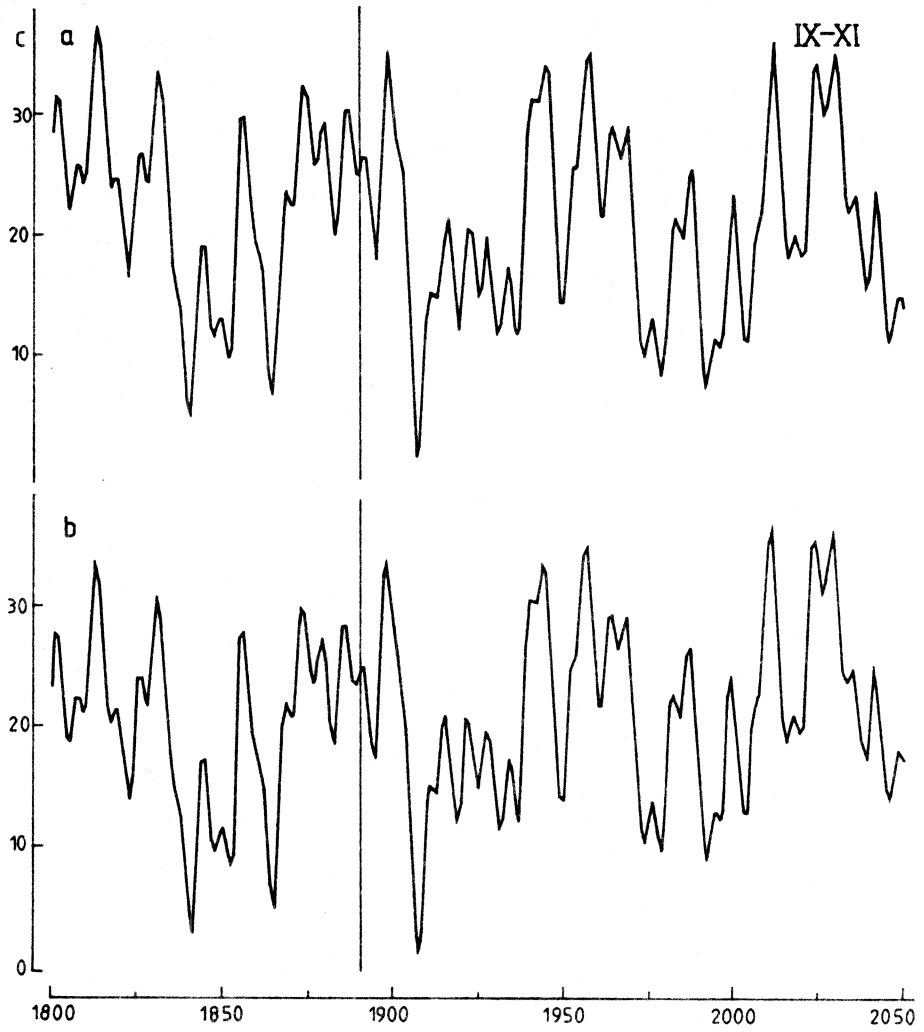
Ryc. 228. Trend wiekowy cyrkulacji południkowej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 13 i 13'/ - wiosna

Century trend of the meridional circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 13, 13'/ - spring



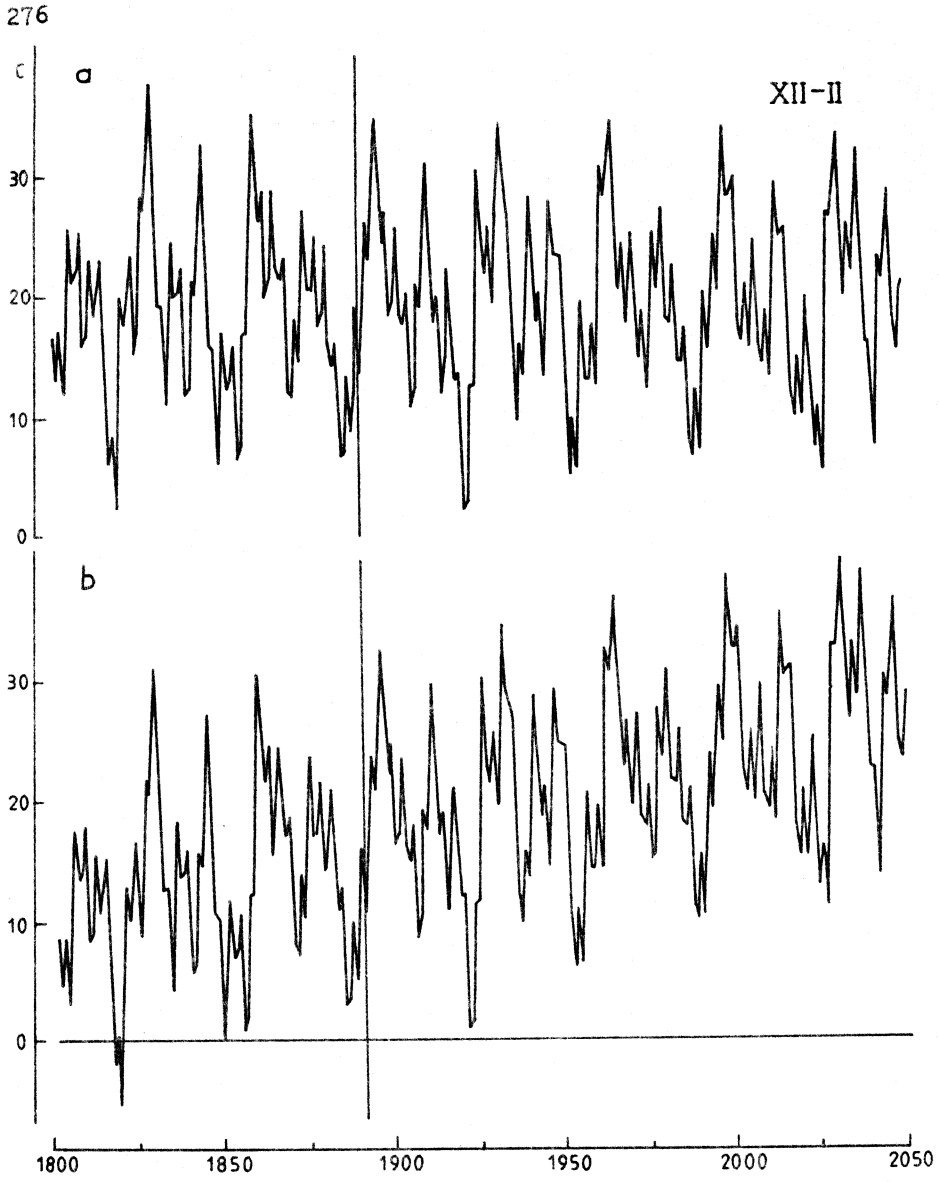
Ryc. 229. Trend wiekowy cyrkulacji południkowej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 14 i 14´/ - lato

Century trend of the meridional circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 14, 14´/ - summer



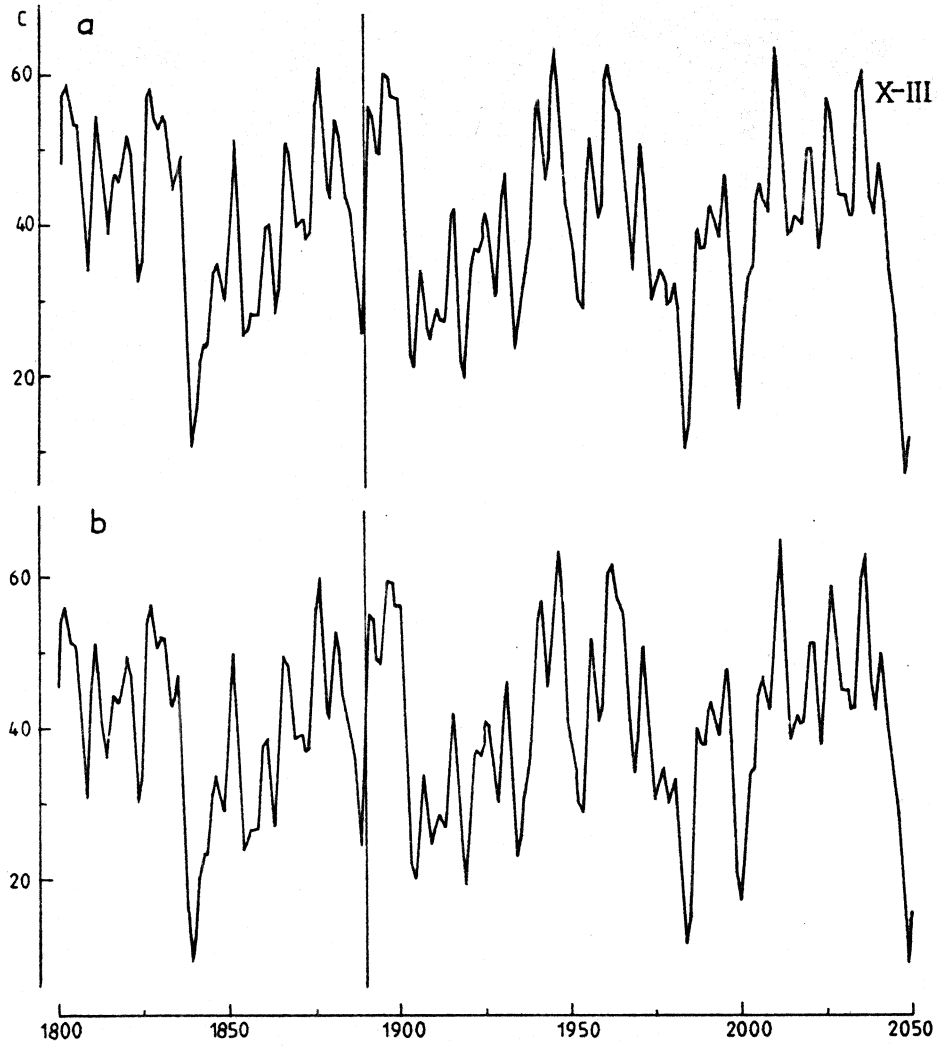
Ryc. 230. Trend wiekowy cyrkulacji południkowej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 15 i 15′/ - jesień

Century trend of the meridional circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 15, 15′/ - autumn



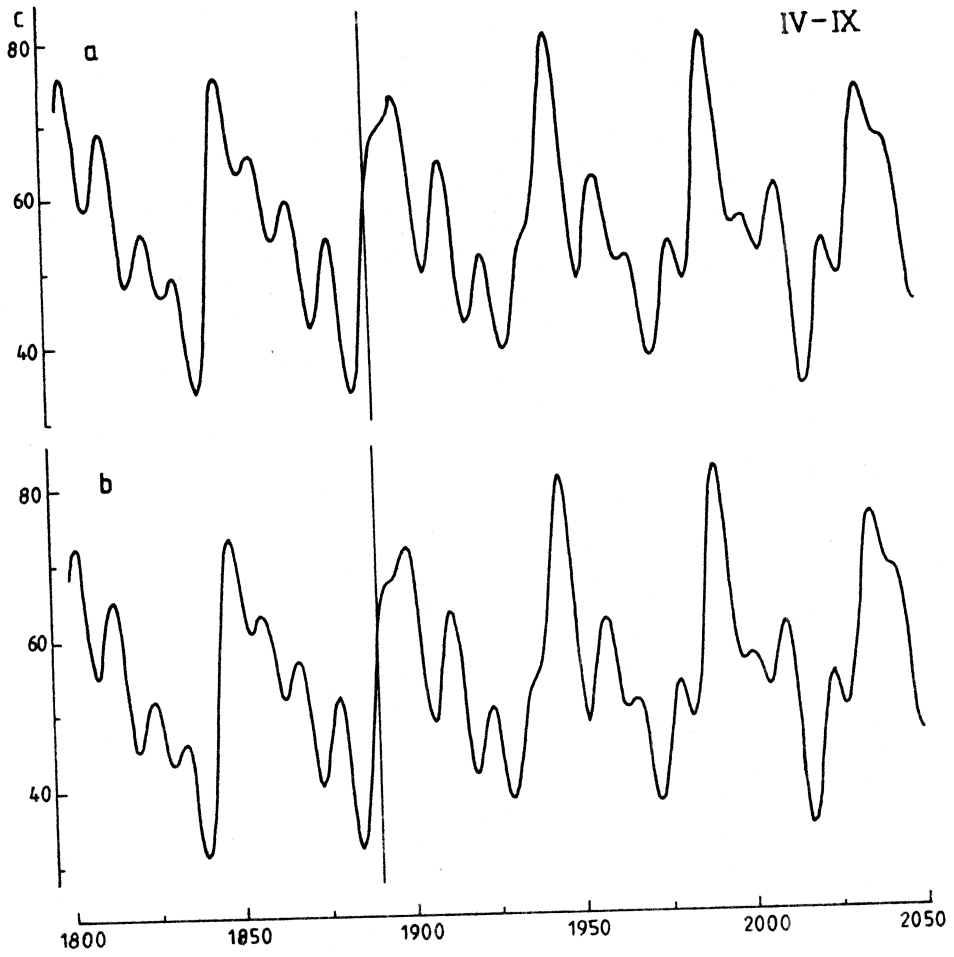
Ryc. 231. Trend wiekowy cyrkulacji południkowej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 16 i 16′/ - zima

Century trend of the meridional circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 16, 16′/ - winter



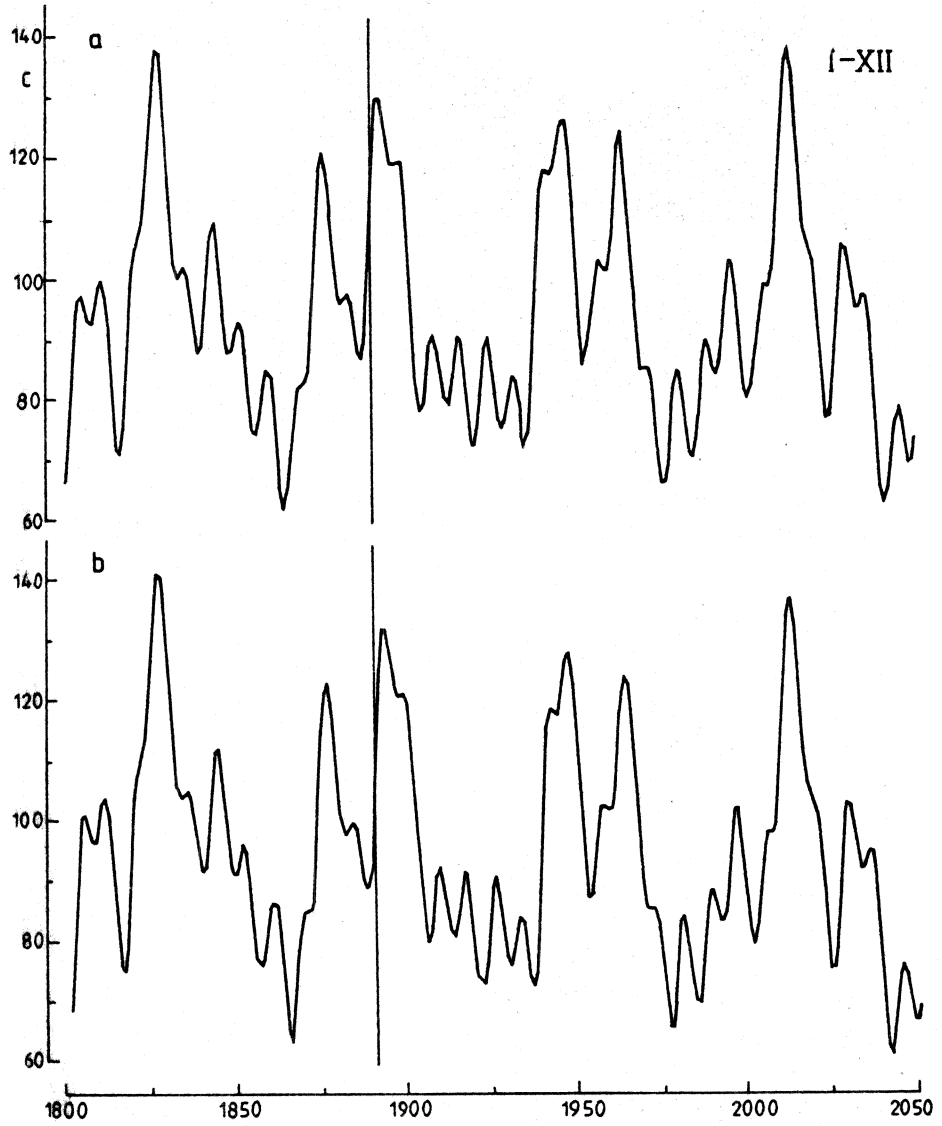
Ryc. 232. Trend wiekowy cyrkulacji południkowej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 17 i 17′/ - półrocze chłodne

Century trend of the meridional circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 17, 17′/ - cold period



Ryc. 233. Trend wiekowy cyrkulacji południkowej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 18 i 18′/ - półrocze ciepłe

Century trend of the meridional circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 18, 18′/ - warm period



Ryc. 234. Trend wiekowy cyrkulacji południkowej w latach 1800 - 2050: a - wypadkowa rzeczywistych cykli, b - z uwzględnieniem tendencji stałej /wykresy funkcji 19 i 19′/ - rok

Century trend of the meridional circulation in the period 1800 - 2050: a - resultant of actual cycles, b - with stable tendency accounted for /graphs of functions 19, 19′/ - year

V. TREND WIEKOWY TEMPERATURY POWIETRZA W POLSCE

Jednym z głównych problemów klimatologii są zmiany wiekowe klimatu i ich przyczyny. Po wykryciu 11-letniego cyklu aktywności Słońca i przyrostów rocznych słoi drzew starano się wykazać, iż temperatura powietrza ulega także 11-letniej periodyczności.

W badaniach periodyczności temperatury powietrza stosuje się coraz rzadziej analizę harmoniczną /szereg Fouriera/ ze względu na niezgodność fikcyjnych okresów z wynikami pomiarów /rozdz. II/. Jest ona stosowana nadal do opisu rocznych /Ewert, 1984/ i dobowych zmian temperatury.

Wiekowe zmiany są zwykle określane za pomocą średnich konsekutywnych 5-, 10-, 25-letnich i zależności liniowej od czasu /Budyko, 1971, Trepińska 1973/.

Najczęściej stosowaną ostatnio metodą jest analiza spektralna - metoda autokorelacji. Według np. Ch.D. Schönwiesse'a /Kożuchowski, 1990/ temperatura w środkowej Anglii w latach 1659 - 1980 ulegała okresowym zmianom $\approx$ 200, 25, 14, 5, 3,4, 3,1 i 2,15 lat. Landsberg /1980/ uważa, że tylko cykl 99 lat i dwuletni średniej temperatury powietrza na półkuli północnej są istotne statystycznie-wyjaśniają one znaczą część jej wariancji.

Trzeba zauważyć, że metoda autokorelacyjna umożliwia wykrywanie jedynie okresów krótkich - do kilkunastu lat."Uprzywilejowane" statystycznie są cykle najkrótsze, które są wyznaczane na podstawie największej liczby n-k pomiarów /n - długość ciągu chronologicznego, k - okres/. Spadek współczynników autokorelacji przy małych częstościach $\frac{2\pi}{k}$ zmian może wynikać z niedoskonałości samej metody, a nie z braku długich okresów. Po prostu kolejne współczynniki korelacji między ciągiem pierwot-

nym /o liczebności n/ i ciągami otrzymanymi z translacji czasu o k jednostek są obliczane na podstawie coraz to mniejszej n-k liczby danych empirycznych.

Analiza oscylacji - wyznaczenie widma oscylacji i rzeczywistych okresów metodą kolejnych sinusoid regresji są nowym, doskonalszym narzędziem badań periodycznych zmian klimatu.

Znajomość widma oscylacji - rzeczywistych okresów /optymalnych w sensie metody najmniejszych kwadratów/ - umożliwia rekonstrukcję i prognozę klimatu /Boryczka, 1984a, 1984b, Stopa-Boryczka, Boryczka, 1984, 1989/. W pracach tych po raz pierwszy oddzielono składniki naturalnych i antropogenicznych zmian klimatu. Do funkcji trendu czasowego wprowadzono początkowo składnik paraboliczny $\Delta T = a_1 t + a_2 t^2$, a następnie liniowy $\Delta T = at$ - jako miary antropogenicznych zmian. Okazało się, że składnik liniowy trendu czasowego jest lepszą miarą antropogenicznych zmian niż paraboliczny, który może także częściowo aproksymować zmiany naturalne długookresowe o znanych okresach Θ_j.

Są to prognozy temperatury powietrza w XX wieku, które wynikają z samej periodyczności temperatury. Trendy czasowe są wypadkową rzeczywistych sinusoidalnych cykli - ich superpozycją. Prognozując, przyjmuje się tu ukryte założenie, że ekstrema tych cykli /maksima i minima/ będą się powtarzać w przyszłości. Można sądzić, iż krótkie cykle, które wystąpiły dotąd kilkanaście lub kilka razy, wystąpią także w przyszłości. Większość z nich jest synchroniczna z cyklami aktywności Słońca - bardzo regularnie występującymi. Cykl 89-letni temperatury powietrza, synchroniczny z cyklem 94-letnim plam słonecznych, będzie kształtował klimat Polski również w stuleciu XXI. Można oczekiwać także, że minimum wiekowe w cyklu najdłuższym, 217-letnim temperatury powietrza, które wystąpiło na początku XIX wieku, wystąpi powtórnie w XXI wieku. Z retrospekcji wiadomo, że na początku XVII wieku obserwowano zupełny zanik plam słonecznych - maunder minimum /Landsberg, 1980/ i znaczne ochłodzenie klimatu.

Potwierdzeniem tego są także prognozy temperatury powietrza w XXI wieku otrzymane innymi metodami /Boryczka, 1990/. Ciąg chronologiczny temperatury powietrza rozwinięto w szereg Taylora względem czterech parametrów astronomicznych - parametrów

Układu Słonecznego. Trendem czasowym jest wielomian regresji 3 stopnia, $T = f(F,M,L,R)$, względem F - wypadkowej siły grawitacyjnego oddziaływania planet na Słońce, M - całkowitego momentu bezwładności 9 planet w odniesieniu do środka ich masy, L - odległości środka geometrycznego planet od ekliptyki, R - odległości środka masy 9 planet od Słońca. Wstawiając wartości tych parametrów F_i, M_i, L_i, R_i obliczone dla kolejnych lat 1980 - 2100 otrzymano krzywą wiekowych zmian temperatury powietrza w XXI wieku.

Obydwie krzywe wiekowych zmian temperatury powietrza otrzymane: z nakładania się rzeczywistych cykli i regresji wielomianowej względem parametrów Układu Słonecznego są podobne. W XXI wieku znajdują się one poniżej średniej temperatury z dwóch ostatnich stuleci /poniżej linii $T = \bar{T}$/.

Analogiczne są też krzywe wiekowych zmian aktywności Słońca - otrzymana z nakładania się cykli plam słonecznych i wykres wielomianu $W = f(F,M,L,R)$.

Innym zastosowaniem widma oscylacji temperatury powietrza jest identyfikacja przyczyn zmian klimatu. Interesujące jest, że widma oscylacji temperatury powietrza, aktywności Słońca i parametrów Układu Słonecznego (F,M) są bardzo podobne /Boryczka, 1990b/. Implikuje to tezę, iż planety oddziałując grawitacyjnie na Słońce zmieniają jego aktywność i pośrednio wpływają na klimat Ziemi.

Astronomicznym przyczynom teraźniejszych zmian klimatu poświęcone będzie więcej miejsca w VIII części Atlasu.

Celem VII części Atlasu jest wykorzystanie widm oscylacji do rekonstrukcji i prognoz klimatu. Niektóre problemy rozwiązano w ramach prac magisterskich specjalizacji klimatologii /Dąbrowska, 1986, Tomasik, 1990, Klechta, 1990/.

1. Widma oscylacji temperatury powietrza

Na podstawie ciągów chronologicznych miesięcznych wartości temperatury powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979 /ryc. 235-253/ wyznaczono widma oscylacji - ciągi amplitud $b_1, \ldots, b_N$ sinusoid regresji.

$$T = a_j + b_j \sin\left(\frac{2\pi}{\vartheta_j} t + c_j\right)$$

przy zadanych okresach $\vartheta_j = 1, \ldots, 250$ lat.

Pod każdym empirycznym widmem oscylacji $b(\vartheta)$ umieszczono oscylogram korelacji / ryc. 254-272 / - ciąg współczynników korelacji wielokrotnej $R_1, \ldots, R_{250}$.

Okresy rzeczywiste temperatury powietrza ϑ / maksima lokalne widma oscylacji/, amplitudy b i przesunięcia fazowe c zestawiono w tabl. 84-101.

Okresy rzeczywiste temperatury powietrza w Warszawie w poszczególnych miesiącach zawierają się w przedziałach:
4-8, 9-14, 15-18, 20-24, 27-35, 38-44, 47-66, 73-101, 147-207 lat.

Temperatura powietrza w obu półroczach: chłodnym / X-III / i ciepłym / IV-IX / ulega podobnej periodyczności:

X-III	ϑ	4	13	18	22	67	98	205 lat
	b	0,25	0,30	0,26	0,22	0,30	0,18	0,86°C
IV-IX	ϑ	4	14	18	23	54	83	172 lat
	b	0,13	0,14	0,18	0,18	0,23	0,29	0,29°C
I-XII	ϑ	4	13	17	60	89	194 lat	
	b	0,16	0,20	0,13	0,13	0,20	0,56 °C	

Według oscylogramu korelacji / maksima lokalne współczynnika korelacji wielokrotnej / najdłuższy cykl średniej rocznej temperatury jest równy 217 lat / tabl. 101b /.

Cykle rocznych wartości: temperatury powietrza - 60 lat, aktywności Słońca - 59 lat i cyrkulacji południkowej - 61 lat są synchroniczne:

	t=0
$T = 7{,}45 + 0{,}133 \sin\left(\frac{2\pi}{60} t + 1{,}363\right)$	1778
$W = 50{,}17 + 12{,}8 \sin\left(\frac{2\pi}{59} t - 1{,}901\right)$	1748
$C = 95{,}09 + 19{,}68 \sin\left(\frac{2\pi}{61} t + 1{,}525\right)$	1890

Maksima tych sinusoid regresji występują w tym samym czasie:

T_{max}	W_{max}	C_{max}
1780	1781	1768
1840	1840	1829
1900	1899	1890
1960	1958	1951
2020	2017	2012

Synchroniczne są także cykle średnich rocznych wartości: temperatury powietrza - 89 lat i aktywności Słońca - 91 lat.

$$T = 7{,}46 + 0{,}199 \sin\left(\frac{2\pi}{89} t + 2{,}474\right)$$

$$W = 48{,}09 + 18{,}84 \sin\left(\frac{2\pi}{91} t + 0{,}012\right)$$

Ich minima przypadają na lata:

T_{min}	W_{min}
1632	1634
1721	1725
1810	1816
1898	1907
1988	1998
2077	2089

Minimum średniej rocznej temperatury powietrza w cyklu 194 lat:

$$T = 7{,}457 + 0{,}557 \sin\left(\frac{2\pi}{194} t + 3{,}042\right)$$

występuje w latach: 1636, 1830, 2024 - znacznie różniących się od dat minimów wiekowych aktywności Słońca w cyklu 179 lat: 1693, 1872, 2051.

Najdłuższymi cyklami temperatury powietrza w Warszawie w poszczególnych miesiącach są:

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
ϑ	187	177	207	199	162	90	158	147	180	98	100	101	lat
b	1,40		1,05		0,60		0,38		0,24		0,30		
		0,75		0,62		0,53		0,22		0,40		0,36	°C

Minima tych cykli o dość dużych amplitudach 2b, od 0,44°C /sierpień/ do 2,8°C /styczeń/, przypadają na lata:

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1825	1829	1820	1832	1848	1816	1845	1867	1832	1799	1807	1797
2013	2005	2027	2031	2010	1996	2003	2014	2012	1995	2007	1999

Żeby ocenić istotność statystyczną amplitud (b) wyznaczonych cykli / okresów rzeczywistych / podano także w tabelach obliczone wartości charakterystyk Fishera-Snedecora (F). Wartości krytyczne tej charakterystyki o $n_1 = 2$ i $n_2 = 198$ stopniach swobody na poziomach istotności 1%, 5%, 10% wynoszą: $F_{tab} = 4{,}71$, $F_{tab} = 3{,}04$, $F_{tab} = 2{,}33$.

2. Naturalne i antropogeniczne zmiany temperatury powietrza

Znając rzeczywiste okresy ϑ_j wyznaczono trendy czasowe temperatury powietrza - funkcje aproksymujące:

$$T = f(t) = a_o + \sum_{j=1}^{k} b_j \sin\left(\frac{2\pi}{\vartheta_j} t + c_j\right) \quad \text{- wzory (1),... (19)}$$

Opisują one zmiany wiekowe temperatury powietrza w Warszawie /1779 - 1979/. Wyraz wolny a_o - linia odniesienia $T = a_o \approx \bar{T}$ /$\bar{T}$ - średnia temperatura w latach 1779 - 1979/ jest wypadkową naturalnych i antropogenicznych zmian temperatury. Gdy okresy ϑ i n są liczbami współmiernymi, to $a_o = \bar{T}$.

Obserwowane zmiany wiekowe temperatury powietrza $T(t)$ są wypadkową zmian naturalnych $T_o(t)$ i antropogenicznych $\Delta T(t)$. Tak więc zmierzone wartości temperatury (T) można traktować jako sumę składników naturalnego (T_o) i antropogenicznego(ΔT): $T = T_o + \Delta T$.

Istnieje możliwość wyodrębnienia składników T_o i ΔT, bowiem składnik naturalny T_o jest wynikiem nakładania się sinusoidalnych naturalnych cykli (ϑ_j), a składnik antropogeniczny cechuje się stałą tendencją zmian $\frac{\partial \Delta T}{\partial t} = a = \text{const}$.

Jeżeli do funkcji $y = f(t)$, aproksymującej okresowe /naturalne/ zmiany wynikające z nakładania się rzeczywistych cykli (ϑ_j) dodamy składnik liniowy $\Delta T = at$, to model trendu czasowego $F(t)$ rozdzielimy na dwa składniki:

$$T = F(t) = a_o + \underbrace{a \cdot t}_{\substack{\text{zmiany} \\ \text{antropo-} \\ \text{geniczne}}} + \underbrace{\sum_{j=1}^{k} b_j \sin\left(\frac{2\pi}{\vartheta_j} t + c_j\right)}_{\text{zmiany naturalne}}$$

Trendy czasowe temperatury powietrza $T = F(t)$ - z wydzielonym składnikiem antropogenicznym $\Delta T = at$ - to równania (1'), ... , (19').

Antropogeniczne przyrosty temperatury $\Delta T = at$ ulegają rocznym zmianom. Oto wartości współczynnika liniowego a w poszczególnych miesiącach:

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
a	0,59	0,21	0,07	0,01	0,08	1,16						
	0,01	0,21	0,03	-0,26	0,20	1,48°C/100 lat						

Antropogeniczne przyrosty temperatury $\Delta T = at$ w odniesieniu do roku 1778 /t=0, ΔT=0/ mają wartości:

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1900	0,72		0,26		0,01		0,01		0,10		1,42	
		0,01		0,26		0,04		-0,32		0,24		1,81
2000	1,31		0,47		0,16		0,02		0,18		2,57	
		0,02		0,47		0,07		-0,58		0,44		3,28
2100	2,91		0,08		0,23		0,03		0,26		3,74	
		0,03		0,68		0,10		-0,84		0,64		4,76 °C

Składniki liniowe $a_0 + at$ trendu temperatury powietrza w półroczach chłodnym /X-III/ i ciepłym /IV-IX/ oraz w roku /I-XII/ wynoszą:

X-III $T = -0,1385 + 0,00483\ t + \ldots$

IV-IX $T = 14,52 + 0,00041\ t + \ldots$

I-XII $T = 7,263 + 0,00189\ t + \ldots$

Antropogeniczne przyrosty temperatury powietrza w miesiącach półrocza chłodnego są dodatnie /$a > 0$, dominacja efektu cieplarnianego wynikającego ze wzrostu zawartości CO_2 w atmosferze/, a w miesiącach półrocza ciepłego - bardzo małe lub ujemne /$a < 0$, dominacja absorpcji promieniowania słonecznego przez pyły naturalne lub przemysłowe pochodzące z emisji wtórnej/. Antropogeniczne przyrosty temperatury /ΔT/ są największe w grudniu: $a = 1,48^{\circ}C/100$ lat, a spadki w sierpniu: $a = -0,26^{\circ}C/100$ lat. Średnie wartości stałej tendencji zmian wynoszą: półrocze chłodne: $a = 0,48^{\circ}C/100$ lat, półrocze ciepłe: $a = 0,04^{\circ}C/100$ lat, rok: $a = 0,19^{\circ}C/100$ lat.

Przyrosty ΔT średniej rocznej temperatury powietrza nie są zbyt duże:

ΔT	1900	2000	2100
	0,23	0,42	0,61°C

W latach 2000, 21000 wyniosą one odpowiednio 0,4, 0,6°C. Tendencja rosnąca temperatury może też wynikać ze wzrostu akumulacji ciepła w dzień przez zabudowę - z rozbudowy miasta.

Te małe wartości przyrostów antropogenicznych ΔT temperatury powietrza w niektórych miesiącach wynikają prawdopodobnie z przeciwnego oddziaływania na pole temperatury powietrza pyłów - absorbujących promieniowanie słoneczne i dwutlenku węgla - wywołującego efekt cieplarniany atmosfery.

Składnik liniowy $\Delta T = at$ może także aproksymować odcinek sinusoidy o bardzo długim nieznanym okresie.

Trendy czasowe temperatury powietrza w Warszawie $T = f(t)$ - wzory (1) , ... , (19) i $T = F(t)$ - wzory (1'), ... , (19') cechują się na ogół dużą dokładnością /tabl. 102/. Wartości krytyczne testu Fishera-Snedecora F_{tab} odczytane z tablic rozkładu F /Zieliński, 1972/, przy $n_1 = 2k$ i $n_2 = n-2k-1$ stopniach swobody /k - liczba rzeczywistych cykli/ na poziomach istotności 0,01, 0,05, 0,10 zestawiono niżej:

k	0,01	0,05	0,10
6	2,27	1,80	1,58
7	2,17	1,74	1,52
8	2,09	1,69	1,51
9	2,02	1,66	1,48

Współczynniki korelacji wielokrotnej R są istotne statystycznie na poziomach istotności 10%, 5%, 1% z wyjątkiem jednego miesiąca - lipca /F = 1,44, F = 1,32/.

W przypadku trendów $T = F(t)$ ze składnikiem liniowym at liczba stopni swobody wynosi $n_1 = 2k+1$, $n_2 = n-2k-2$.

3. Prognoza temperatury powietrza w stuleciu XXI

Istotne znaczenie ma ekstrapolacja funkcji trendów $T = f(t)$ i $T = F(t)$, tj. rekonstrukcja ($t \leqslant 0$) i prognoza ($t > n$) temperatury powietrza. Wykresy funkcji trendów (1), ... , (19) i (1'), ..., (19') w przedziale czasu $-77 \leqslant t \leqslant 322$, tzn. w latach 1701 - 2100 składają się z trzech części: rekonstrukcji 1701 - 1778, aproksymacji 1779 - 1979, prognozy 1980 - 2100 /ryc. 273-291/. Wykresy te przecinają linie proste $T = \bar{T}$ /$\bar{T}$ - średnia temperatura w ostatnich dwóch stuleciach/ i $\Delta T = a_o + at$ /wykres dolny/.

Ekstrema absolutne /minimum T_{min} i maksimum T_{max}/ temperatury powietrza w Warszawie w stuleciach XVIII-XXI /wg trendów $T = F(t)$ / występują w czasie:

	T_{min}	Data	T_{max}	Data
styczeń	-7,5	1801	-0,9	1916
lipiec	17,7	1822	19,6	1944
rok	6,5	1823	8,5	1949

Minimum absolutne średniej rocznej temperatury powietrza $T_{min} = 6,5^{o}C$ występuje w roku 1823 - podczas minimum absolutnego aktywności Słońca /1811 - 1823 - najsłabszy cykl 11-letni/. Maksimum zaś absolutne temperatury $T_{max} = 8,5^{o}C$ nieco wyprzedza datę maksimum absolutnego aktywności Słońca /1957/.

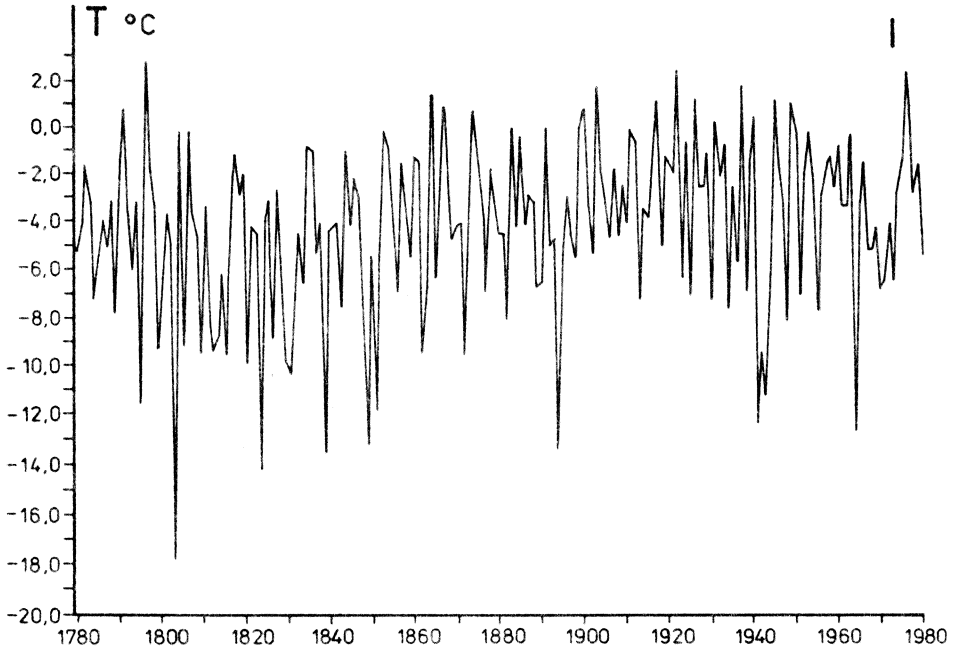
Analogiczne ekstrema wiekowe temperatury powtórzyły się, ewentualnie wystąpią w latach:

	T_{min}	Data	T_{max}	Data
styczeń	-6,8	2011	-1,2	2044
lipiec	17,6	1977	19,5	2085
rok	6,8	2008	8,3	2093

Można oczekiwać, iż na początku przyszłego stulecia - w roku 2011 wystąpią duże spadki temperatury powietrza w styczniu. W lutym - jeszcze pod koniec bieżącej dekady, prawdopodobnie wystąpią niskie wartości temperatury powietrza.

Trzeba zauważyć, że wykres funkcji trendu średniej rocznej temperatury powietrza /wg wzoru 19, ryc. 291a/ znajduje się w stuleciu XXI poniżej linii $T = \bar{T} = 7,46^{o}C$, tj. średniej arytmetycznej z dwóch minionych stuleci.

Trendy czasowe $T = f(t)$ i $T = F(t)$ - to modele tendencji wiekowej zmian, uwzględniające periodyczność temperatury powyżej 3 lat. W części VIII Atlasu będą przedstawione prognozy szczegółowe /wraz z kalendarzem/ temperatury powietrza w przyszłym stuleciu wynikające z nakładania się cykli bardzo krótkich /kilkumiesięcznych/ i długich - wiekowych.



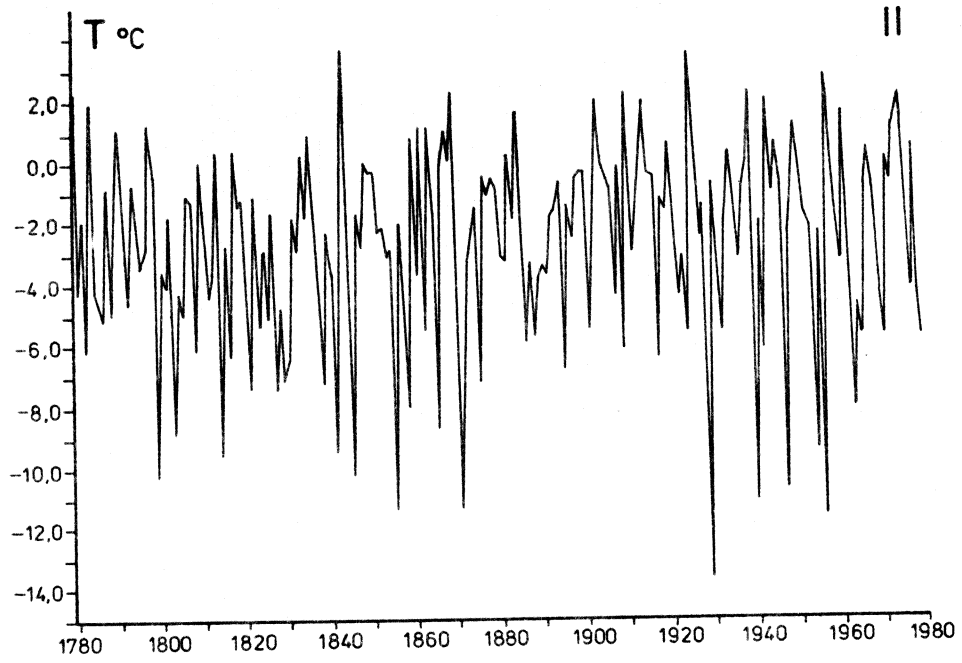
Ryc. 235. Temperatura powietrza w Warszawie w latach 1779 - - 1979 - styczeń

Air temperature in Warsaw in the period 1779 - 1979 - January

Styczeń

$$T = -4{,}025 + 0{,}6600\sin\left(\frac{2\pi}{7}t + 2{,}873\right) + 0{,}7763\sin\left(\frac{2\pi}{10}t + 2{,}829\right) + 0{,}7609\sin\left(\frac{2\pi}{23}t - 2{,}154\right) + 0{,}5089\sin\left(\frac{2\pi}{44}t + 0{,}9392\right) + 0{,}5351\sin\left(\frac{2\pi}{64}t + 0{,}4523\right) + 1{,}408\sin\left(\frac{2\pi}{187}t - 3{,}120\right) \quad (1)$$

$$T = -4{,}622 + 0{,}00591\,t + 0{,}6522\sin\left(\frac{2\pi}{7}t + 2{,}862\right) + 0{,}7579\sin\left(\frac{2\pi}{10}t + 2{,}837\right) + 0{,}7247\sin\left(\frac{2\pi}{23}t - 2{,}138\right) + 0{,}5625\sin\left(\frac{2\pi}{44}t + 0{,}9734\right) + 0{,}6176\sin\left(\frac{2\pi}{64}t + 0{,}2858\right) + 1{,}079\sin\left(\frac{2\pi}{187}t - 3{,}033\right) \quad (1').$$

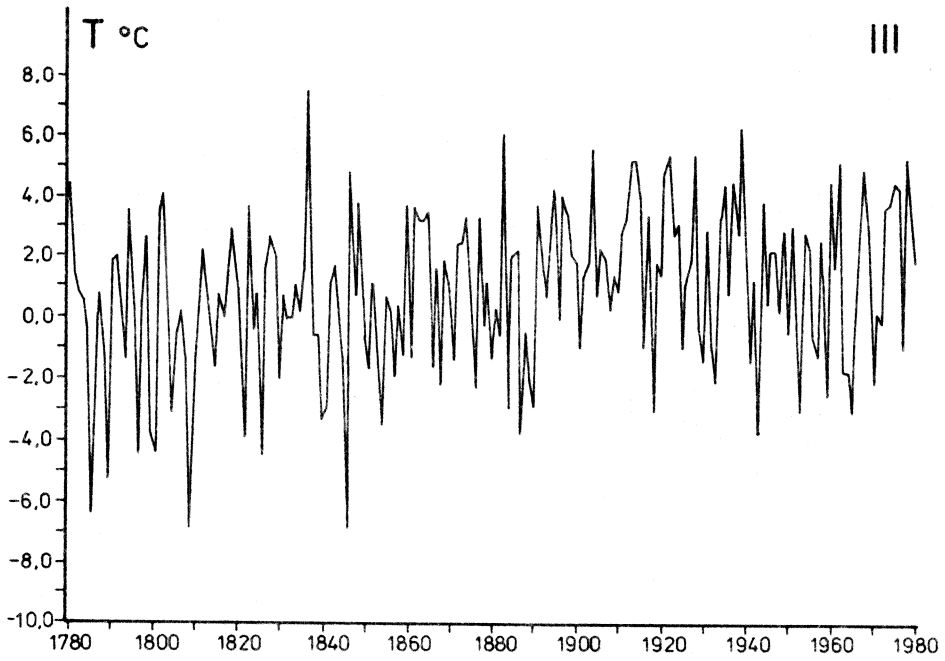


Ryc. 236. Temperatura powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979 - luty
Air temperature in Warsaw in the period 1779 - 1979 - February

Luty

$$T = -2{,}694 + 0{,}8081\sin\left(\frac{2\pi}{6}t - 3{,}136\right) + 0{,}7780\sin\left(\frac{2\pi}{14}t + 1{,}020\right) + 0{,}6920\sin\left(\frac{2\pi}{18}t + 2{,}530\right) + 0{,}4391\sin\left(\frac{2\pi}{32}t + 0{,}9927\right) + 0{,}3518\sin\left(\frac{2\pi}{64}t + 1{,}334\right) + 0{,}7811\sin\left(\frac{2\pi}{177}t + 2{,}959\right) \quad (2)$$

$$T = -2{,}701 + 0{,}00007\,t + 0{,}8081\sin\left(\frac{2\pi}{6}t - 3{,}136\right) + 0{,}7779\sin\left(\frac{2\pi}{14}t + 1{,}020\right) + 0{,}6916\sin\left(\frac{2\pi}{18}t + 2{,}531\right) + 0{,}4389\sin\left(\frac{2\pi}{32}t + 0{,}9915\right) + 0{,}3514\sin\left(\frac{2}{64}t + 1{,}330\right) + 0{,}7775\sin\left(\frac{2\pi}{177}t + 2{,}961\right) \quad (2')$$

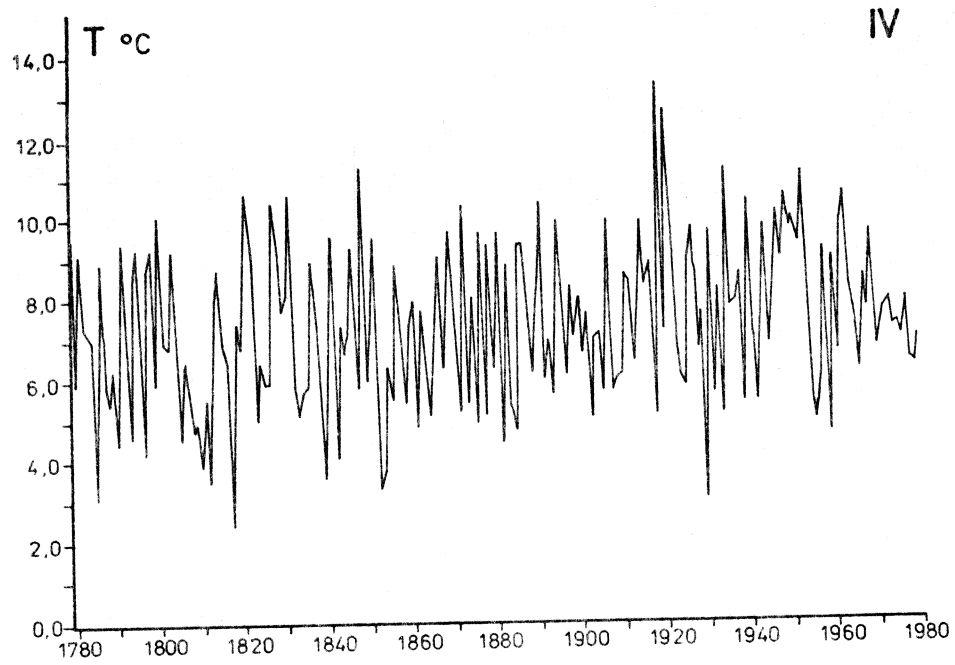


Ryc. 237. Temperatura powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979 - marzec
Air temperature in Warsaw in the period 1779 - 1979 - March

Marzec

$$T = 0{,}9129 + 0{,}6438\sin\left(\frac{2\pi}{4}t + 1{,}092\right) + 0{,}6623\sin\left(\frac{2\pi}{11}t - 0{,}4802\right) + 0{,}5458\sin\left(\frac{2\pi}{20}t + 2{,}020\right) + 0{,}4622\sin\left(\frac{2\pi}{38}t - 0{,}2328\right) + 0{,}4103\sin\left(\frac{2\pi}{50}t + 2{,}659\right) + 0{,}4834\sin\left(\frac{2\pi}{73}t + 2{,}805\right) + 1{,}053\sin\left(\frac{2\pi}{207}t - 2{,}884\right) \quad (3)$$

$$T = 0{,}7051 + 0{,}00206t + 0{,}6423\sin\left(\frac{2\pi}{4}t + 1{,}091\right) + 0{,}6650\sin\left(\frac{2\pi}{11}t - 0{,}4834\right) + 0{,}5386\sin\left(\frac{2\pi}{20}t + 2{,}006\right) + 0{,}4651\sin\left(\frac{2\pi}{38}t - 0{,}2385\right) + 0{,}3900\sin\left(\frac{2\pi}{50}t + 2{,}640\right) + 0{,}4667\sin\left(\frac{2\pi}{73}t + 2{,}736\right) + 0{,}9196\sin\frac{2\pi}{207}t - 2{,}857\Big) \quad (3')$$



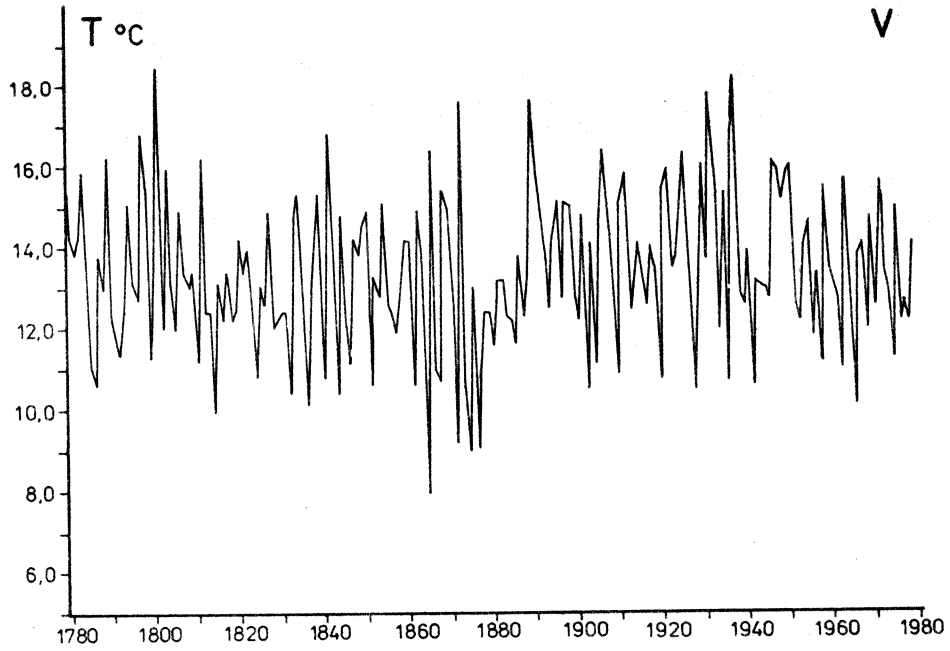
Ryc. 238. Temperatura powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979 - kwiecień

Air temperature in Warsaw in the period 1779 - 1979 - April

Kwiecień

$$T = 7{,}347 + 0{,}4493\sin\left(\frac{2\pi}{7}t + 0{,}4567\right) + 0{,}3771\sin\left(\frac{2\pi}{17}t + 0{,}8526\right) + 0{,}5720\sin\left(\frac{2\pi}{24}t + 2{,}424\right) + 0{,}4053\sin\left(\frac{2\pi}{30}t - 2{,}549\right) + 0{,}2584\sin\left(\frac{2\pi}{41}t - 0{,}4861\right) + 0{,}1955\sin\left(\frac{2\pi}{60}t + 2{,}487\right) + 0{,}2053\sin\left(\frac{2\pi}{94}t + 3{,}095\right) + 0{,}6005\sin\left(\frac{2\pi}{199}t + 2{,}895\right) \quad (4)$$

$$T = 7{,}137 + 0{,}00208\,t + 0{,}4527\sin\left(\frac{2\pi}{7}t + 0{,}4567\right) + 0{,}3870\sin\left(\frac{2\pi}{17}t + 0{,}8393\right) + 0{,}5720\sin\left(\frac{2\pi}{24}t + 2{,}424\right) + 0{,}3860\sin\left(\frac{2\pi}{33}t - 2{,}562\right) + 0{,}2867\sin\left(\frac{2\pi}{41}t - 0{,}4024\right) + 0{,}1833\sin\left(\frac{2\pi}{60}t + 2{,}524\right) + 0{,}1606\sin\left(\frac{2\pi}{94}t + 3{,}061\right) + 0{,}4750\sin\left(\frac{2\pi}{199}t + 2{,}843\right) \quad (4')$$

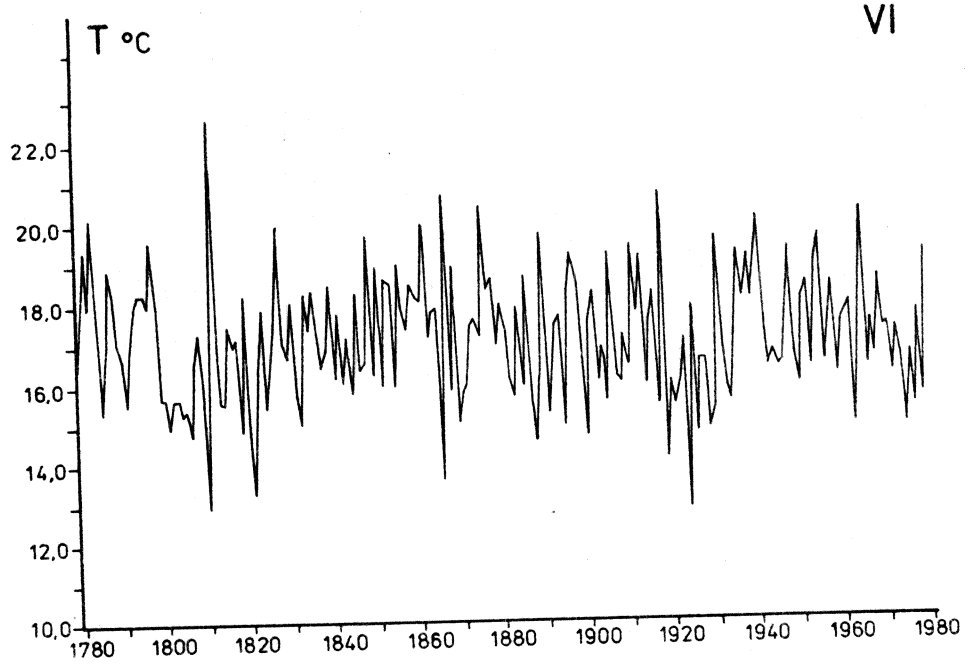


Ryc. 239. Temperatura powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979 - maj
Air temperature Warsaw in the period 1779 - 1979 - May

Maj

$$T = 13{,}35 + 0{,}4007\sin\left(\frac{2\pi}{10}t + 0{,}6257\right) + 0{,}3975\sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 0{,}4752\right) + 0{,}2755\sin\left(\frac{2\pi}{29}t + 2{,}092\right) + 0{,}4289\sin\left(\frac{2\pi}{47}t - 1{,}577\right) + 0{,}2648\sin\left(\frac{2\pi}{74}t + 2{,}494\right) + 0{,}6047\sin\left(\frac{2\pi}{162}t + 1{,}894\right) \quad (5)$$

$$T = 13{,}28 + 0{,}00074\,t + 0{,}4014\sin\left(\frac{2\pi}{10}t + 0{,}6200\right) + 0{,}3994\sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 0{,}4795\right) + 0{,}2722\sin\left(\frac{2\pi}{29}t + 2{,}064\right) + 0{,}4338\sin\left(\frac{2\pi}{47}t - 1{,}569\right) + 0{,}2641\sin\left(\frac{2\pi}{74}t + 2{,}436\right) + 0{,}5794\sin\left(\frac{2\pi}{162}t + 1{,}871\right) \quad (5')$$

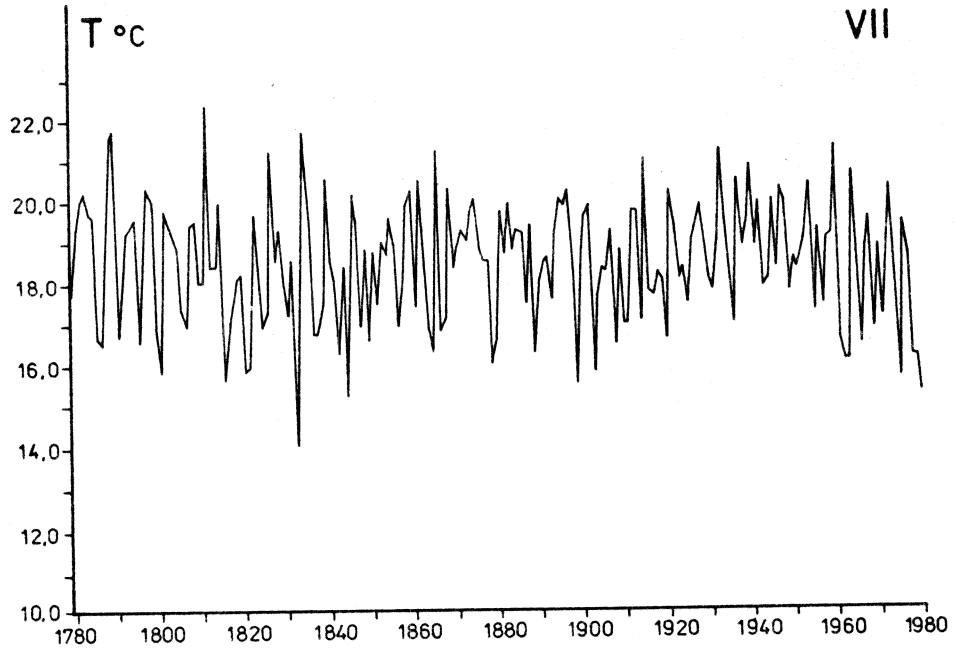


Ryc. 240. Temperatura powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979 - czerwiec
Air temperature in Warsaw in the period 1779 - 1979 - June

Czerwiec

$$T = 16{,}94 + 0{,}3953\sin\left(\frac{2\pi}{13}t - 1{,}328\right) + 0{,}3752\sin\left(\frac{2\pi}{21}t - 2{,}328\right) + 0{,}2062\sin\left(\frac{2\pi}{30}t - 0{,}6856\right) + 0{,}2794\sin\left(\frac{2\pi}{40}t + 0{,}5631\right) + 0{,}2301\sin\left(\frac{2\pi}{55}t + 0{,}3398\right) + 0{,}4667\sin\left(\frac{2\pi}{90}t + 2{,}109\right) \quad (6)$$

$$T = 16{,}91 + 0{,}00027\,t + 0{,}3952\sin\left(\frac{2\pi}{13}t - 1{,}328\right) + 0{,}3744\sin\left(\frac{2\pi}{21}t - 2{,}329\right) + 0{,}2063\sin\left(\frac{2\pi}{30}t - 0{,}6737\right) + 0{,}2823\sin\left(\frac{2\pi}{40}t + 0{,}5540\right) + 0{,}2322\sin\left(\frac{2\pi}{55}t + 0{,}3475\right) + 0{,}4603\sin\left(\frac{2\pi}{90}t + 2{,}105\right) \quad (6')$$

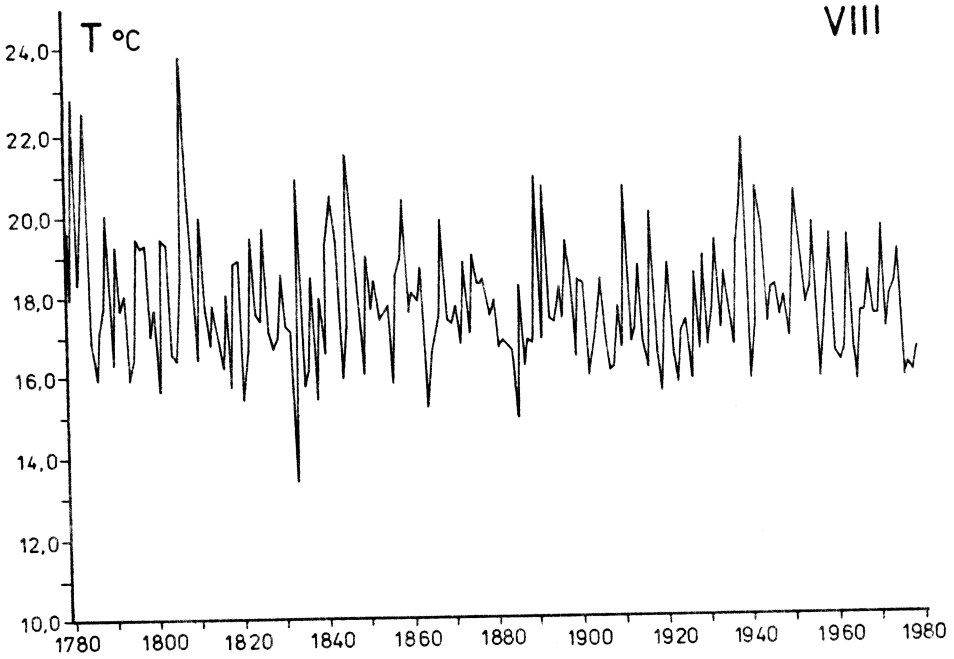


Ryc. 241. Temperatura powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979 - lipiec
Air temperature in Warsaw in the period 1779 - 1979 - July

Lipiec

$$T = 18{,}56 + 0{,}2148\sin\left(\frac{2\pi}{7}t - 3{,}046\right) + 0{,}0523\sin\left(\frac{2\pi}{15}t + 0{,}8547\right) + 0{,}1937\sin\left(\frac{2\pi}{23}t + 0{,}0029\right) + 0{,}0953\sin\left(\frac{2\pi}{52}t + 0{,}4714\right) + 0{,}3949\sin\left(\frac{2\pi}{75}t + 0{,}3358\right) + 0{,}2768\sin\left(\frac{2\pi}{158}t + 2{,}340\right) \quad (7)$$

$$T = 18{,}56 + 0{,}00006\,t + 0{,}2148\sin\left(\frac{2\pi}{7}t - 3{,}046\right) + 0{,}0523\sin\left(\frac{2\pi}{15}t + 0{,}8547\right) + 0{,}1940\sin\left(\frac{2\pi}{23}t + 0{,}0040\right) + 0{,}0962\sin\left(\frac{2\pi}{52}t + 0{,}4704\right) + 0{,}3957\sin\left(\frac{2\pi}{75}t + 0{,}3372\right) + 0{,}2749\sin\left(\frac{2\pi}{158}t + 2{,}341\right) \quad (7')$$



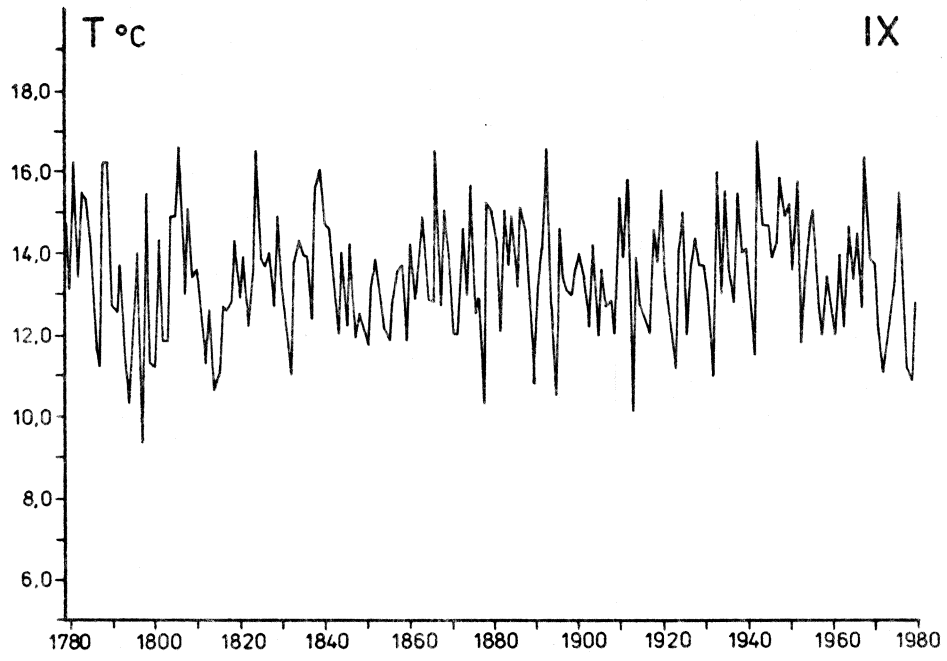
Ryc. 242. Temperatura powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979 - sierpień

Air temperature in Warsaw in the period 1779 - 1979 - August

Sierpień

$$T = 17{,}66 + 0{,}3880\sin\left(\frac{2\pi}{4}t + 0{,}5184\right) + 0{,}4338\sin\left(\frac{2\pi}{16}t + 1{,}182\right) + 0{,}3591\sin\left(\frac{2\pi}{22}t + 0{,}2260\right) + 0{,}3145\sin\left(\frac{2\pi}{32}t + 1{,}268\right) + 0{,}2756\sin\left(\frac{2\pi}{50}t - 0{,}7921\right) + 0{,}3315\sin\left(\frac{2\pi}{78}t + 0{,}8120\right) + 0{,}1641\sin\left(\frac{2\pi}{147}t + 0{,}4681\right) \quad (8)$$

$$T = 17{,}91 - 0{,}00256\,t + 0{,}3894\sin\left(\frac{2\pi}{4}t + 0{,}5248\right) + 0{,}4280\sin\left(\frac{2\pi}{16}t + 1{,}182\right) + 0{,}3464\sin\left(\frac{2\pi}{22}t + 0{,}2643\right) + 0{,}3241\sin\left(\frac{2\pi}{32}t + 1{,}305\right) + 0{,}2441\sin\left(\frac{2\pi}{50}t - 0{,}8971\right) + 0{,}3185\sin\left(\frac{2\pi}{78}t + 0{,}7911\right) + 0{,}1709\sin\left(\frac{2\pi}{147}t + 0{,}6895\right) \quad (8')$$



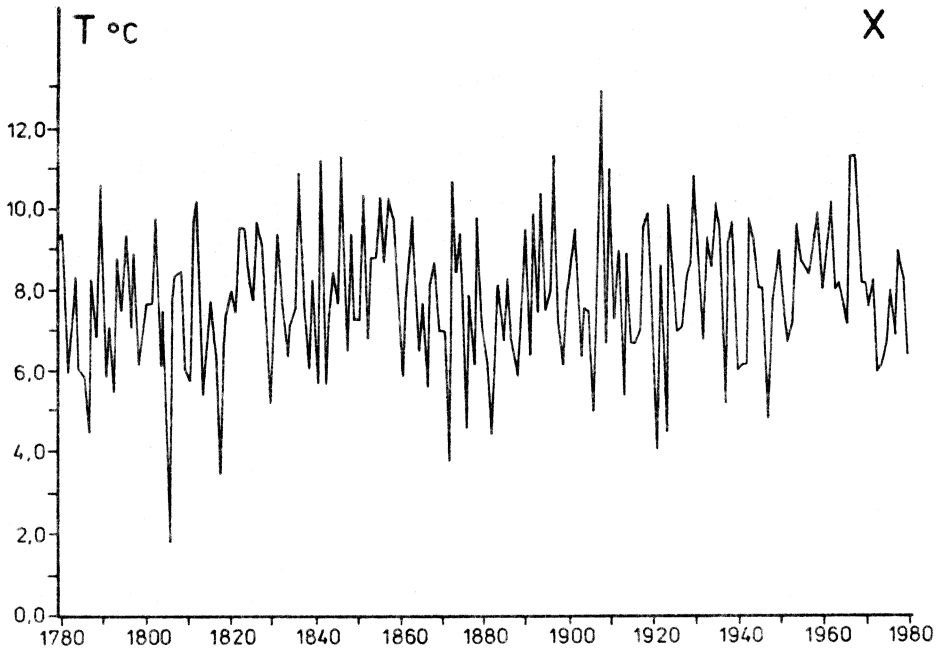
Ryc. 243. Temperatura powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979 - wrzesień

Air temperature in Warsaw in the period 1779 - 1979 - September

Wrzesień

$$T = 13{,}47 + 0{,}2701\sin\left(\frac{2\pi}{8}t - 1{,}562\right) + 0{,}3963\sin\left(\frac{2\pi}{20}t - 0{,}4401\right) + 0{,}3225\sin\left(\frac{2\pi}{27}t + 0{,}8466\right) + 0{,}1315\sin\left(\frac{2\pi}{42}t + 0{,}2007\right) + 0{,}3954\sin\left(\frac{2\pi}{56}t + 2{,}139\right) + 0{,}2194\sin\left(\frac{2\pi}{87}t + 2{,}104\right) + 0{,}1877\sin\left(\frac{2\pi}{180}t + 2{,}671\right) \quad (9)$$

$$T = 13{,}38 + 0{,}00084\,t + 0{,}2717\sin\left(\frac{2\pi}{8}t - 1{,}556\right) + 0{,}4021\sin\left(\frac{2\pi}{20}t - 0{,}4384\right) + 0{,}3224\sin\left(\frac{2\pi}{27}t + 0{,}8461\right) + 0{,}1420\sin\left(\frac{2\pi}{42}t + 0{,}2316\right) + 0{,}4005\sin\left(\frac{2\pi}{56}t + 2{,}123\right) + 0{,}2076\sin\left(\frac{2\pi}{87}t + 2{,}102\right) + 0{,}1428\sin\left(\frac{2\pi}{180}t + 2{,}644\right) \quad (9')$$



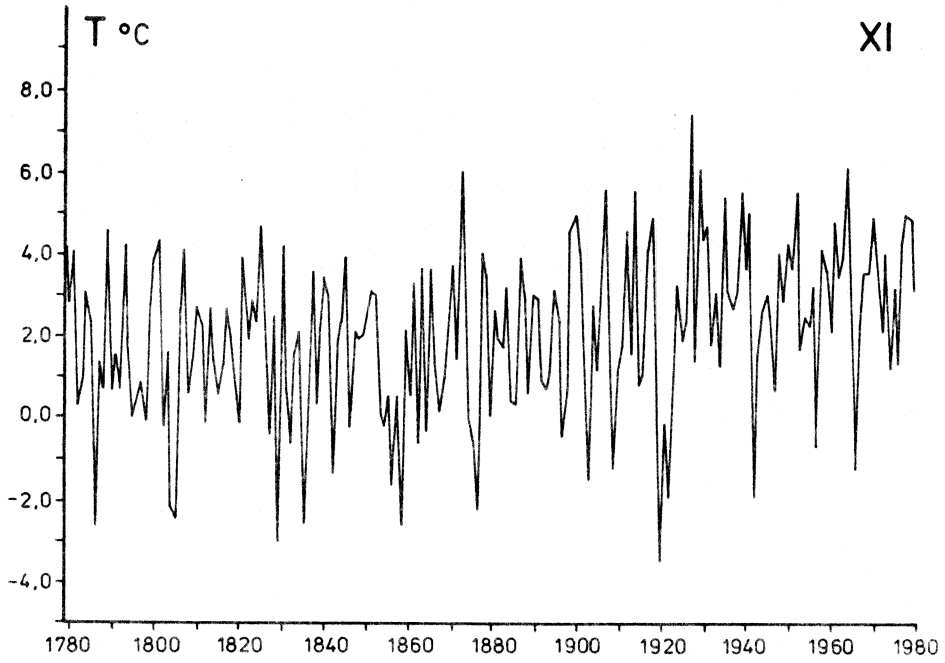
Ryc. 244. Temperatura powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979 - październik

Air temperature in Warsaw in the period 1779 - 1979 - October

Październik

$$T = 7{,}827 + 0{,}3994\sin\left(\frac{2\pi}{5}t + 2{,}117\right) + 0{,}3802\sin\left(\frac{2\pi}{12}t + 2{,}985\right) + 0{,}3091\sin\left(\frac{2\pi}{17}t + 2{,}832\right) + 0{,}3009\sin\left(\frac{2\pi}{27}t + 2{,}934\right) + 0{,}3243\sin\left(\frac{2\pi}{34}t - 1{,}142\right) + 0{,}2965\sin\left(\frac{2\pi}{60}t + 0{,}9297\right) + 0{,}3948\sin\left(\frac{2\pi}{98}t - 2{,}800\right) \quad (10)$$

$$T = 7{,}620 + 0{,}00205\,t + 0{,}3968\sin\left(\frac{2\pi}{5}t + 2{,}119\right) + 0{,}3752\sin\left(\frac{2\pi}{12}t + 2{,}974\right) + 0{,}3008\sin\left(\frac{2\pi}{17}t + 2{,}810\right) + 0{,}3016\sin\left(\frac{2\pi}{27}t + 2{,}926\right) + 0{,}3314\sin\left(\frac{2\pi}{34}t - 1{,}068\right) + 0{,}2915\sin\left(\frac{2\pi}{60}t + 0{,}8980\right) + 0{,}3422\sin\left(\frac{2\pi}{98}t - 2{,}707\right) \quad (10')$$



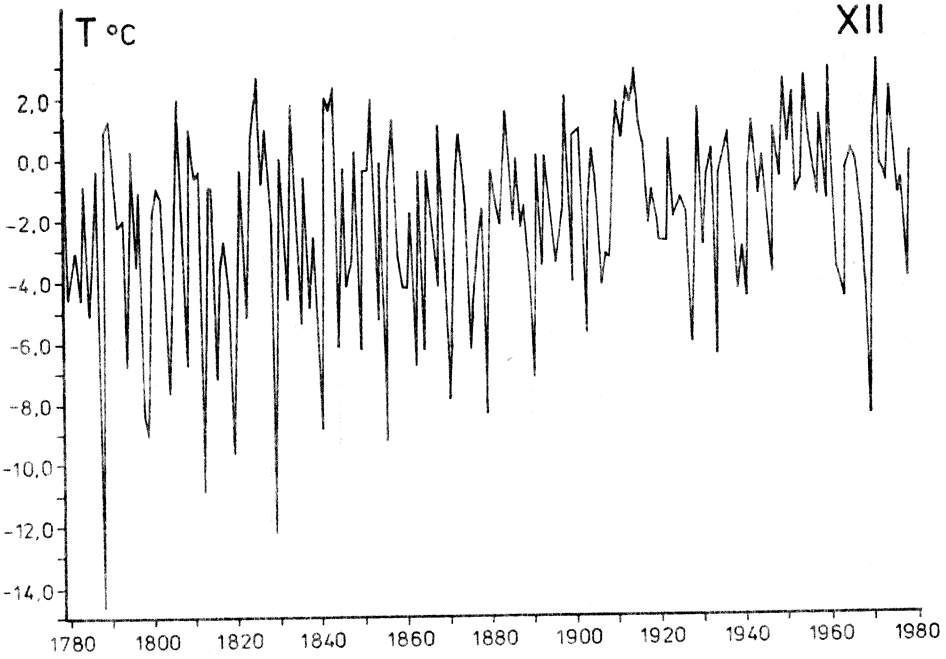
Ryc. 245. Temperatura powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979 - listopad

Air temperature in Warsaw in the period 1779 - 1979 - November

Listopad

$$T = 2{,}121 + 0{,}5180\sin\left(\frac{2\pi}{9}t - 0{,}3336\right) + 0{,}5077\sin\left(\frac{2\pi}{22}t + 1{,}667\right) + 0{,}3355\sin\left(\frac{2\pi}{31}t + 0{,}9539\right) + 0{,}2038\sin\left(\frac{2\pi}{39}t + 1{,}821\right) + 0{,}1314\sin\left(\frac{2\pi}{50}t + 1{,}748\right) + 0{,}2646\sin\left(\frac{2\pi}{66}t - 2{,}958\right) + 0{,}2727\sin\left(\frac{2\pi}{100}t + 3{,}071\right) \quad (11)$$

$$T = 0{,}9539 + 0{,}01155\,t + 0{,}5251\sin\left(\frac{2\pi}{9}t - 0{,}3572\right) + 0{,}4702\sin\left(\frac{2\pi}{22}t + 1{,}558\right) + 0{,}3827\sin\left(\frac{2\pi}{31}t + 1{,}030\right) + 0{,}1466\sin\left(\frac{2\pi}{39}t + 1{,}309\right) + 0{,}1927\sin\left(\frac{2\pi}{50}t + 0{,}5789\right) + 0{,}0969\sin\left(\frac{2\pi}{66}t - 1{,}847\right) + 0{,}0883\sin\left(\frac{2\pi}{100}t - 0{,}0245\right) \quad (11')$$

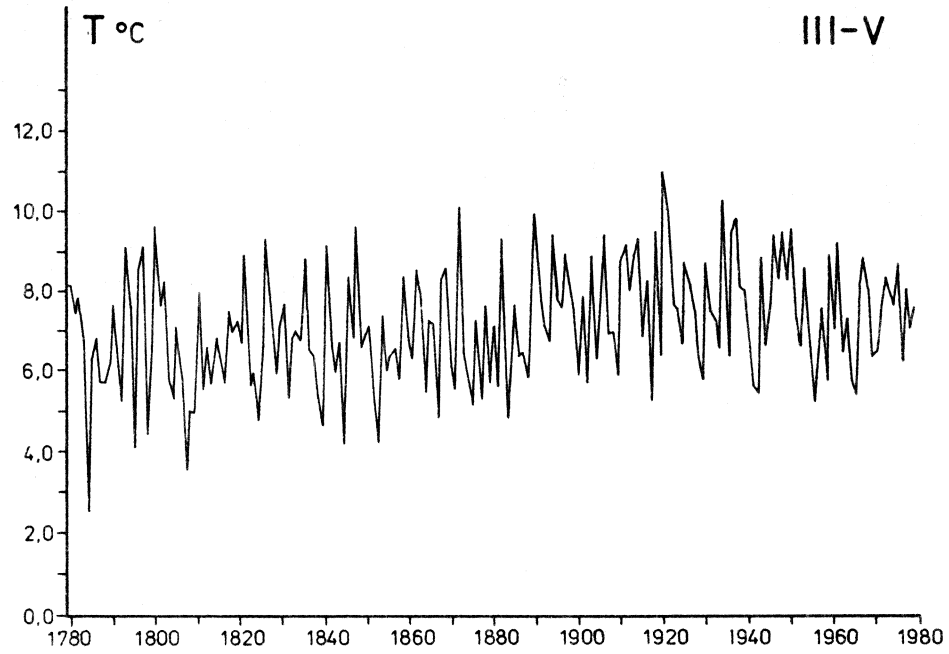


Ryc. 246. Temperatura powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979 - grudzień
Air temperature in Warsaw in the period 1779 - 1979 - December

Grudzień

$$T = -2{,}015 + 0{,}6637\sin\left(\frac{2\pi}{10}t - 1{,}904\right) + 0{,}7849\sin\left(\frac{2\pi}{15}t + 1{,}378\right) + 0{,}6647\sin\left(\frac{2\pi}{21}t - 0{,}7649\right) + 0{,}4853\sin\left(\frac{2\pi}{35}t + 2{,}563\right) + 0{,}5840\sin\left(\frac{2\pi}{65}t + 2{,}179\right) + 0{,}3522\sin\left(\frac{2\pi}{101}t - 2{,}592\right) \quad (12)$$

$$T = -3{,}509 + 0{,}01479\,t + 0{,}6769\sin\left(\frac{2\pi}{10}t - 1{,}845\right) + 0{,}7742\sin\left(\frac{2\pi}{15}t + 1{,}374\right) + 0{,}6504\sin\left(\frac{2\pi}{21}t - 0{,}7076\right) + 0{,}4679\sin\left(\frac{2\pi}{35}t + 2{,}242\right) + 0{,}3958\sin\left(\frac{2\pi}{65}t + 1{,}769\right) + 0{,}2432\sin\left(\frac{2\pi}{101}t - 0{,}8562\right) \quad (12')$$



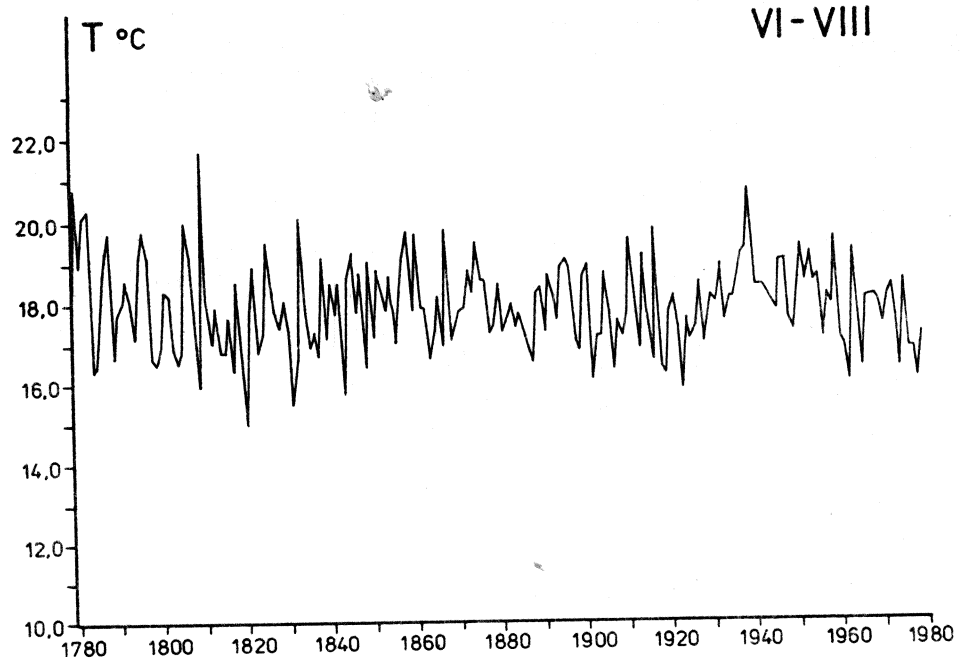
Ryc. 247. Temperatura powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979 - wiosna

Air temperature in Warsaw in the period 1779 - 1979 - spring

Wiosna

$$T = 7{,}224 + 0{,}3685\sin\left(\frac{2\pi}{4}t + 2{,}824\right) + 0{,}2853\sin\left(\frac{2\pi}{7}t + 1{,}971\right) + 0{,}3458\sin\left(\frac{2\pi}{13}t + 1{,}402\right) + 0{,}3234\sin\left(\frac{2\pi}{24}t + 2{,}924\right) + 0{,}3012\sin\left(\frac{2\pi}{29}t + 2{,}674\right) + 0{,}2692\sin\left(\frac{2\pi}{75}t + 2{,}917\right) + 0{,}7173\sin\left(\frac{2\pi}{191}t + 2{,}890\right) \quad (13)$$

$$T = 7{,}034 + 0{,}00190\,t + 0{,}3664\sin\left(\frac{2\pi}{4}t + 2{,}827\right) + 0{,}2858\sin\left(\frac{2\pi}{7}t + 1{,}968\right) + 0{,}3442\sin\left(\frac{2\pi}{13}t + 1{,}401\right) + 0{,}3224\sin\left(\frac{2\pi}{24}t + 2{,}929\right) + 0{,}2894\sin\left(\frac{2\pi}{29}t + 2{,}640\right) + 0{,}2589\sin\left(\frac{2\pi}{75}t + 2{,}779\right) + 0{,}5992\sin\left(\frac{2\pi}{191}t + 2{,}873\right) \quad (13')$$



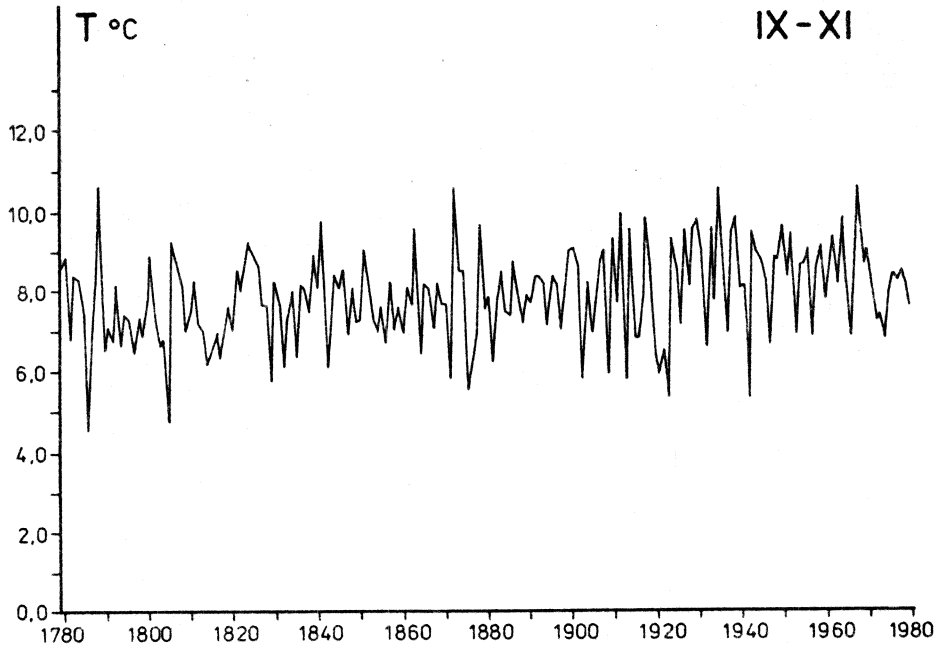
Ryc. 248. Temperatura powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979 - lato

Air temperature in Warsaw in the period 1779 - 1979 - summer

Lato

$$T = 17{,}74 + 0{,}2163\sin\left(\frac{2\pi}{7}t - 2{,}594\right) + 0{,}1565\sin\left(\frac{2\pi}{13}t - 0{,}4477\right) + 0{,}3191\sin\left(\frac{2\pi}{16}t + 1{,}532\right) + 0{,}2008\sin\left(\frac{2\pi}{22}t - 0{,}0961\right) + 0{,}1697\sin\left(\frac{2\pi}{41}t + 1{,}742\right) + 0{,}1634\sin\left(\frac{2\pi}{52}t + 0{,}1453\right) + 0{,}3599\sin\left(\frac{2\pi}{81}t + 1{,}269\right) + 0{,}0746\sin\left(\frac{2\pi}{160}t + 1{,}936\right) \quad (14)$$

$$T = 17{,}79 - 0{,}00057\,t + 0{,}2168\sin\left(\frac{2\pi}{7}t - 2{,}594\right) + 0{,}1562\sin\left(\frac{2\pi}{13}t - 0{,}4448\right) + 0{,}3184\sin\left(\frac{2\pi}{16}t + 1{,}532\right) + 0{,}1970\sin\left(\frac{2\pi}{22}t - 0{,}0894\right) + 0{,}1687\sin\left(\frac{2\pi}{41}t + 1{,}791\right) + 0{,}1530\sin\left(\frac{2\pi}{52}t + 0{,}1256\right) + 0{,}3618\sin\left(\frac{2\pi}{81}t + 1{,}271\right) + 0{,}0935\sin\left(\frac{2\pi}{160}t + 2{,}019\right) \quad (14')$$



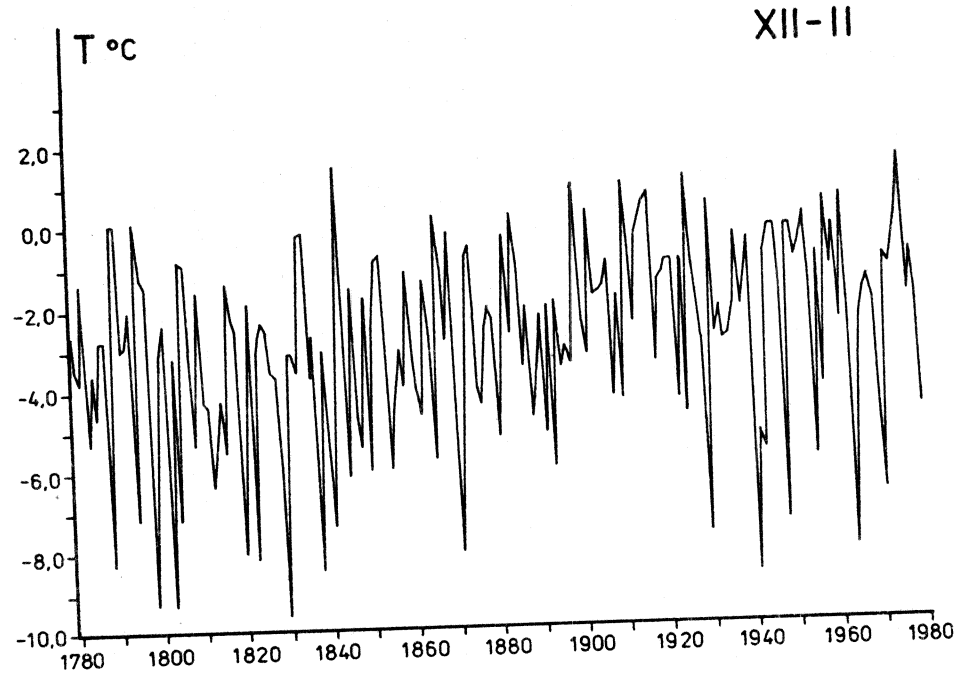
Ryc. 249. Temperatura powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979 - jesień

Air temperature in Warsaw in the period 1779 - 1979 - autumn

Jesień

$$T = 7{,}805 + 0{,}2019\sin\left(\frac{2\pi}{5}t + 2{,}720\right) + 0{,}2074\sin\left(\frac{2\pi}{9}t - 0{,}0163\right) + 0{,}1756\sin\left(\frac{2\pi}{18}t - 1{,}266\right) + 0{,}1925\sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 0{,}4591\right) + 0{,}1404\sin\left(\frac{2\pi}{31}t + 2{,}009\right) + 0{,}1796\sin\left(\frac{2\pi}{61}t + 2{,}470\right) + 0{,}2776\sin\left(\frac{2\pi}{96}t + 3{,}100\right) \quad (15)$$

$$T = 7{,}298 + 0{,}00504\,t + 0{,}1919\sin\left(\frac{2\pi}{5}t + 2{,}731\right) + 0{,}2139\sin\left(\frac{2\pi}{9}t - 0{,}0359\right) + 0{,}1995\sin\left(\frac{2\pi}{18}t - 1{,}162\right) + 0{,}1926\sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 0{,}4592\right) + 0{,}1382\sin\left(\frac{2\pi}{31}t + 2{,}016\right) + 0{,}1369\sin\left(\frac{2\pi}{61}t + 2{,}553\right) + 0{,}1420\sin\left(\frac{2\pi}{96}t + 2{,}932\right) \quad (15')$$



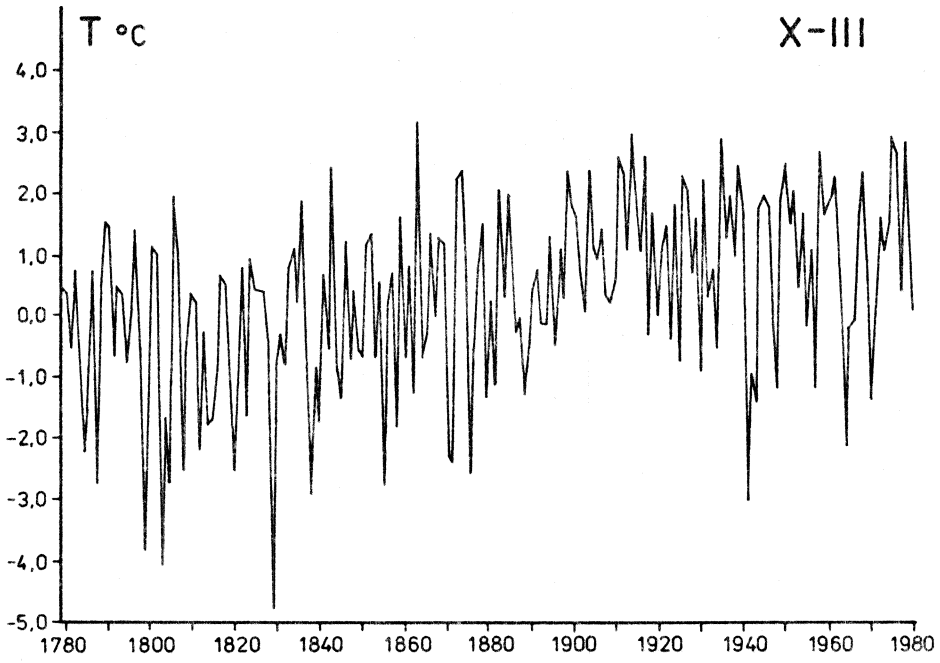
Ryc. 250. Temperatura powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979 - zima

Air temperature in Warsaw in the period 1779 - 1979 - winter

Zima

$$T = -2{,}934 + 0{,}4607\sin\left(\frac{2\pi}{7}t - 2{,}601\right) + 0{,}5068\sin\left(\frac{2\pi}{10}t - 2{,}379\right) + 0{,}4494\sin\left(\frac{2\pi}{15}t + 1{,}638\right) + 0{,}4681\sin\left(\frac{2\pi}{18}t + 3{,}100\right) + 0{,}2962\sin\left(\frac{2\pi}{23}t - 1{,}731\right) + 0{,}3880\sin\left(\frac{2\pi}{63}t + 1{,}188\right) + 1{,}058\sin\left(\frac{2\pi}{197}t - 3{,}025\right) \quad (16)$$

$$T = -3{,}199 + 0{,}00264\,t + 0{,}4586\sin\left(\frac{2\pi}{7}t - 2{,}603\right) + 0{,}5023\sin\left(\frac{2\pi}{10}t - 2{,}362\right) + 0{,}4449\sin\left(\frac{2\pi}{15}t + 1{,}636\right) + 0{,}4562\sin\left(\frac{2\pi}{18}t + 3{,}114\right) + 0{,}2859\sin\left(\frac{2\pi}{23}t - 1{,}706\right) + 0{,}3815\sin\left(\frac{2\pi}{63}t + 1{,}083\right) + 0{,}8970\sin\left(\frac{2\pi}{197}t - 2{,}992\right) \quad (16')$$



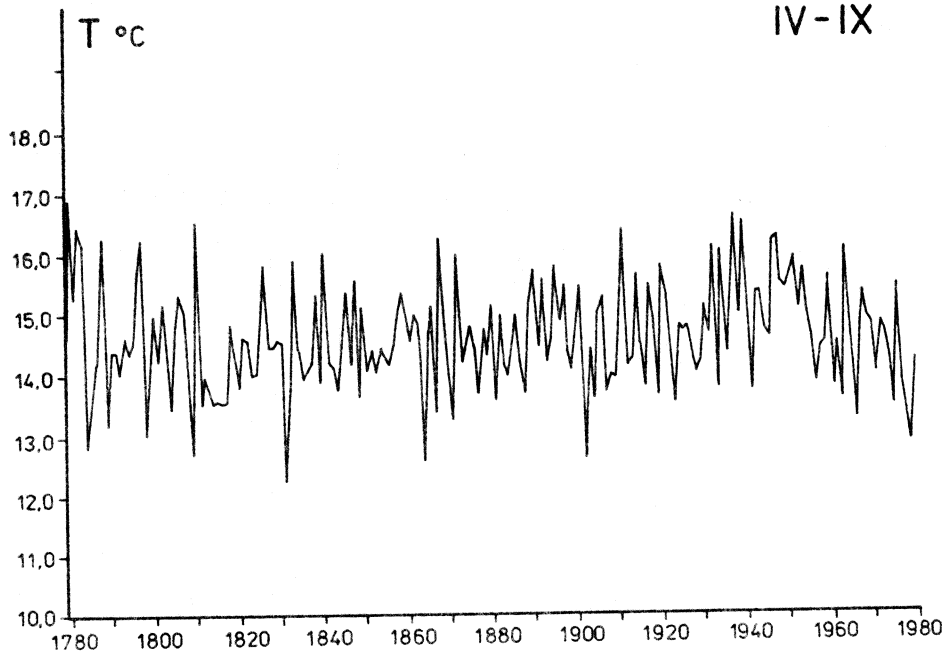
Ryc. 251. Temperatura powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979 - półrocze chłodne

Air temperature in Warsaw in the period 1779 - 1979 - cold period

Półrocze chłodne

$$T = 0{,}3469 + 0{,}2492\sin\left(\frac{2\pi}{4}t - 3{,}023\right) + 0{,}2948\sin\left(\frac{2\pi}{13}t + 0{,}7026\right) + 0{,}2642\sin\left(\frac{2\pi}{18}t - 2{,}961\right) + 0{,}2027\sin\left(\frac{2\pi}{22}t + 2{,}461\right) + 0{,}2868\sin\left(\frac{2\pi}{67}t + 2{,}096\right) + 0{,}1379\sin\left(\frac{2\pi}{98}t + 2{,}786\right) + 0{,}8480\sin\left(\frac{2\pi}{205}t - 2{,}979\right) \quad (17)$$

$$T = -0{,}1385 + 0{,}00483\,t + 0{,}2450\sin\left(\frac{2\pi}{4}t - 3{,}001\right) + 0{,}2934\sin\left(\frac{2\pi}{13}t + 0{,}6950\right) + 0{,}2467\sin\left(\frac{2\pi}{18}t - 2{,}899\right) + 0{,}1742\sin\left(\frac{2\pi}{22}t + 2{,}418\right) + 0{,}2508\sin\left(\frac{2\pi}{67}t + 1{,}721\right) + 0{,}0272\sin\left(\frac{2\pi}{98}t + 1{,}284\right) + 0{,}5453\sin\left(\frac{2\pi}{205}t - 2{,}925\right) \quad (17')$$

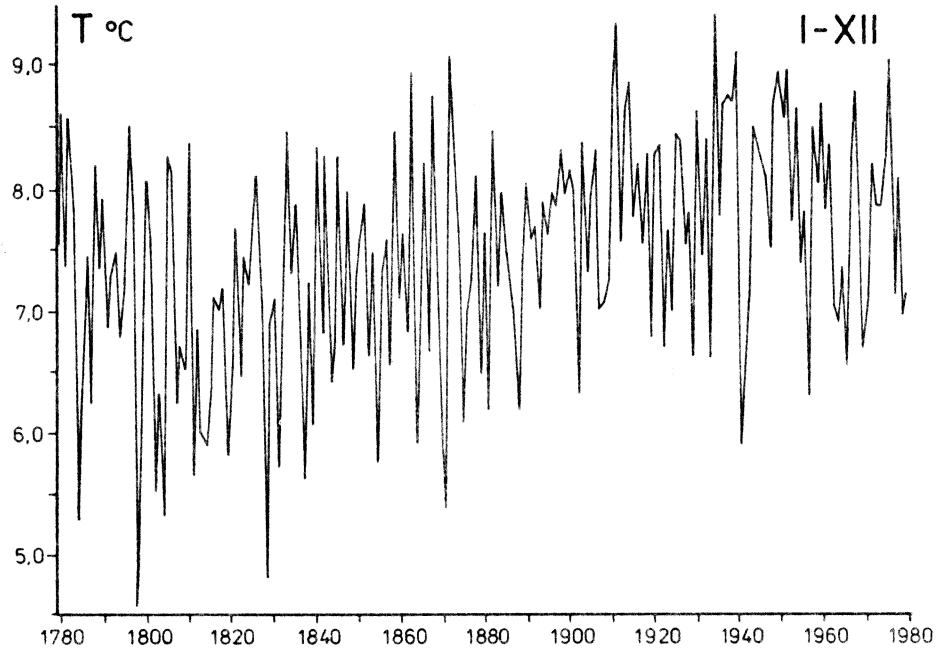


Ryc. 252. Temperatura powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979 - półrocze ciepłe
Air temperature in Warsaw in the period 1779 - 1979 - warm period

Półrocze ciepłe

$$T = 14{,}56 + 0{,}1367\sin\left(\frac{2\pi}{4}t + 2{,}066\right) + 0{,}1352\sin\left(\frac{2\pi}{14}t + 0{,}2161\right) + 0{,}1738\sin\left(\frac{2\pi}{18}t - 1{,}697\right) + 0{,}1581\sin\left(\frac{2\pi}{23}t + 1{,}745\right) + 0{,}1401\sin\left(\frac{2\pi}{27}t + 1{,}265\right) + 0{,}1663\sin\left(\frac{2\pi}{54}r + 0{,}9871\right) + 0{,}2229\sin\left(\frac{2\pi}{83}t + 1{,}790\right) + 0{,}2496\sin\left(\frac{2\pi}{172}t + 2{,}352\right) \quad (18)$$

$$T = 14{,}52 + 0{,}00041\,t + 0{,}1360\sin\left(\frac{2\pi}{4}t + 2{,}064\right) + 0{,}1354\sin\left(\frac{2\pi}{14}t + 0{,}2087\right) + 0{,}1746\sin\left(\frac{2\pi}{18}t - 1{,}685\right) + 0{,}1593\sin\left(\frac{2\pi}{23}t + 1{,}734\right) + 0{,}1390\sin\left(\frac{2\pi}{27}t + 1{,}261\right) + 0{,}1725\sin\left(\frac{2\pi}{54}t + 0{,}9832\right) + 0{,}2214\sin\left(\frac{2\pi}{83}t + 1{,}790\right) + 0{,}2310\sin\left(\frac{2\pi}{172}t + 2{,}330\right) \quad (18')$$



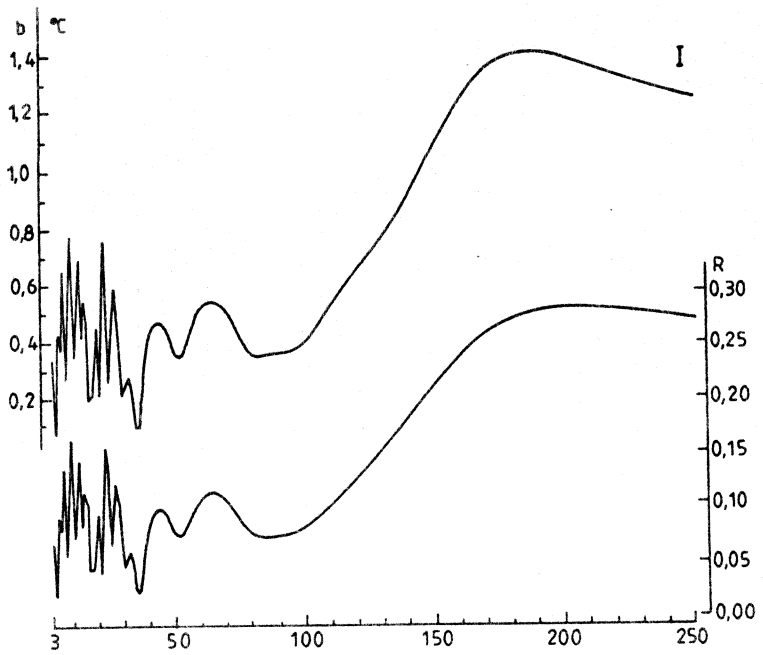
Ryc. 253. Temperatura powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979-rok

Air temperature in Warsaw in the period 1779 - 1979 - year

Rok

$$T = 7{,}453 + 0{,}1618\sin\left(\frac{2\pi}{4}t + 2{,}861\right) + 0{,}1933\sin\left(\frac{2\pi}{13}t + 0{,}7498\right) + 0{,}1208\sin\left(\frac{2\pi}{17}t + 1{,}842\right) + 0{,}1185\sin\left(\frac{2\pi}{60}t + 1{,}165\right) + 0{,}1484\sin\left(\frac{2\pi}{89}t + 2{,}570\right) + 0{,}5403\sin\left(\frac{2\pi}{194}t + 3{,}058\right) \quad (19)$$

$$T = 7{,}263 + 0{,}00189\,t + 0{,}1591\sin\left(\frac{2\pi}{4}t + 2{,}871\right) + 0{,}1920\sin\left(\frac{2\pi}{13}t + 0{,}7408\right) + 0{,}1238\sin\left(\frac{2\pi}{17}t + 1{,}768\right) + 0{,}1122\sin\left(\frac{2\pi}{60}t + 1{,}094\right) + 0{,}1246\sin\left(\frac{2\pi}{89}t + 2{,}617\right) + 0{,}4269\sin\left(\frac{2\pi}{194}t + 3{,}067\right) \quad (19')$$



Ryc. 254. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) temperatury powietrza /1779 - 1979/ - styczeń

Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of air temperature /1779 - 1979/ - January

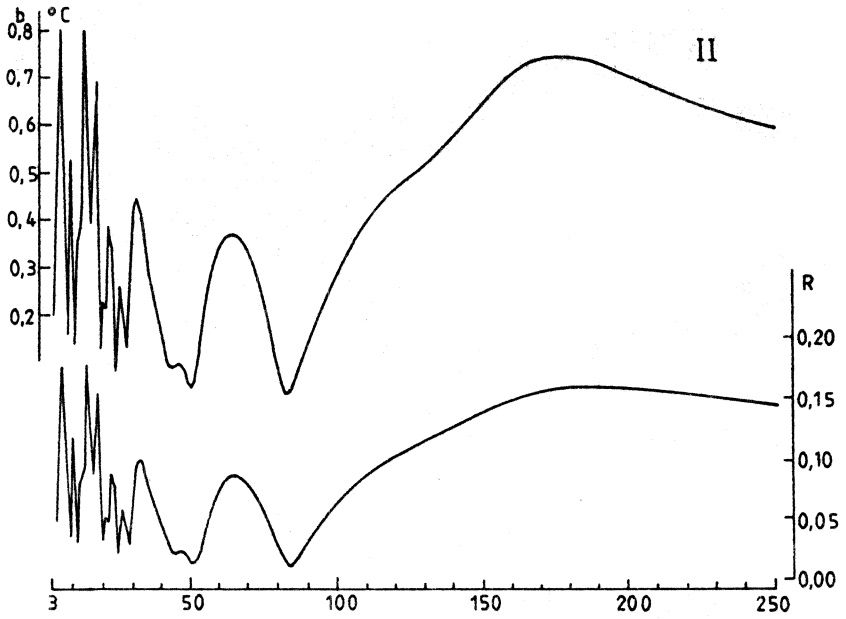
Tablica 83

Okresy rzeczywiste (ϑ) temperatury powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979: amplitudy (b) przesunięcia fazowe (c) - styczeń

Actual periods (ϑ) of air temperatures in Warsaw in the period 1779 - 1979: amplitudes (b), phase shifts (c) - January

T I

ϑ	7	10	23	44	64	187
a	-4,016	-4,019	-4,026	-4,036	-4,039	-3,997
b	0,648	0,771	0,756	0,468	0,538	1,399
c	2,833	2,861	-2,121	0,754	0,511	3,125
F	1,74	2,48	2,42	0,90	1,21	8,11



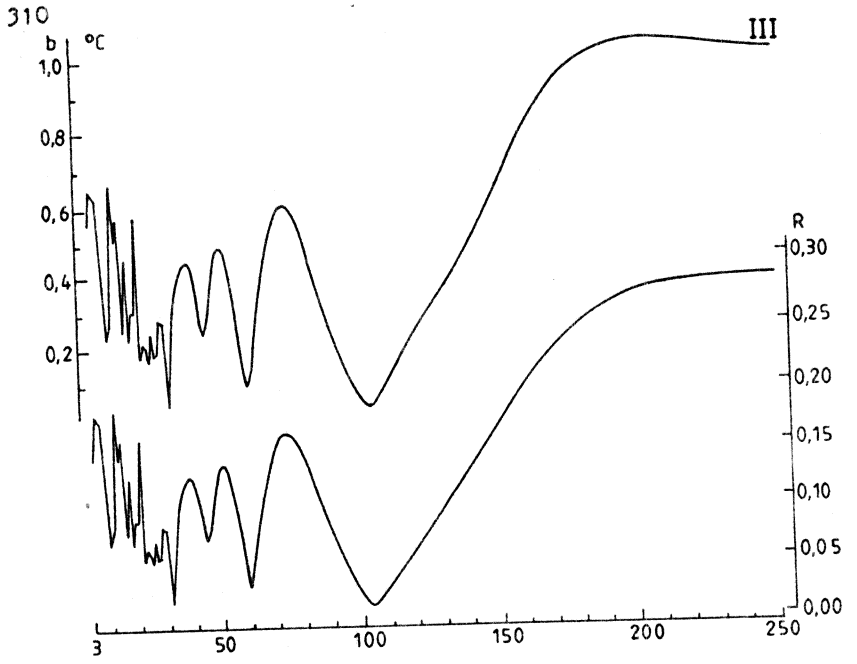
Ryc. 255. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) temperatury powietrza /1779 - 1979/ - luty
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of air temperature /1779 - 1979/ - February

Tablica 84

Okresy rzeczywiste (ϑ) temperatury powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - luty
Actual periods (ϑ) of air temperatures in Warsaw in the period 1779 - 1979: amplitudes (b), phase shifts (c) - February

T II

ϑ	6	14	18	32	64	177
a	-2,677	-2,695	-2,683	-2,700	-2,699	-2,665
b	0,794	0,797	0,690	0,440	0,366	0,746
c	-3,136	1,038	2,499	0,882	1,181	2,913
F	3,06	3,09	2,27	0,94	0,66	2,43



Ryc. 256. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) temperatury powietrza /1779 - 1979/ - marzec
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of air temperature /1779 - 1979/ - March

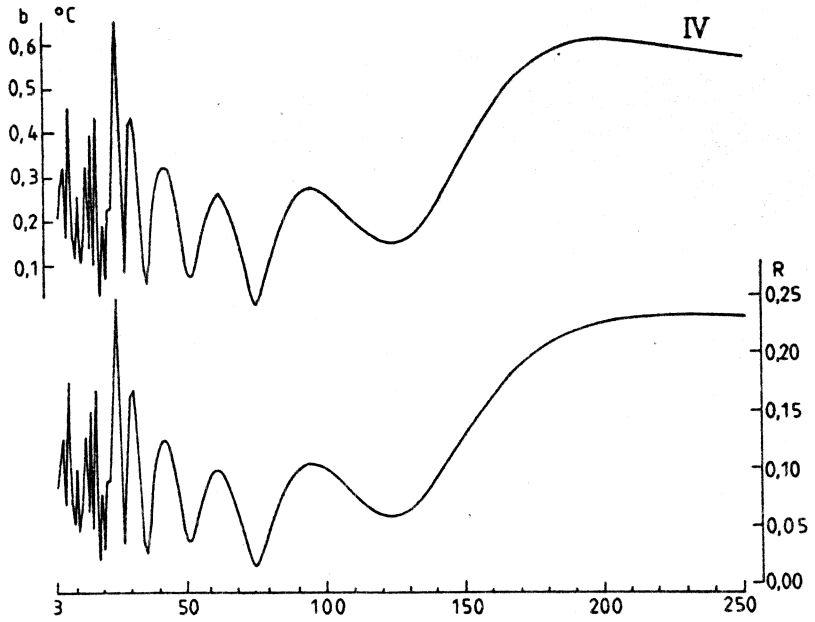
Tablica 85

Okresy rzeczywiste (ϑ) temperatury powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979: amplitudy (b), przesunięcia fazowe(c) - marzec
Actual periods (ϑ) of air temperatures in Warsaw in the period 1779 - 1979: amplitudes (b), phase shifts (c) - March

III

T

ϑ	4	11	20	38	50	73	207
a	0,907	0,903	0,907	0,891	0,908	0,954	0,902
b	0,656	0,666	0,580	0,449	0,493	0,604	1,047
c	1,084	-0,433	2,043	0,013	2,384	2,710	-2,854
F	3,11	3,22	2,42	1,45	1,74	2,50	8,60



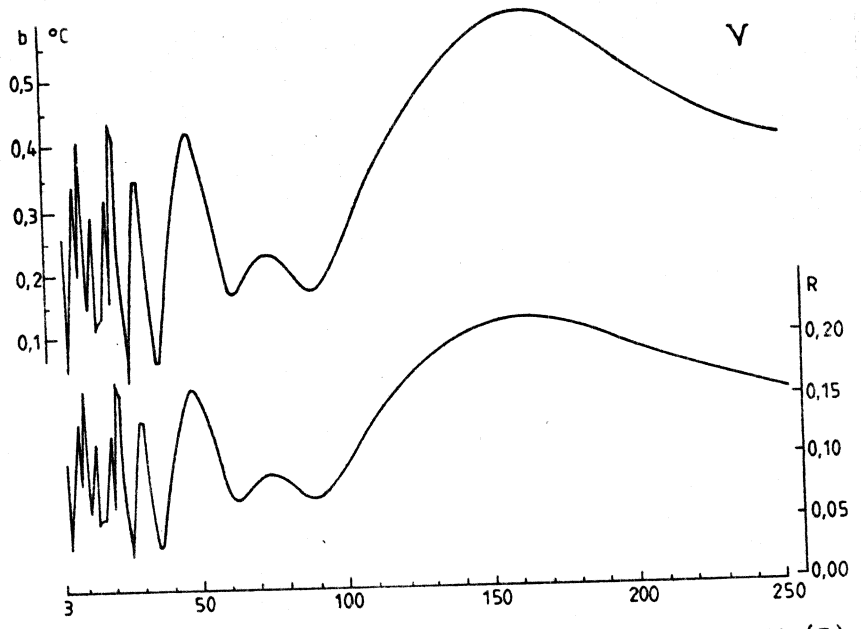
Ryc. 257. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) temperatury powietrza /1779 - 1979/ - kwiecień
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of air temperature /1779 _ 1979/ - April

Tablica 86

Okresy rzeczywiste (ϑ) temperatury powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - kwiecień
Actual periods (ϑ) of air temperatures in Warsaw in the period 1779 - 1979: amplitudes(b), phase shifts (c) - April

T IV

ϑ	7	17	24	30	41	60	94	199
a	7,321	7,324	7,333	7,324	7,317	7,328	7,328	7,321
b	0,459	0,435	0,658	0,437	0,328	0,262	0,277	0,616
c	0,463	0,868	2,364	-2,472	-0,456	2,292	3,059	2,997
F	2,87	2,57	6,00	2,63	1,45	0,87	0,98	5,20



Ryc. 258. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) temperatury powietrza /1779 - 1979/ - maj
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of air temperature /1779 - 1979/ - May

Tablica 87

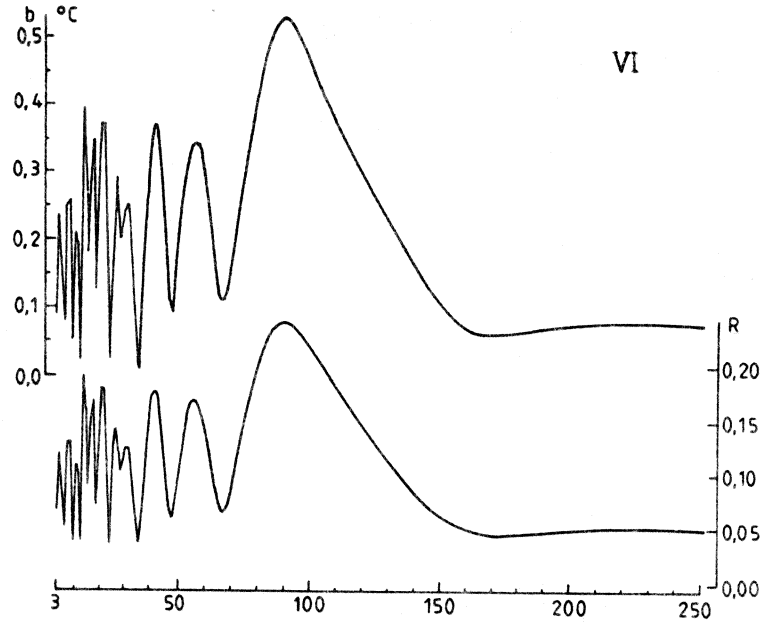
Okresy rzeczywiste (ϑ) temperatury powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - maj

Actual periods (ϑ) of air temperatures in Warsaw in the period 1779 - 1979: amplitudes (b), phase shifts (c) - May

V

T

ϑ	10	21	29	47	74	162
a	13,37	13,36	13,37	13,38	13,39	13,33
b	0,407	0,428	0,344	0,415	0,224	0,595
c	0,594	0,433	2,112	-1,429	1,715	1,987
F	2,42	2,67	1,71	2,45	0,72	4,71



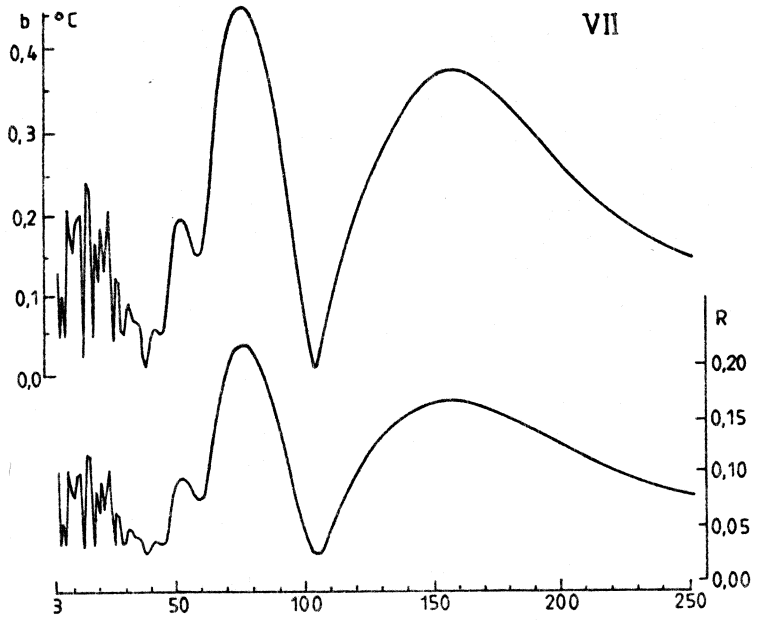
Ryc. 259. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji(R) temperatury powietrza /1779 - 1979/ - czerwiec
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of air temperature /1779 - 1979/ - June

Tablica 88

Okresy rzeczywiste (ϑ) temperatury powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - czerwiec
Actual periods (ϑ) of air temperatures in Warsaw in the period 1779 - 1979: amplitudes (b), phase shifts (c) - June

T VI

ϑ	13	21	30	40	55	90
a	16,97	16,97	16,96	16,97	16,96	16,95
b	0,395	0,367	0,253	0,369	0,344	0,527
c	-1,319	-2,330	-0,609	0,366	0,618	2,069
F	3,36	2,94	1,37	2,93	2,61	5,69



Ryc. 260. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) temperatury powietrza /1779 - 1979/ - lipiec
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of air temperature /1779 - 1979/- July

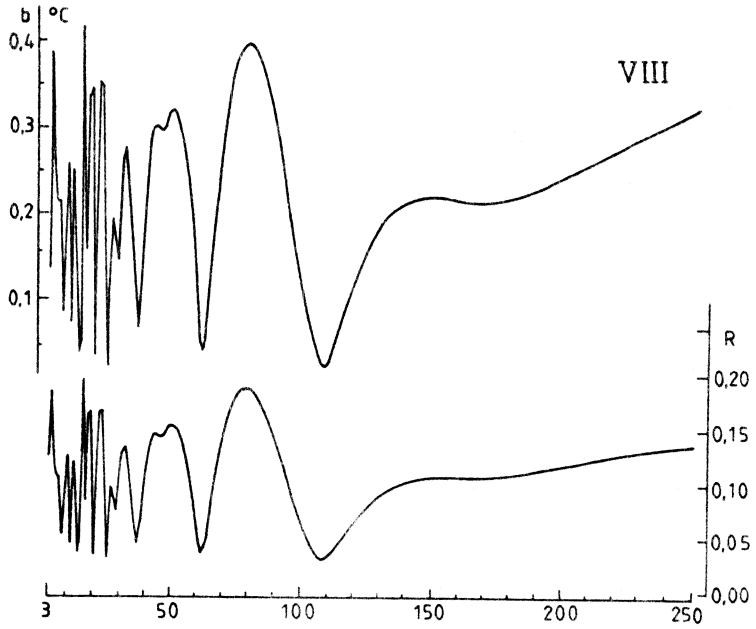
Tablica 89

Okresy rzeczywiste (ϑ) temperatury powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - lipiec

Actual periods (ϑ) of air temperatures in Warsaw in the period 1779 - 1979: amplitudes(b), phase shifts (c) - July

T VII

ϑ	7	15	23	52	75	158
a	18,58	18,58	18,58	18,58	18,56	18,58
b	0,208	0,240	0,207	0,192	0,453	0,373
c	-3,076	1,292	0,090	0,345	0,461	2,206
F	1,01	1,32	1,00	0,89	4,92	2,81



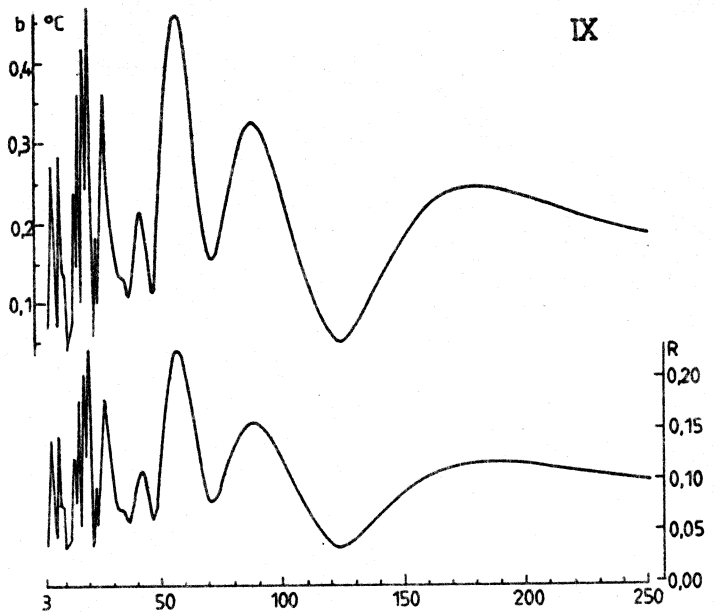
Ryc. 261. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) temperatury powietrza /1779 - 1979/ - sierpień
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of air temperature /1779 - 1979/ - August

Tablica 90

Okresy rzeczywiste (ϑ) temperatury powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979: amplitudy (b) , przesunięcia fazowe (c) - sierpień
Actual periods (ϑ) of air temperatures in Warsaw in the period 1779 - 1979: amplitudes(b), phase shifts (c) - August

T VIII

ϑ	4	16	22	32	50	78	147
a	17,72	17,72	17,72	17,71	17,72	17,70	17,68
b	0,385	0,417	0,351	0,279	0,320	0,396	0,219
c	0,498	1,120	0,189	1,308	-0,652	0,824	0,898
F	3,24	3,82	2,68	1,70	2,23	3,47	1,05



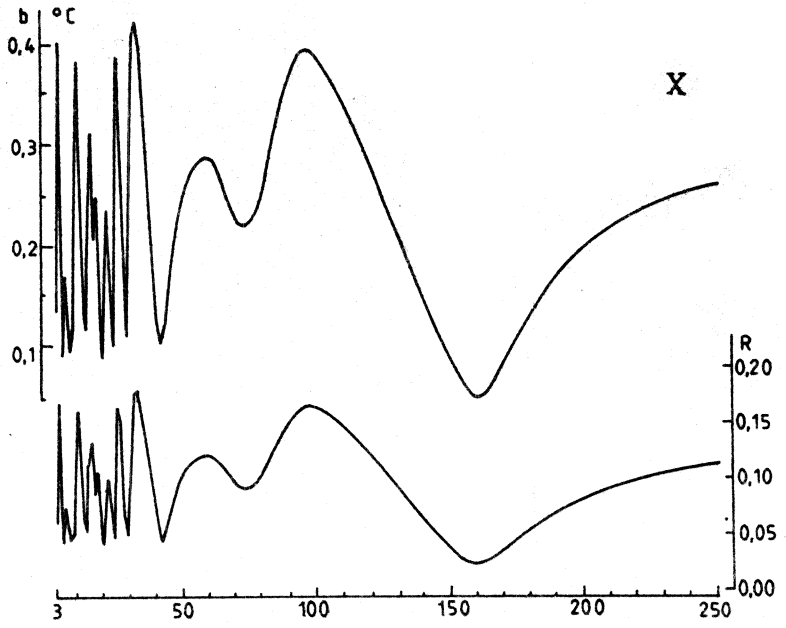
Ryc. 262. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) temperatury powietrza /1779 - 1979/ - wrzesień
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of air temperature /1779 - 1979/ - September

Tablica 91

Okresy rzeczywiste (ϑ) temperatury powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - wrzesień
Actual periods (ϑ) of air temperatures in Warsaw in the period 1779 - 1979: amplitudes(b), phase shifts (c) - September

T IX

ϑ	8	20	27	42	56	87	180
a	13,46	13,45	13,44	13,46	13,48	13,46	13,46
b	0,284	0,469	0,363	0,212	0,461	0,324	0,243
c	-1,513	-0,454	0,896	0,640	1,969	2,233	2,810
F	1,90	5,22	3,08	1,10	5,04	2,31	1,26



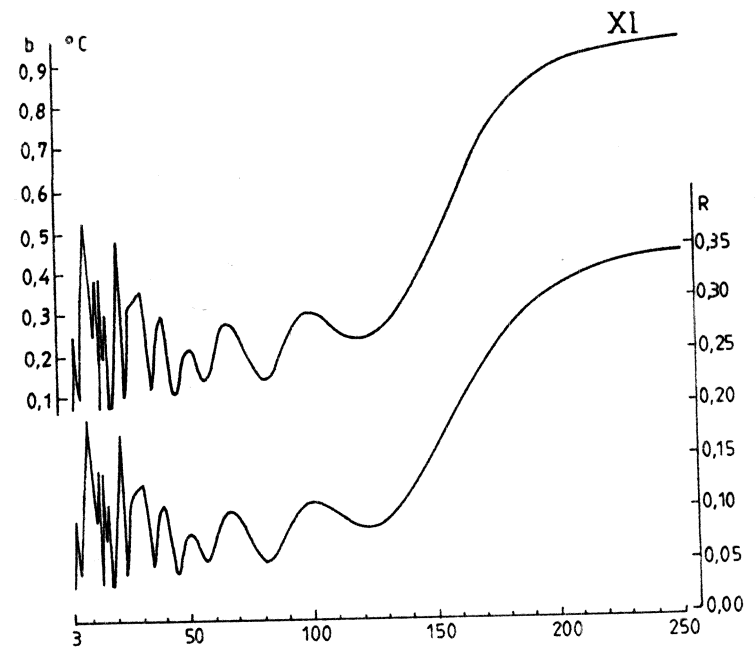
Ryc. 263. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) temperatury powietrza /1779 - 1979/ - październik
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of air temperature /1779 - 1979/ - October

Tablica 92

Okresy rzeczywiste (ϑ) temperatury powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - październik
Actual periods (ϑ) of air temperatures in Warsaw in the period 1779 - 1979: amplitudes (b), phase shifts (c) - October

T X

ϑ	5	12	17	27	34	60	98
a	7,831	7,834	7,833	7,847	7,824	7,812	7,834
b	0,402	0,383	0,310	0,388	0,423	0,286	0,395
c	2,109	2,959	2,760	3,103	-1,162	1,106	-2,909
F	2,79	2,54	1,65	2,61	3,07	1,40	2,65



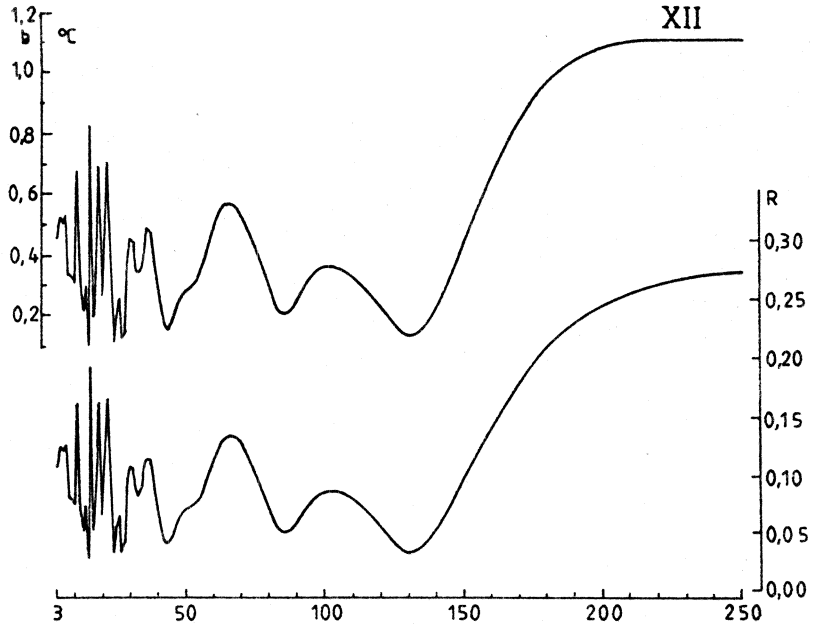
Ryc. 264. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) temperatury powietrza /1779 - 1979/ - listopad
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of air temperature /1779 - 1979/ - November

Tablica 93

Okresy rzeczywiste (ϑ) temperatury powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - listopad
Actual periods (ϑ) of air temperatures in Warsaw in the period 1779 - 1979: amplitudes (b), phase shifts (c) - November

T XI

ϑ	9	22	31	39	50	66	100
a	2,138	2,138	2,135	2,138	2,143	2,145	2,144
b	0,531	0,483	0,353	0,294	0,212	0,276	0,297
c	-0,330	1,607	0,977	1,811	1,811	3,113	2,902
F	3,45	2,85	1,49	1,03	0,54	0,90	1,05



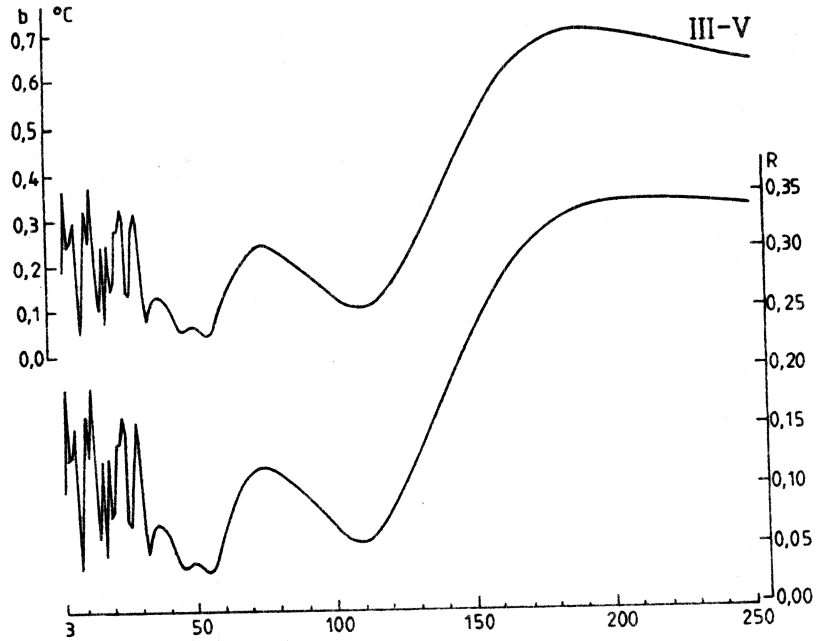
Ryc. 265. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) temperatury powietrza /1779 - 1979/ - grudzień
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of air temperature /1779 - 1979/ - December

Tablica 94

Okresy rzeczywiste (ϑ) temperatury powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - grudzień
Actual periods (ϑ) of air temperatures in Warsaw in the period 1779 - 1979: amplitudes(b), phase shifts (c) - December

T XII

ϑ	10	15	21	35	65	101
a	-1,998	-2,007	-2,022	-1,982	-2,010	-2,002
b	0,683	0,819	0,708	0,491	0,576	0,364
c	-1,874	1,368	-0,748	2,475	2,235	-2,738
F	2,44	3,50	2,59	1,21	1,70	0,68



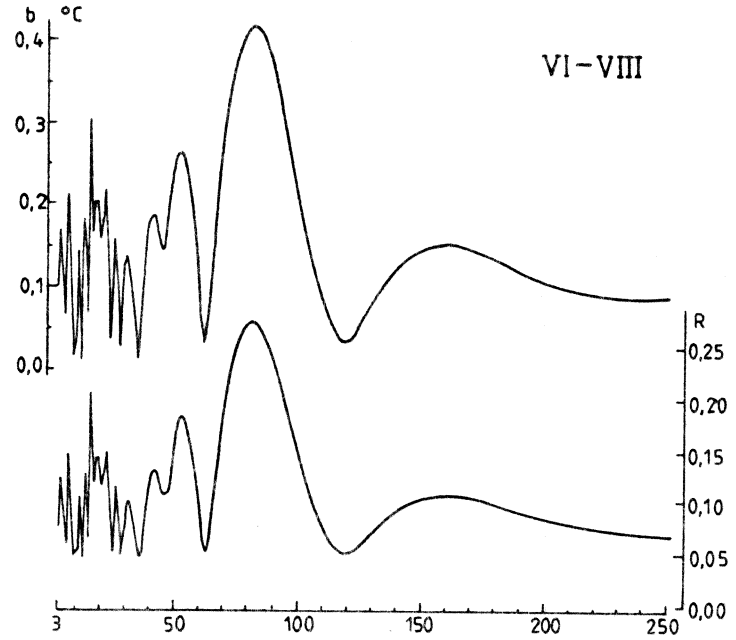
Ryc. 266. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) temperatury powietrza /1779 - 1979/ - wiosna
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of air temperature /1779 - 1979/ - spring

Tablica 95

Okresy rzeczywiste (ϑ) temperatury powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - wiosna
Actual periods (ϑ) of air temperatures in Warsaw in the period 1779 - 1979: amplitudes (b), phase shifts (c) - spring

T III-V

ϑ	4	7	13	24	29	75	191
a	7,188	7,191	7,186	7,195	7,190	7,211	7,189
b	0,359	0,278	0,353	0,313	0,305	0,229	0,700
c	2,829	1,955	1,373	2,680	2,925	2,785	3,005
F	3,16	1,87	3,03	2,37	2,28	1,18	12,47



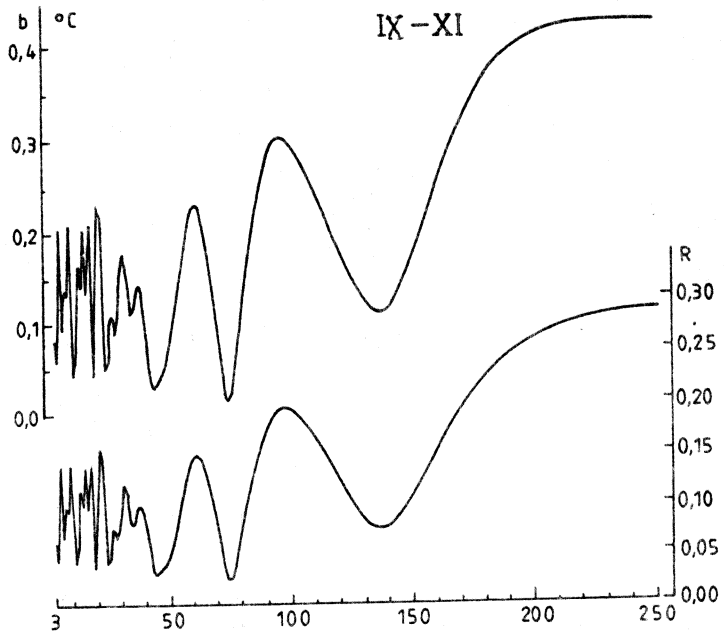
Ryc. 267. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) temperatury powietrza /1779 - 1979/ - lato
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of air temperature /1779 - 1979/ - summer

Tablica 96

Okresy rzeczywiste (ϑ) temperatury powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - lato
Actual periods (ϑ) of air temperatures in Warsaw in the period 1779 - 1979: amplitudes (b), phase shifts (c) - summer

T VI-VIII

ϑ	7	13	16	22	41	52	81	160
a	17,76	17,75	17,76	17,76	17,76	17,75	17,74	17,75
b	0,213	0,182	0,304	0,218	0,188	0,264	0,421	0,153
c	-2,568	-0,559	1,499	-0,105	1,327	0,174	1,333	2,025
F	2,11	1,58	4,17	2,18	1,66	3,26	8,01	1,06



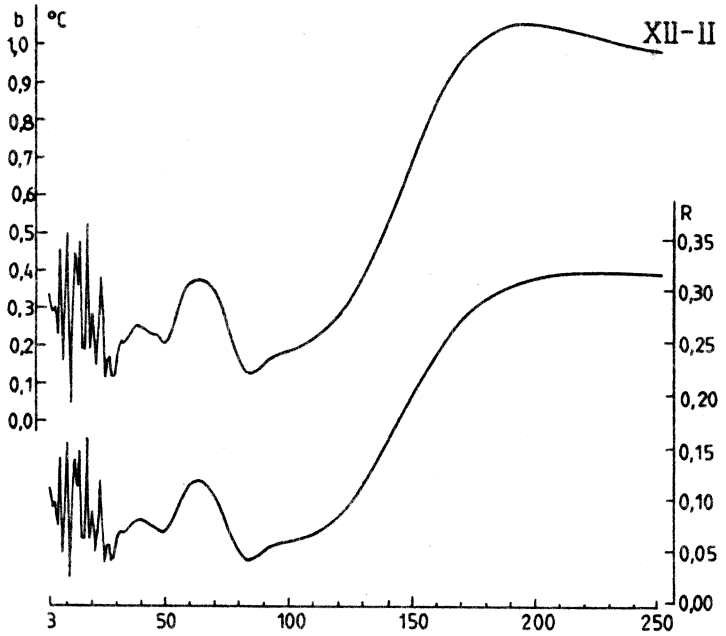
Ryc. 268. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) temperatury powietrza /1779 - 1979/ - jesień
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of air temperature /1779 - 1979/ - autumn

Tablica 97

Okresy rzeczywiste (ϑ) temperatury powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - jesień
Actual periods (ϑ) of air temperatures in Warsaw in the period 1779 - 1979: amplitudes (b), phase shifts (c) - autumn

T IX-XI

ϑ	5	9	18	21	31	61	96
a	7,802	7,800	7,803	7,797	7,805	7,806	7,805
b	0,197	0,210	0,226	0,226	0,164	0,220	0,303
c	2,728	-0,055	-1,194	0,554	1,968	2,463	3,085
F	1,55	1,77	2,03	2,03	1,07	1,85	3,57



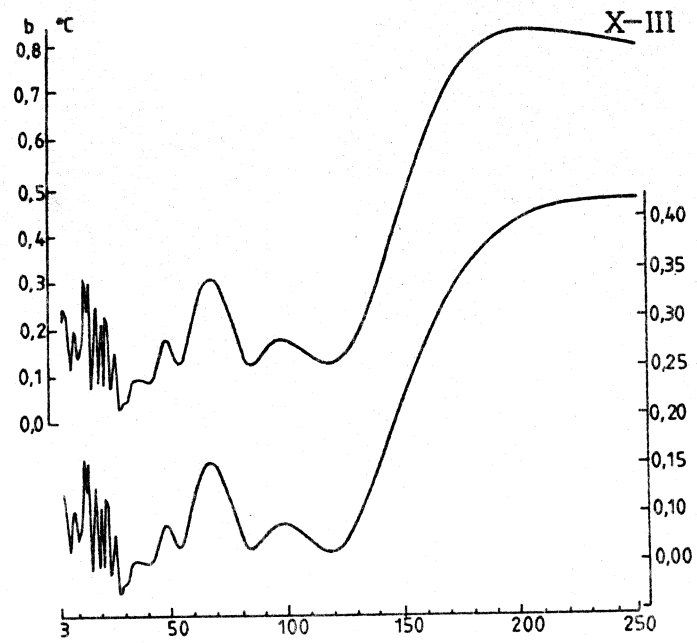
Ryc. 269. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) temperatury powietrza /1779 - 1979/ - zima
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of air temperature /1779 - 1979/ - winter

Tablica 98

Okresy rzeczywiste (ϑ) temperatury powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - zima
Actual periods (ϑ) of air temperatures in Warsaw in the period 1779 - 1979: amplitudes (b), phase shifts (c) winter

T XII-II

ϑ	7	10	15	18	23	63	197
a	-2,912	-2,914	-2,916	-2,911	-2,920	-2,933	-2,911
b	0,453	0,501	0,478	0,523	0,383	0,378	1,050
c	-2,661	-2,306	1,691	3,068	-1,751	1,187	-3,070
F	1,83	2,25	2,02	2,43	1,31	1,31	10,48



Ryc. 270. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) temperatury powietrza /1779 - 1979/ - półrocze chłodne

Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of air temperature /1779 - 1979/ - cold period

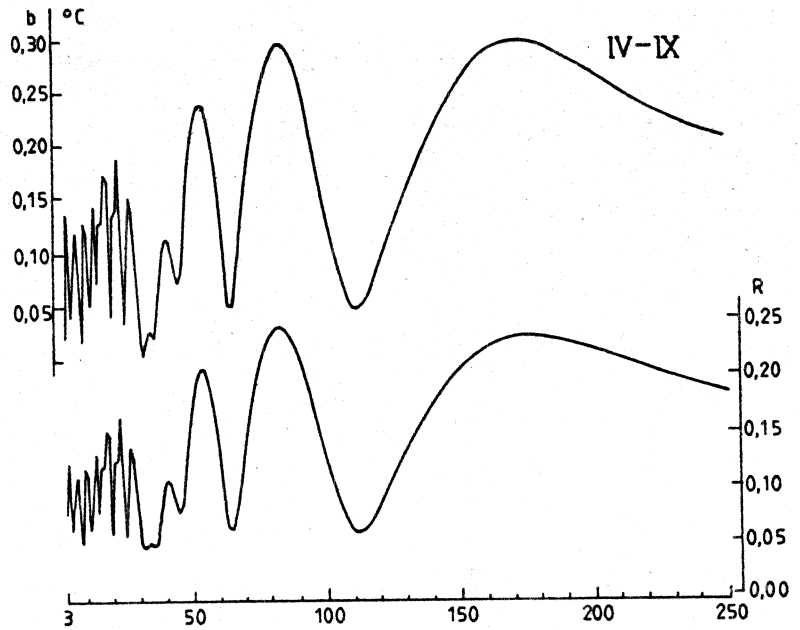
Tablica 99

Okresy rzeczywiste (ϑ) temperatury powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - półrocze chłodne

Actual periods (ϑ) of air temperatures in Warsaw in the period 1779 - 1979: amplitudes(b), phase shifts (c) - cold period

T X-III

ϑ	4	13	18	22	67	98	205
a	0,352	0,347	0,354	0,351	0,353	0,352	0,350
b	0,248	0,304	0,261	0,218	0,298	0,175	0,860
c	-3,010	0,747	-3,054	2,411	2,116	2,891	-2,995
F	1,35	2,05	1,49	1,03	1,95	0,65	19,72



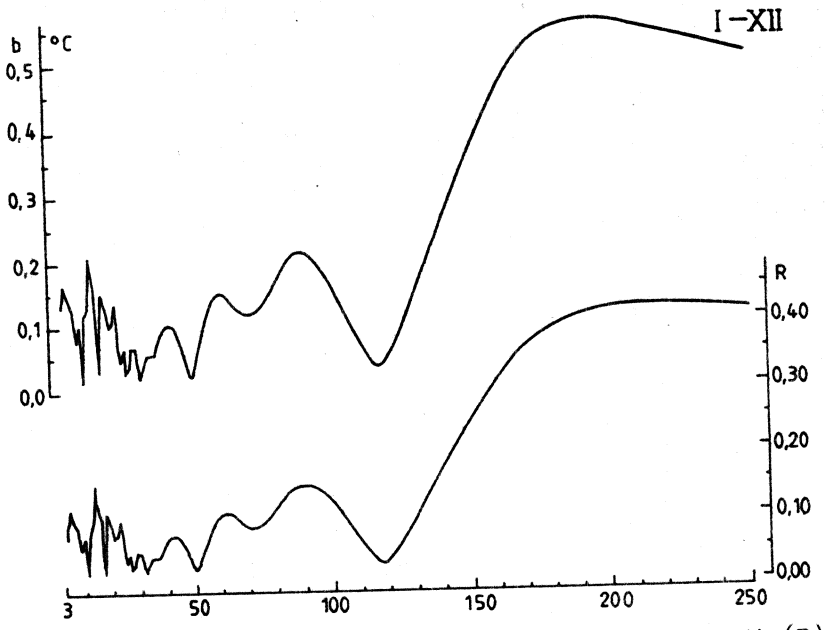
Ryc. 271. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji(R) temperatury powietrza /1779 - 1979/ - półrocze ciepłe
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of air temperature /1779 - 1979/ - warm period

Tablica 100

Okresy rzeczywiste (ϑ) temperatury powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979: amplitudy(b), przesunięcia fazowe (c)- półrocze ciepłe
Actual periods (ϑ) of air temperatures in Warsaw in the period 1779 - 1979: amplitudes(b), phase shifts (c) - warm period

T IV-IX

ϑ	4	14	18	23	27	54	83	172
a	14,56	14,56	14,57	14,57	14,56	14,57	14,56	14,56
b	0,128	0,142	0,184	0,179	0,145	0,232	0,288	0,294
c	2,048	0,028	-1,378	1,400	1,361	0,910	1,757	2,395
F	1,24	1,50	2,41	2,31	1,53	3,93	5,66	5,42



Ryc. 272. Widmo oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) temperatury powietrza /1779 - 1979/ - rok
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of air temperature /1779 - 1979/ - year

Tablica 101a

Okresy rzeczywiste (ϑ) temperatury powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - rok 1
Actual periods (ϑ) of air temperatures in Warsaw in the period 1779 - 1979: amplitudes (b), phase shifts (c) - year 1

T I-XII[1]

ϑ	4	13	17	60	89	194
a	7,457	7,454	7,460	7,450	7,460	7,457
b	0,158	0,199	0,134	0,133	0,199	0,557
c	2,879	0,694	1,855	1,363	2,474	3,042
F	1,41	2,25	1,01	0,99	2,10	19,92

Tablica 101b

Okresy rzeczywiste (ϑ) temperatury powietrza w Warszawie w latach 1779 - 1979: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - rok 2

Actual periods (ϑ) of air temperatures in Warsaw in the period 1779 - 1979: amplitudes (b), phase shifts (c) - year 2

T $I\text{-}XII^2$

ϑ	4	13	17	60	89	217
a	7,457	7,454	7,460	7,450	7,460	7,457
b	0,158	0,199	0,134	0,133	0,199	0,546
c	2,879	0,694	1,855	1,363	2,474	-2,900
F	1,41	2,25	1,01	0,99	2,10	21,60

Rok 2

$$T = 7{,}451 + 0{,}1592\sin\left(\frac{2\pi}{4}t + 2{,}870\right) + 0{,}1920\sin\left(\frac{2\pi}{13}t + 0{,}7402\right) + 0{,}1237\sin\left(\frac{2\pi}{17}t + 1{,}770\right) + 0{,}1102\sin\left(\frac{2\pi}{60}t + 1{,}064\right) + 0{,}1141\sin\left(\frac{2\pi}{89}t + 2{,}638\right) + 0{,}5251\sin\left(\frac{2\pi}{217}t - 2{,}872\right) \quad (14)$$

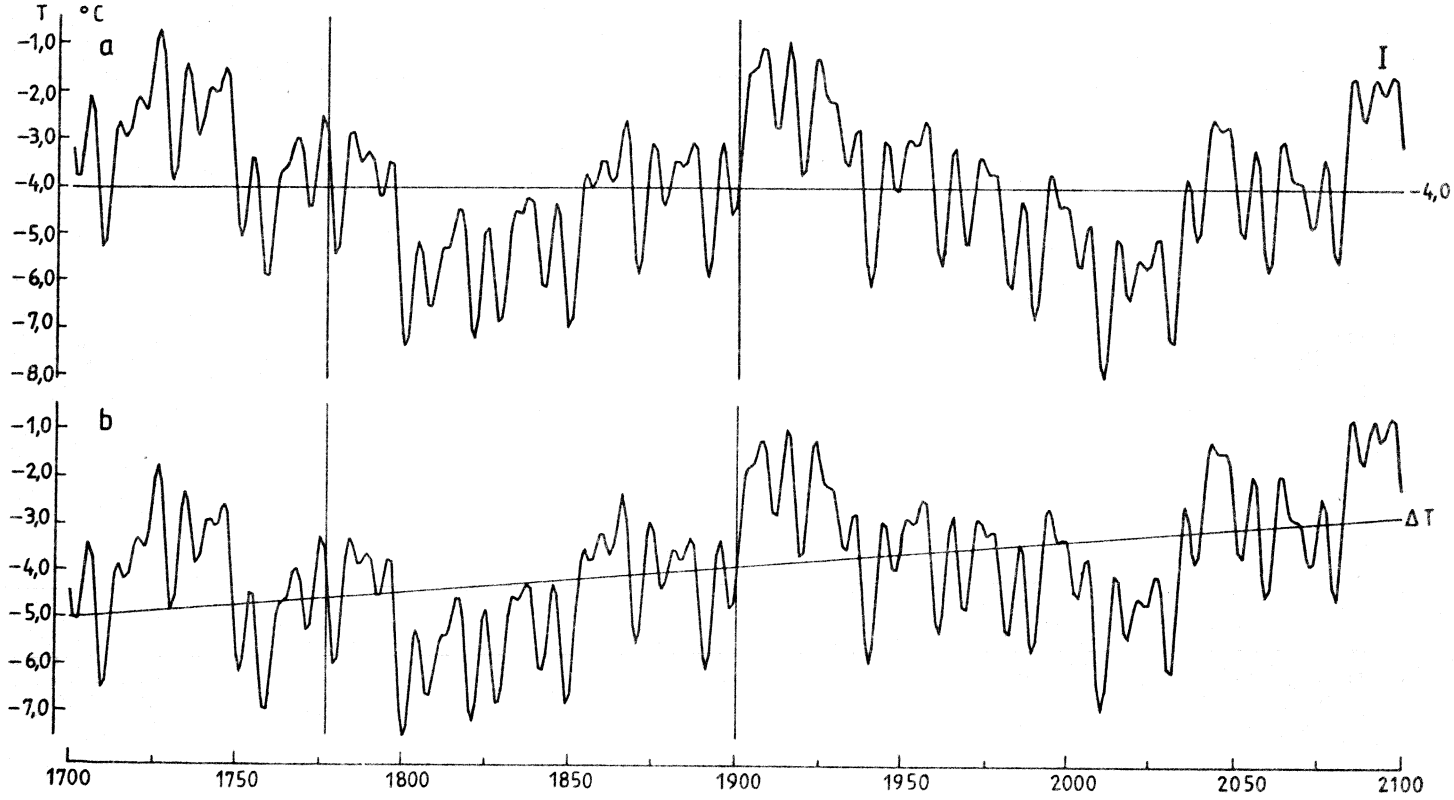
$$T = 7{,}455 - 0{,}00004\,t + 0{,}1592\sin\left(\frac{2\pi}{4}t + 2{,}870\right) + 0{,}1920\sin\left(\frac{2\pi}{13}t + 0{,}7403\right) + 0{,}1236\sin\left(\frac{2\pi}{17}t + 1{,}772\right) + 0{,}1103\sin\left(\frac{2\pi}{60}t + 1{,}065\right) + 0{,}1144\sin\left(\frac{2\pi}{89}t + 2{,}638\right) + 0{,}5278\sin\left(\frac{2\pi}{217}t - 2{,}872\right) \quad (14')$$

Tablica 102

Ocena dokładności trendów czasowych temperatury powietrza w Warszawie T = f(t), T = F(t) : ε - odchylenie resztowe, δ - błąd standardowy, R - współczynnik korelacji wielokrotnej, F - test Fishera-Snedecora /$\bar{T}$ - średnia arytmetyczna, s - odchylenie standardowe/

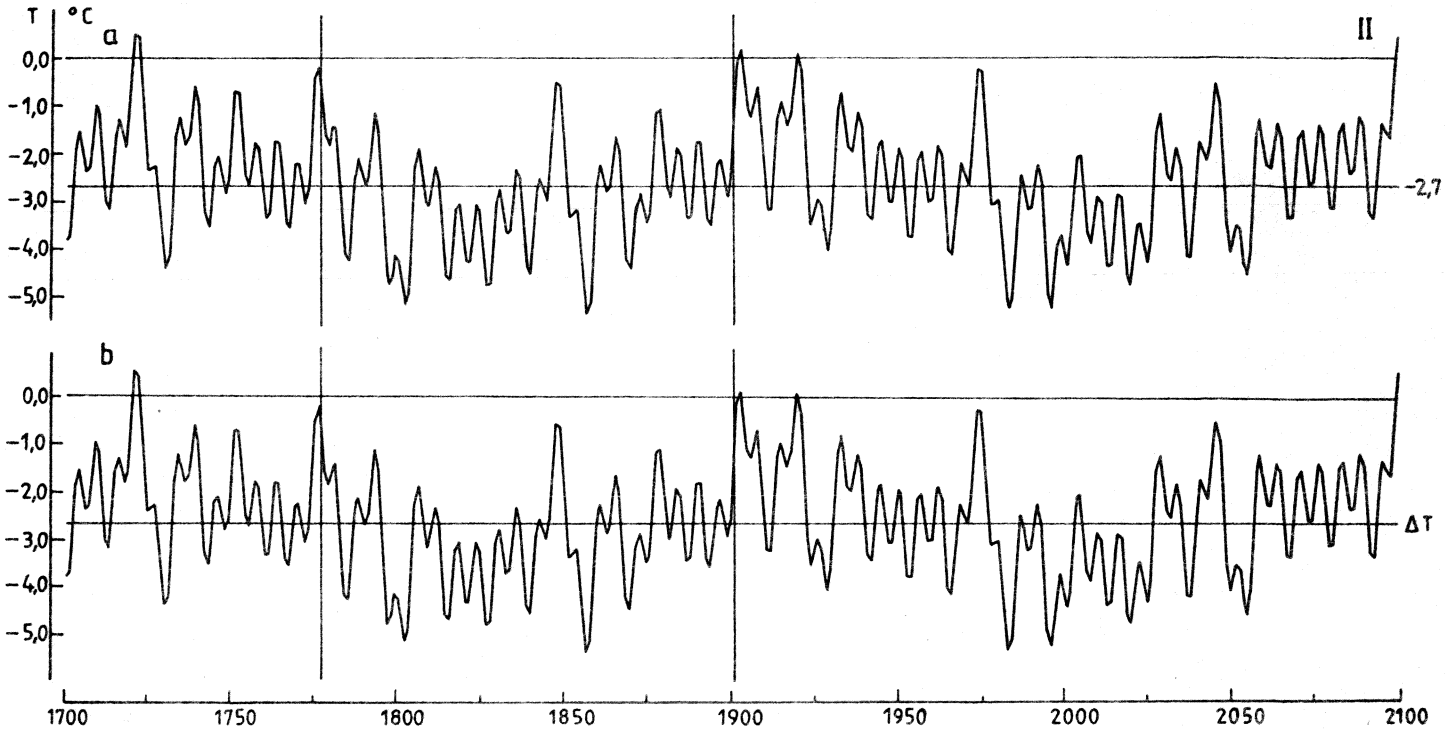
Accuracy evaluation of time trends in air temperature in Warsaw T = f(t), T = F(t): ε - rest deviation, δ - standard error, R - multiple correlation coefficient, F - Fisher-Snedecor test /$\bar{T}$ - arithmetic mean, s - standard deviation/

			T = f(t)				T = F(t)			
	$\bar{T}$	s	ε	δ	R	F	ε	δ	R	F
I	-4,02	3,485	3,186	3,295	0,405	3,08	3,178	3,295	0,411	2,92
II	-2,68	3,242	3,036	3,139	0,351	2,20	3,036	3,148	0,351	2,02
III	0,91	2,653	2,356	2,449	0,460	3,57	2,355	2,455	0,461	3,32
IV	7,32	1,940	1,740	1,818	0,443	2,81	1,738	1,822	0,444	2,65
V	13,37	1,877	1,743	1,803	0,370	2,49	1,743	1,807	0,371	2,29
VI	16,97	1,563	1,436	1,485	0,394	2,88	1,436	1,489	0,394	2,65
VII	18,58	1,498	1,434	1,483	0,290	1,44	1,434	1,487	0,290	1,32
VIII	17,72	1,548	1,412	1,468	0,409	2,67	1,405	1,465	0,419	2,63
IX	13,45	1,485	1,363	1,417	0,396	2,47	1,363	1,421	0,397	2,30
X	7,83	1,715	1,580	1,642	0,389	2,37	1,576	1,643	0,394	2,27
XI	2,14	2,050	1,940	2,016	0,323	1,55	1,853	1,931	0,428	2,76
XII	-2,00	3,124	2,938	3,038	0,340	2,04	2,838	2,942	0,418	3,04
III-V	7,19	1,444	1,248	1,298	0,503	4,47	1,246	1,299	0,505	4,20
VI-VIII	17,76	1,094	0,985	1,030	0,435	2,67	0,984	1,032	0,436	2,51
IX-XI	7,80	1,129	1,058	1,100	0,348	1,82	1,023	1,067	0,422	2,66
XII-II	-2,91	2,378	2,125	2,210	0,449	3,33	2,123	2,214	0,451	3,12
X-III	0,35	1,508	1,309	1,361	0,497	4,32	1,304	1,360	0,502	4,13
IV-IX	14,56	0,872	0,786	0,822	0,432	2,62	0,786	0,824	0,433	2,46
I-XII[1]	7,46	0,947	0,830	0,859	0,481	4,69	0,827	0,858	0,487	4,45
I-XII[2]	7,46	0,947	0,827	0,855	0,487	4,84	0,827	0,858	0,487	4,45



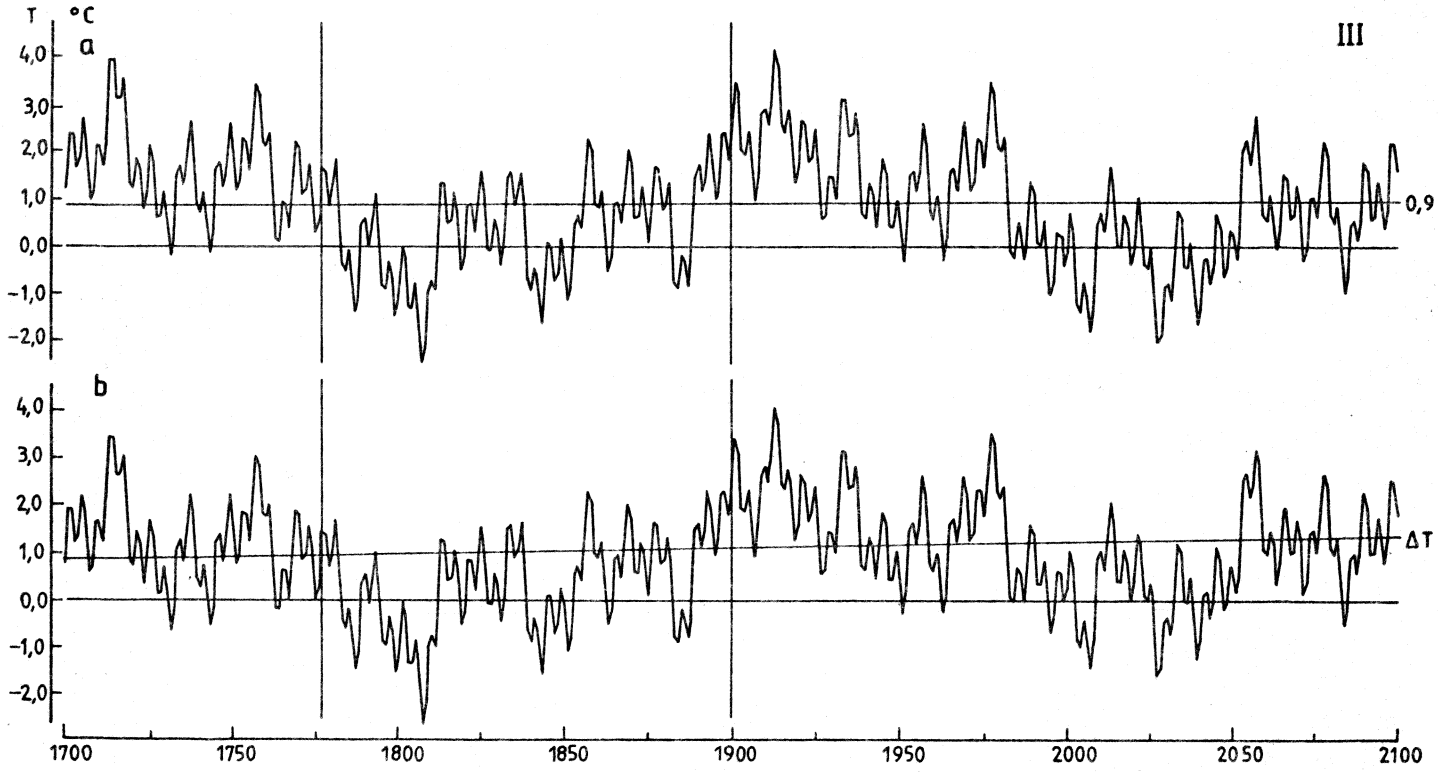
Ryc. 273. Trend wiekowy temperatury powietrza w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 1, 1′/ - styczeń

Century trend of air temperature in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 1, 1′/ - January



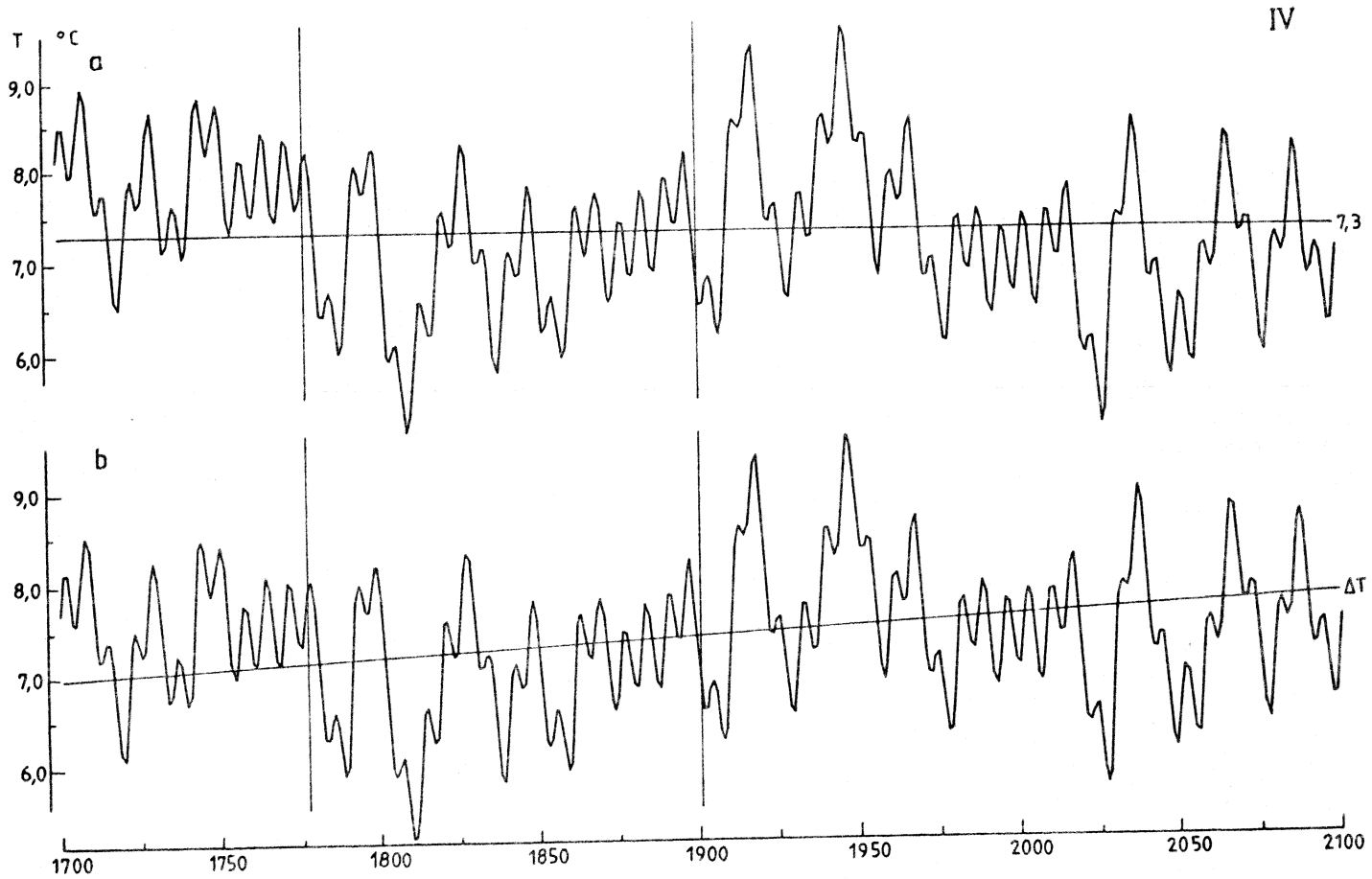
Ryc. 274. Trend wiekowy temperatury powietrza w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 2, 2′/ - luty

Century trend of air temperature in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 2, 2′/ - February



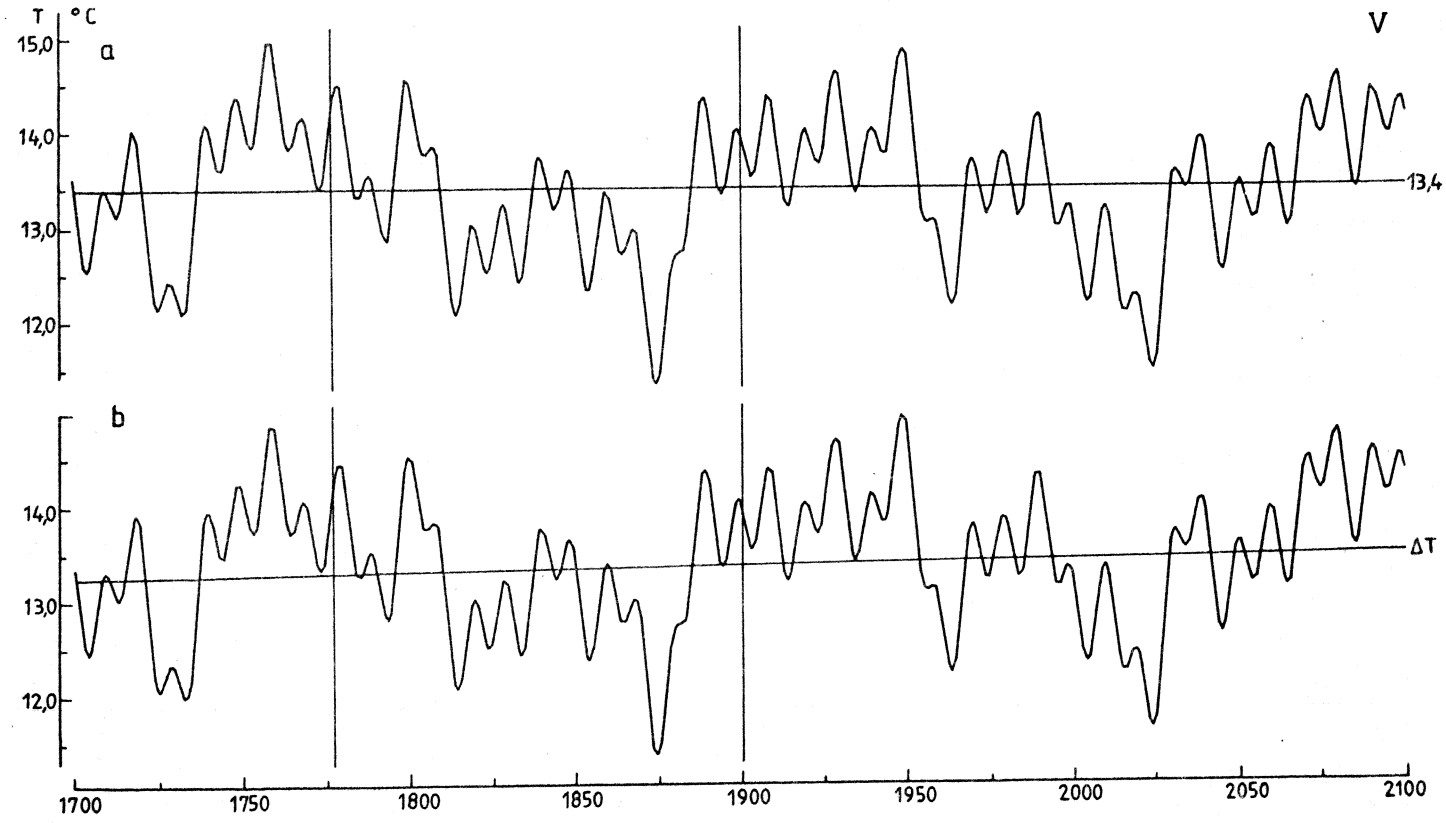
Ryc. 275. Trend wiekowy temperatury powietrza w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 3, 3′/ - marzec

Century trend of air temperature in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 3, 3′/ - March



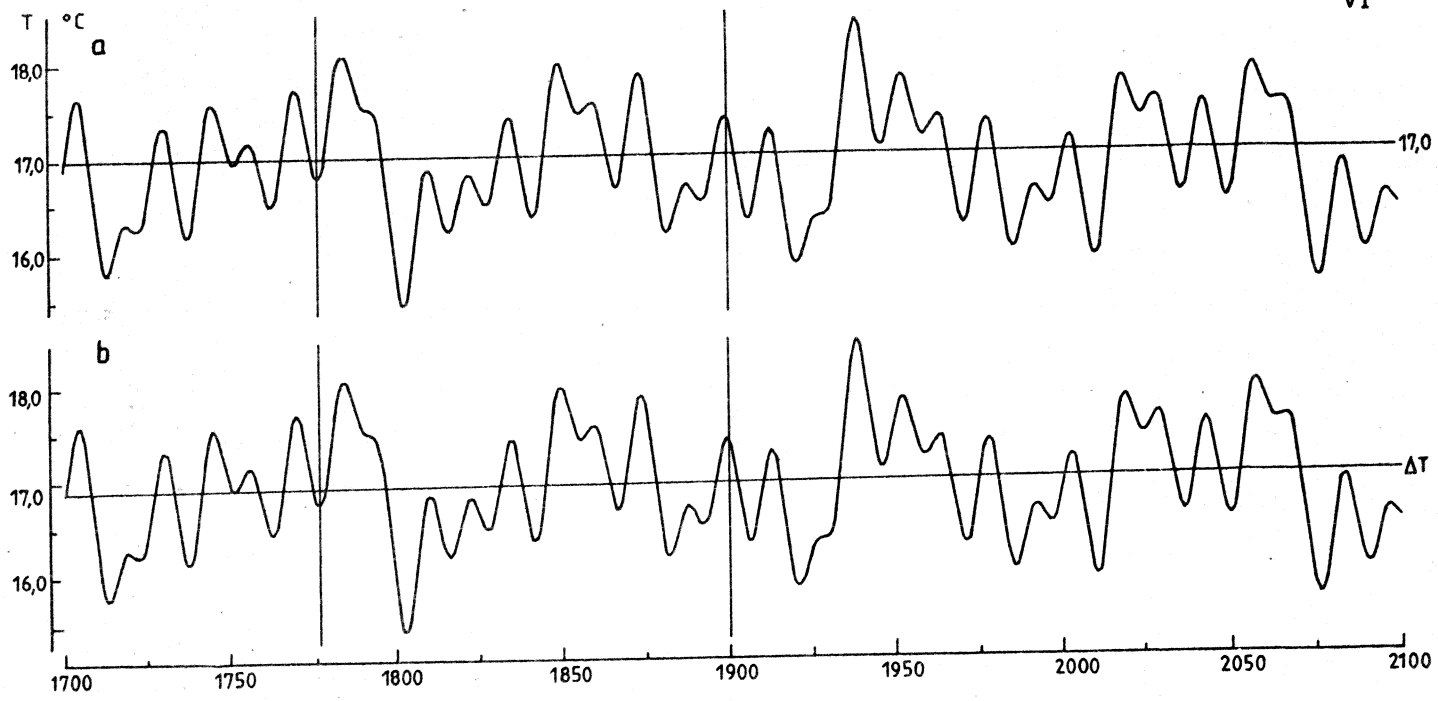
Ryc. 276. Trend wiekowy temperatury powietrza w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 4, 4′/ - kwiecień

Century trend of air temperature in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 4, 4′/ - April



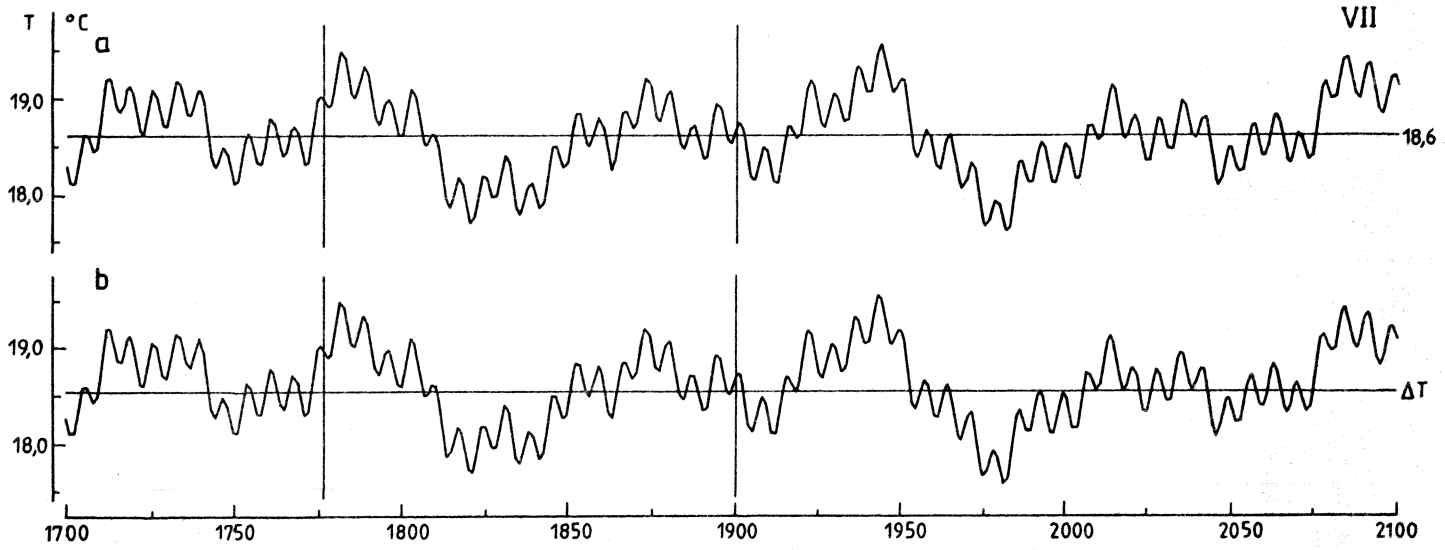
Ryc. 277. Trend wiekowy temperatury powietrza w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 5, 5′/ - maj

Century trend of air temperature in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 5, 5′/ - May



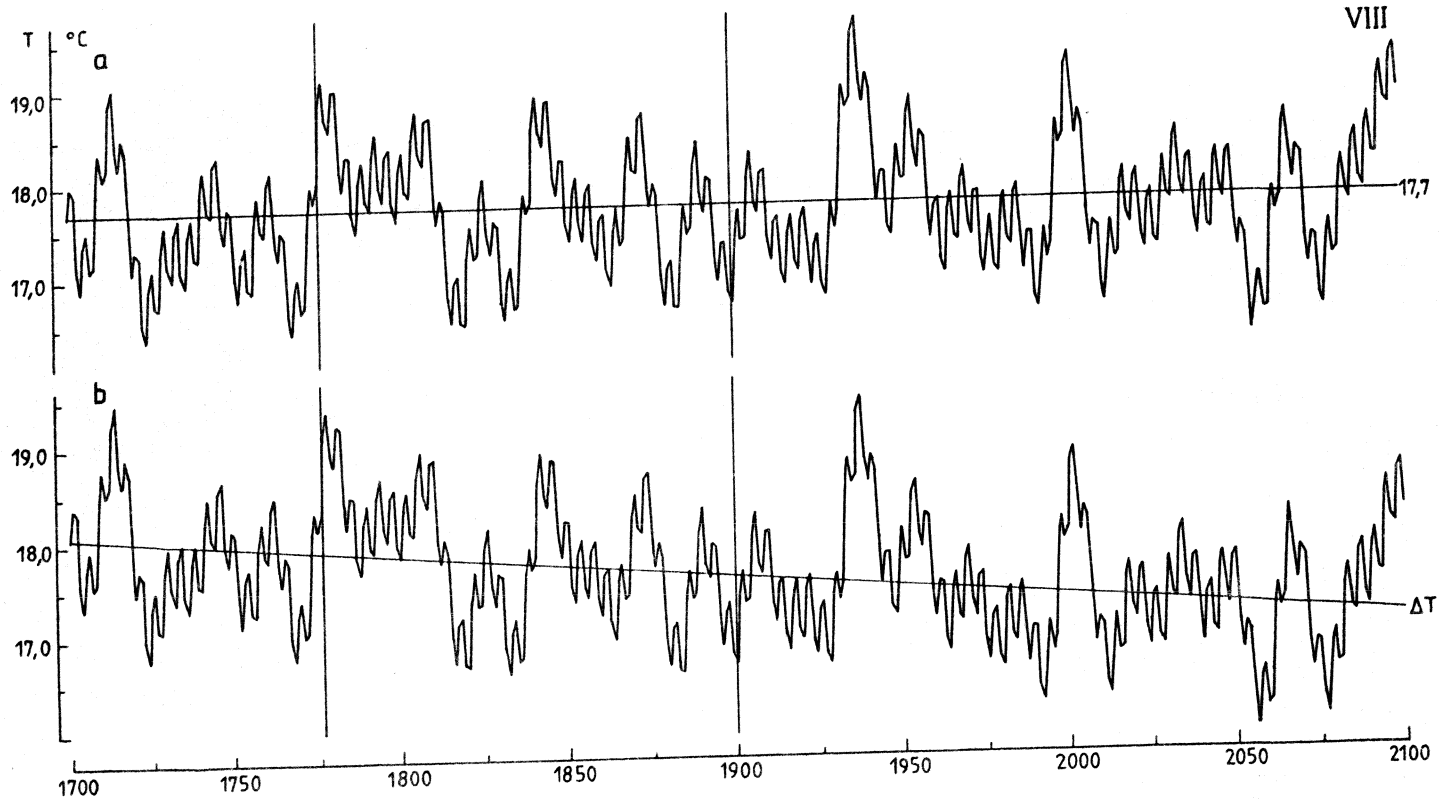
Ryc. 278. Trend wiekowy temperatury powietrza w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 6, 6′/ - czerwiec

Century trend of air temperature in Warsaw in the period 1700 - 2100 : a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 6, 6′/ - June



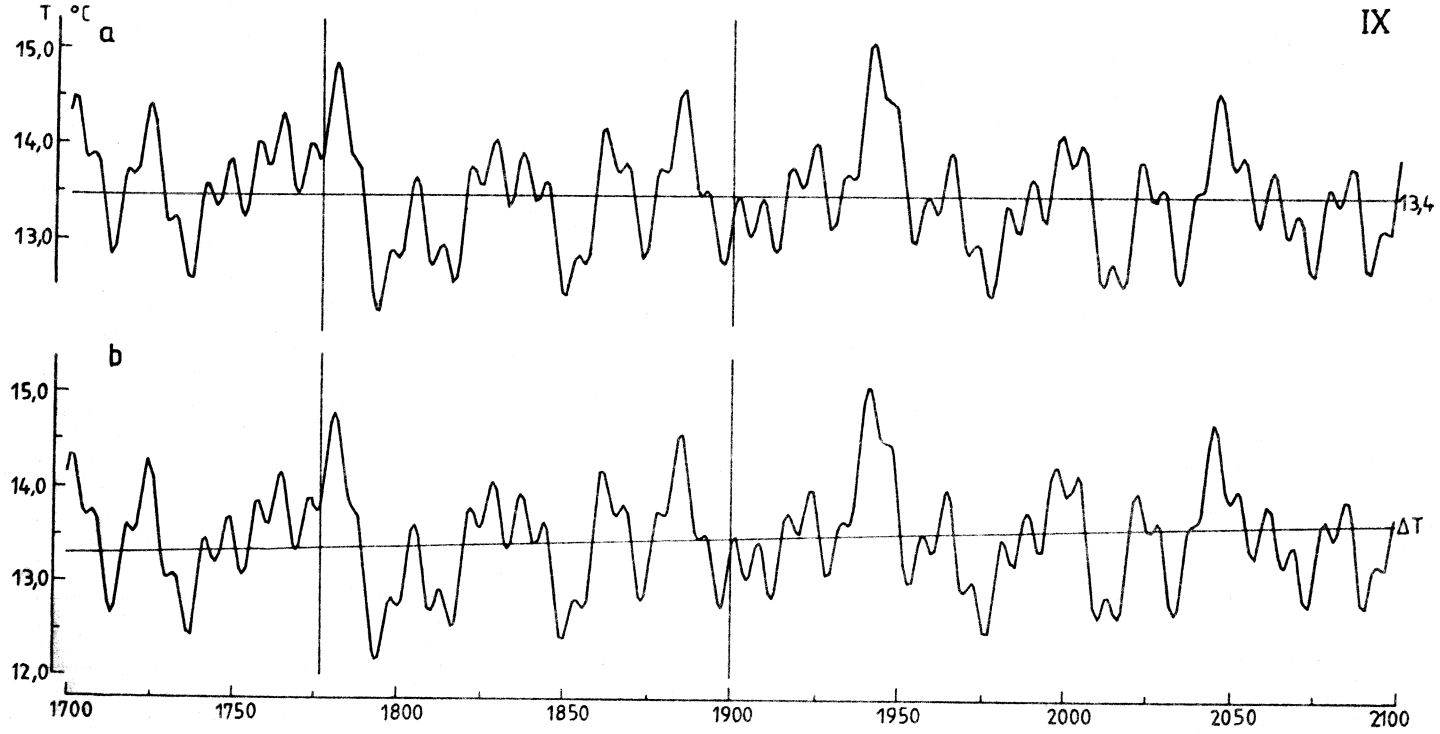
Ryc. 279. Trend wiekowy temperatury powietrza w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 7, 7′/ - lipiec

Century trend of air temperature in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 7, 7′/ = July



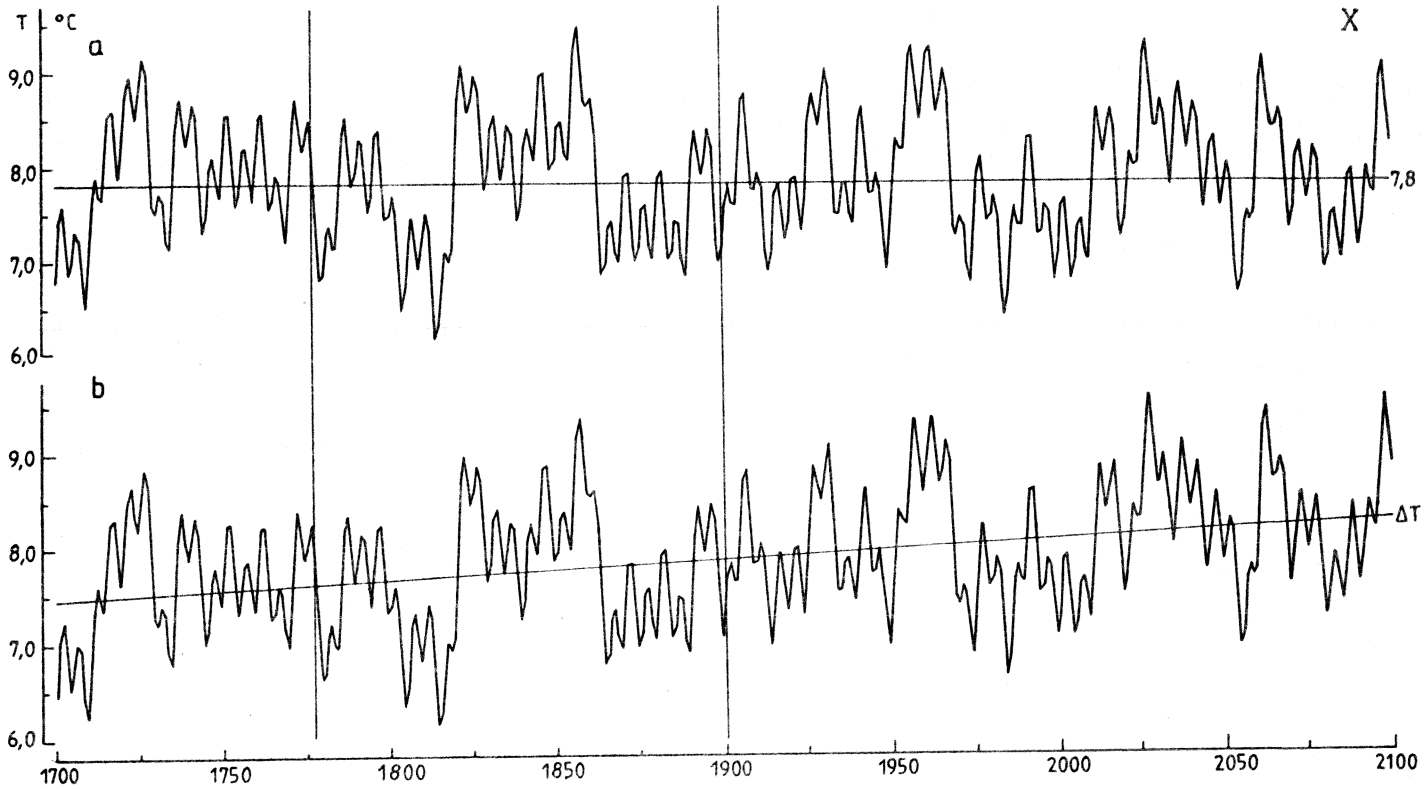
Ryc. 280. Trend wiekowy temperatury powietrza w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 8, 8′/ - sierpień

Century trend of air temperature in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 8, 8′/ - August



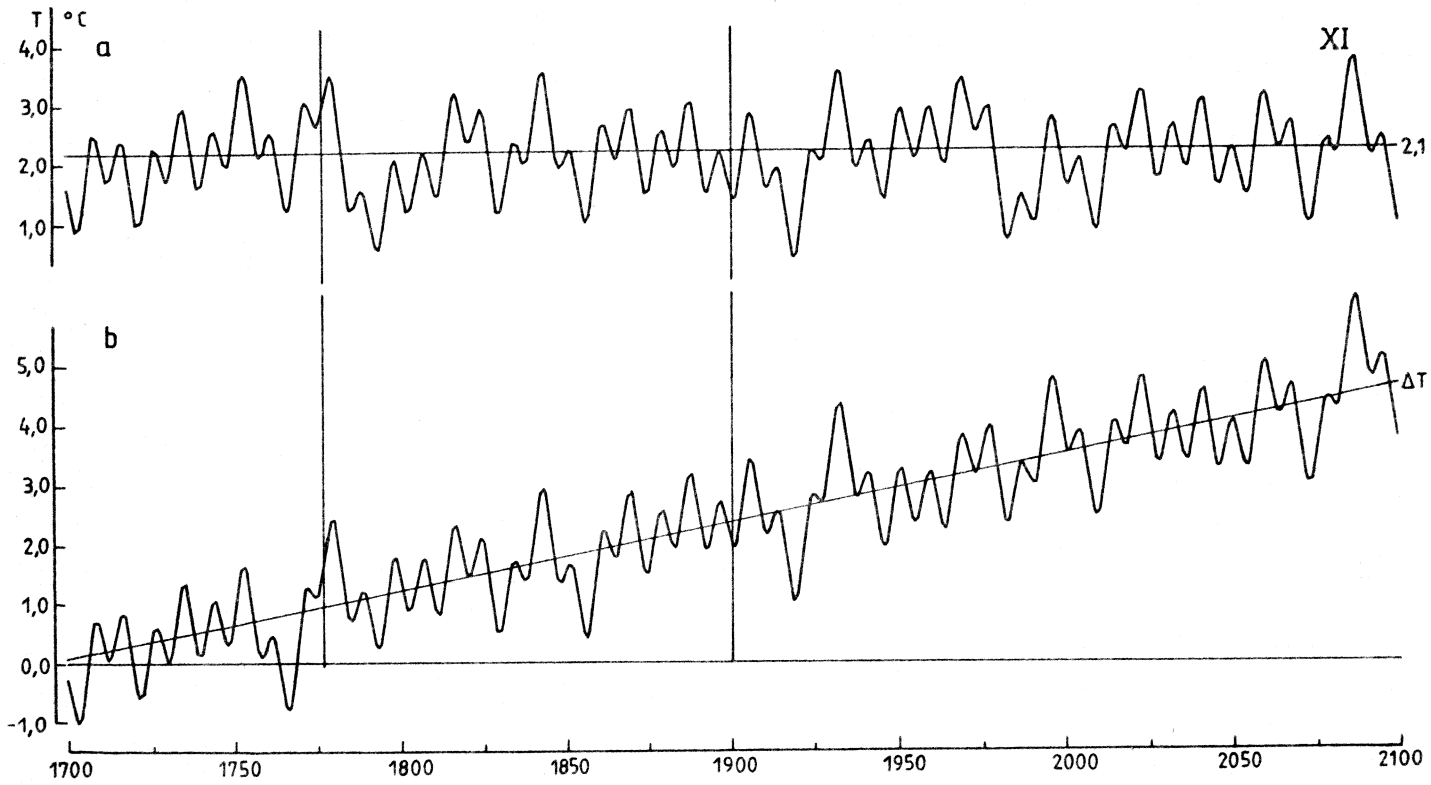
Ryc. 281. Trend wiekowy temperatury powietrza w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 9, 9'/ - wrzesień

Century trend of air temperature in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 9, 9'/ - September



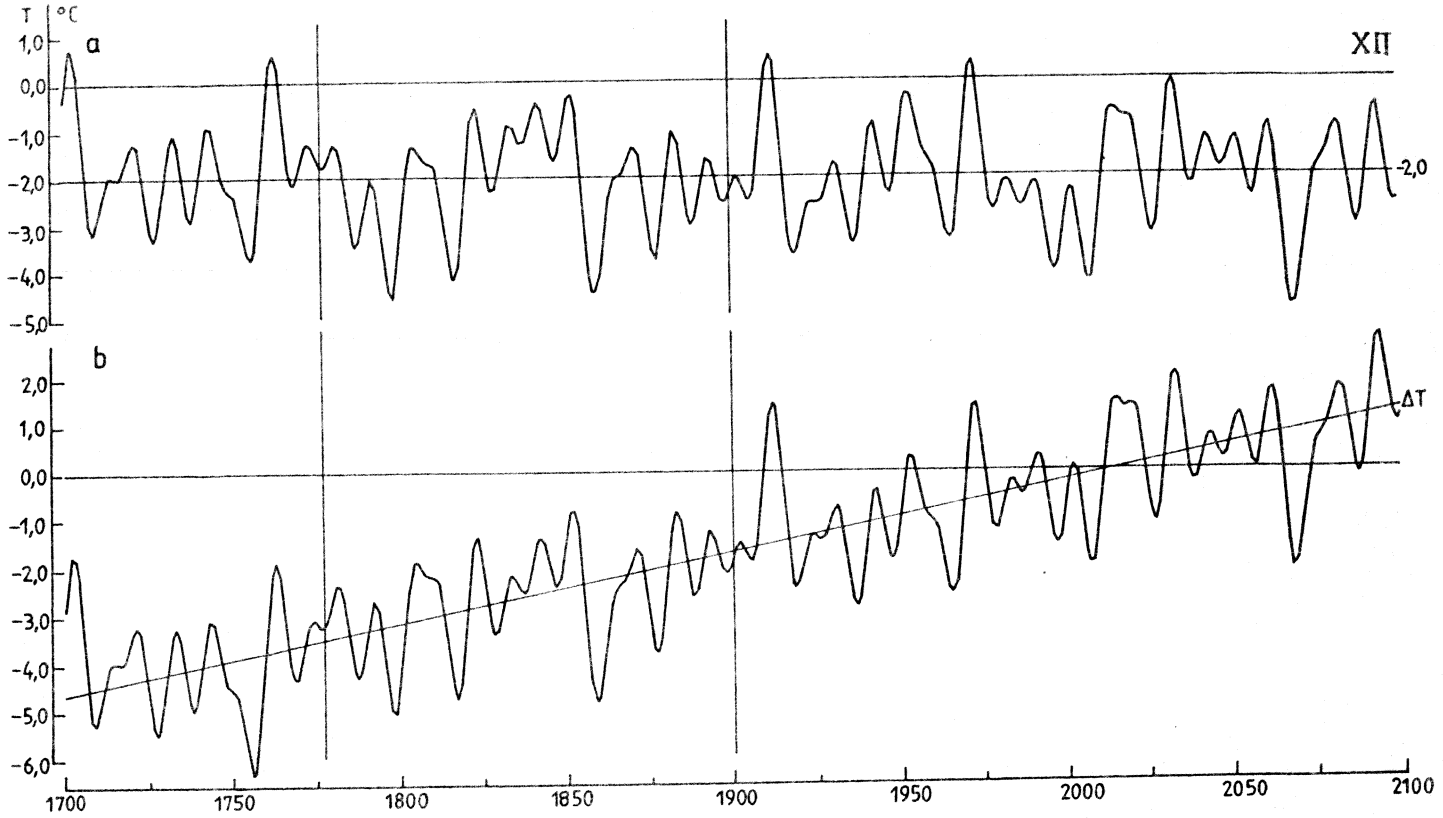
Ryc. 282. Trend wiekowy temperatury powietrza w Warszawie w latach 1700 - 2100: a = zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 10, 10′/ - październik

Century trend of air temperature in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 10, 10′/ - October



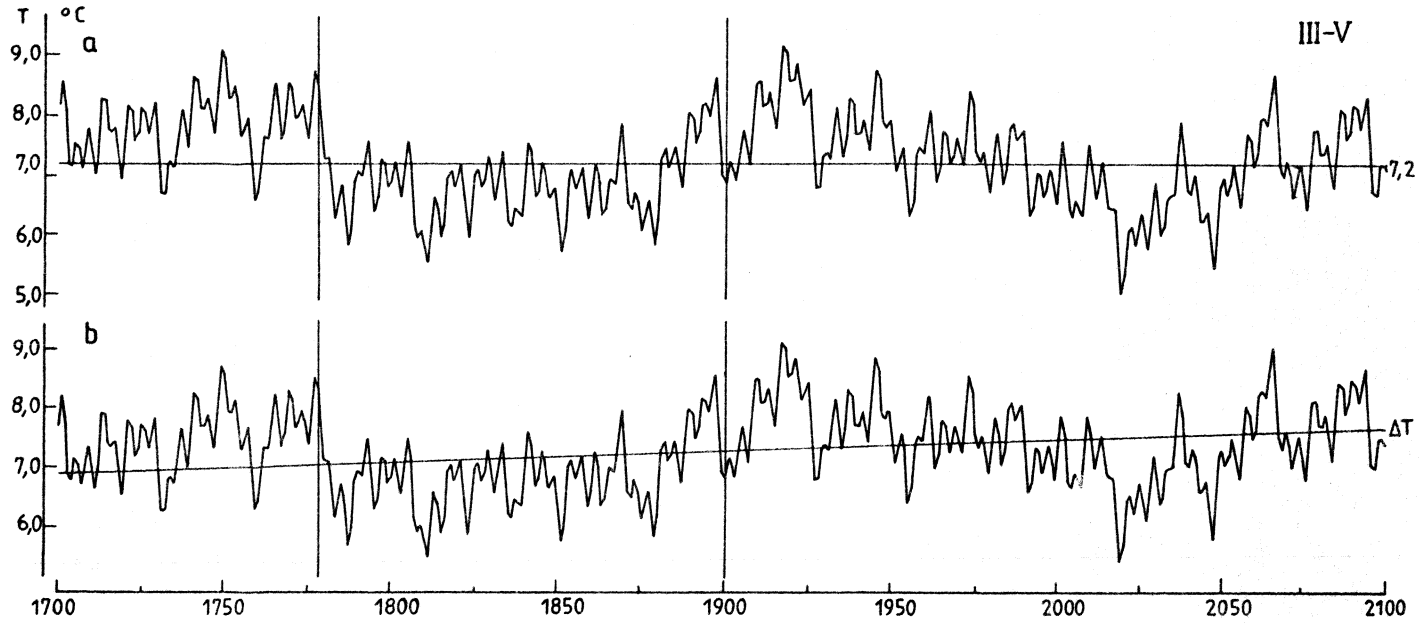
Ryc. 283. Trend wiekowy temperatury powietrza w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 11, 11´/ - listopad

Century trend of air temperature in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 11, 11´/ - November



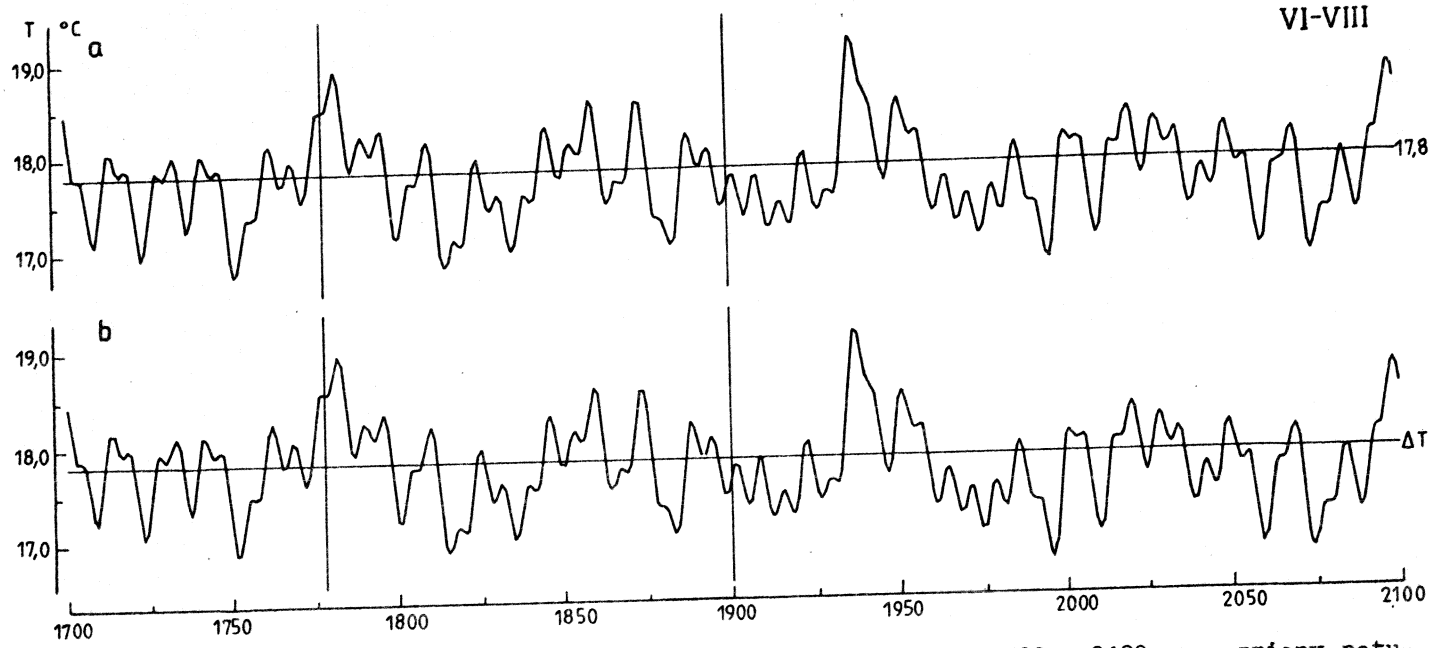
Ryc. 284. Trend wiekowy temperatury powietrza w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 12, 12´/ - grudzień

Century trend of air temperature in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 12, 12´/ - December



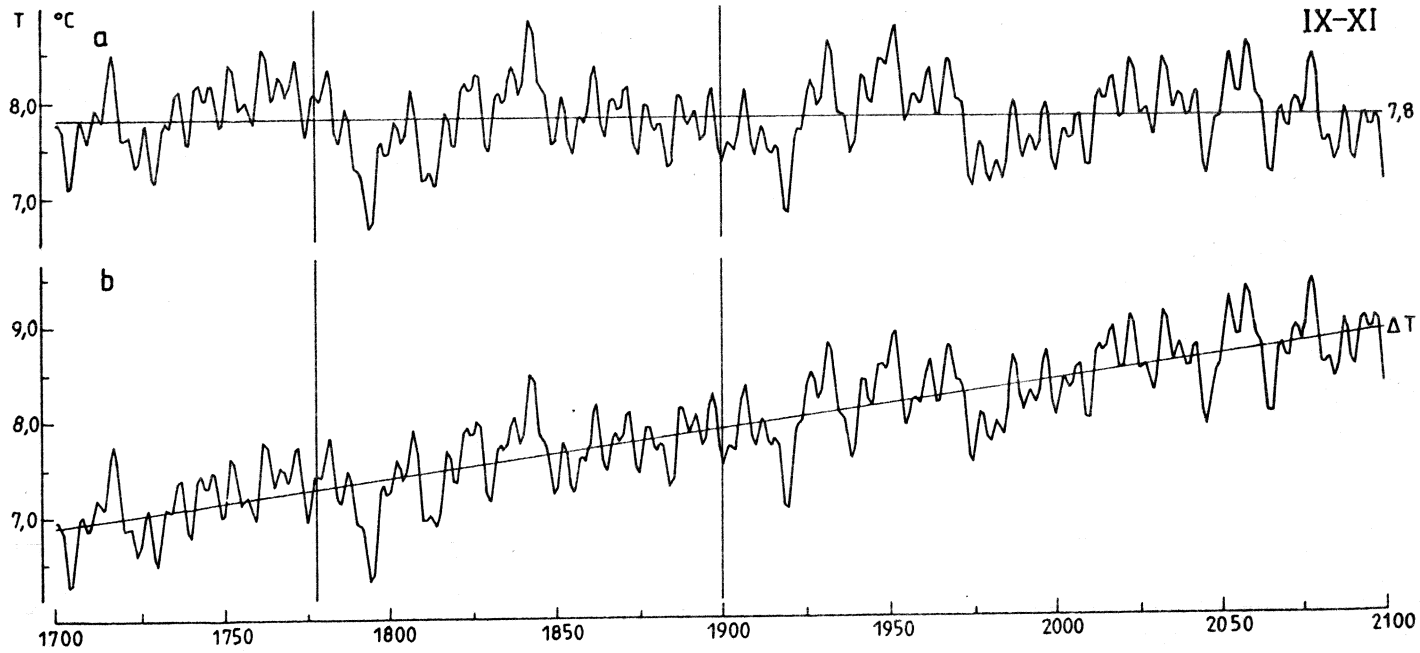
Ryc. 285. Trend wiekowy temperatury powietrza w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 13, 13'/ - wiosna

Century trend of air temperature in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 13, 13'/ - spring



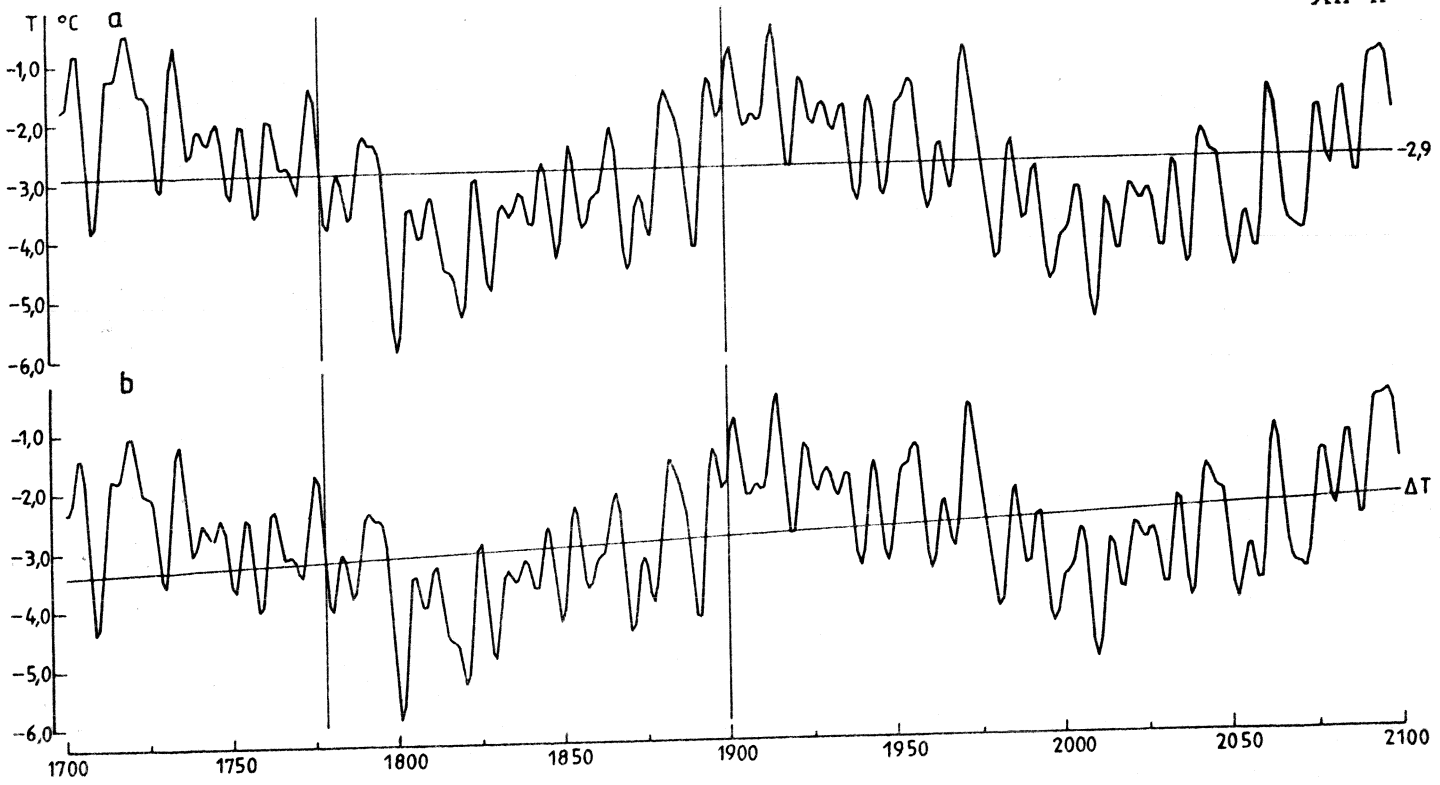
Ryc. 286. Trend wiekowy temperatury powietrza w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 14, 14´/ - lato

Century trend of air temperature in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 14, 14´/ - summer



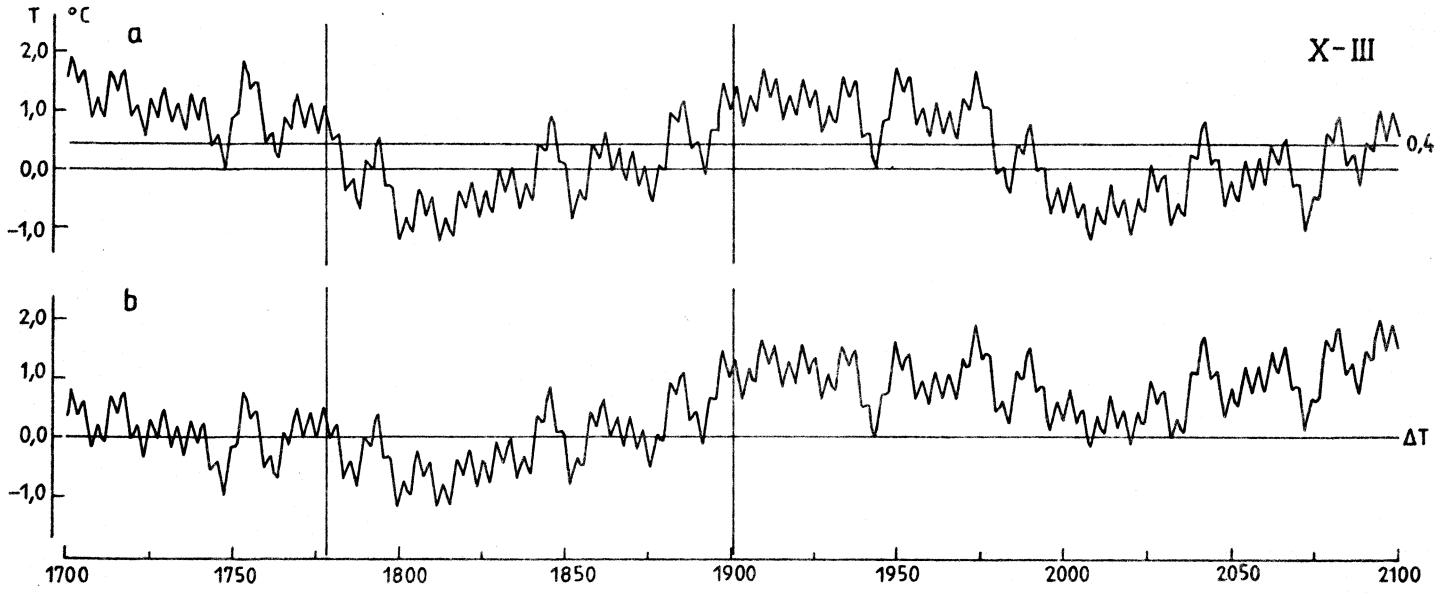
Ryc. 287. Trend wiekowy temperatury powietrza w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 15, 15'/ - jesień

Century trend of air temperature in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 15, 15'/ - autumn



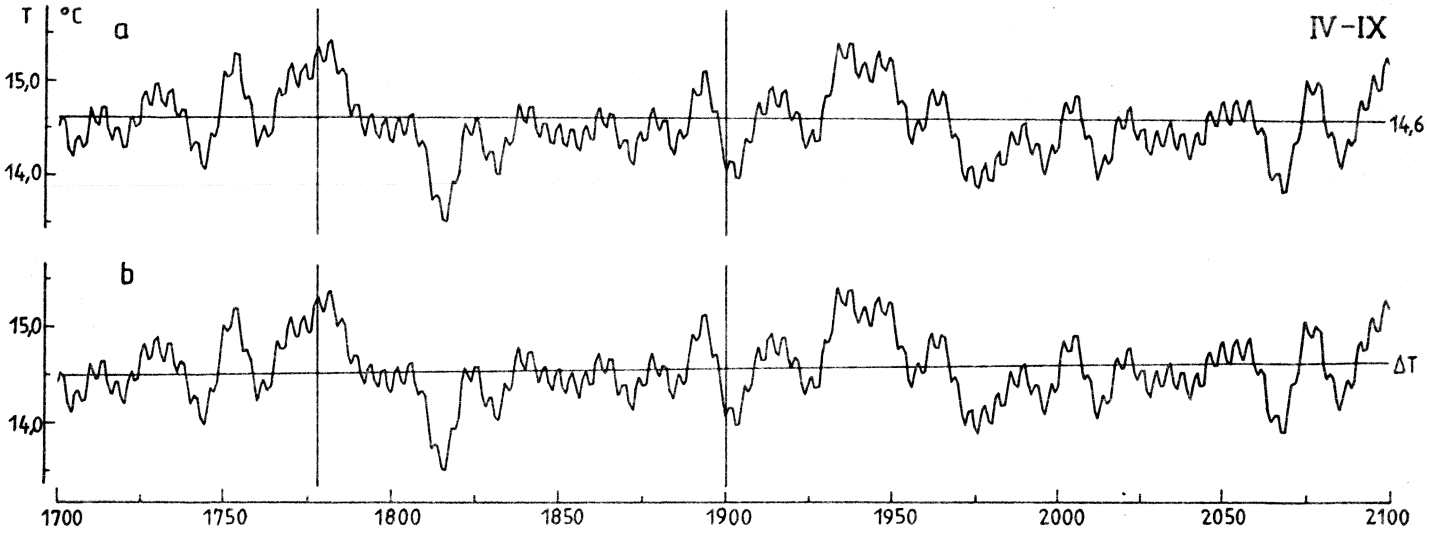
Ryc. 288. Trend wiekowy temperatury powietrza w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 16, 16´/ - zima

Century trend of air temperature in Warsaw in the period 1700 - 2100: - a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 16, 16´/ - winter



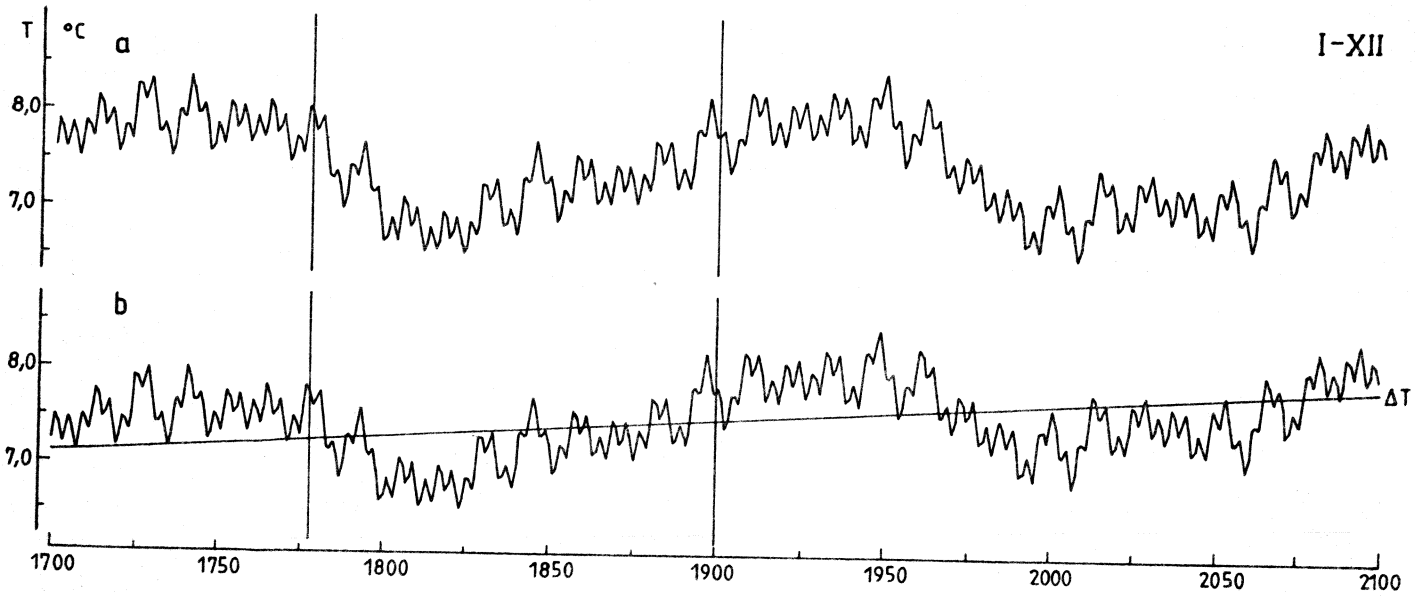
Ryc. 289. Trend wiekowy temperatury powietrza w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 17, 17´/ - półrocze chłodne

Century trend of air temperature in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 17, 17´/ - cold period



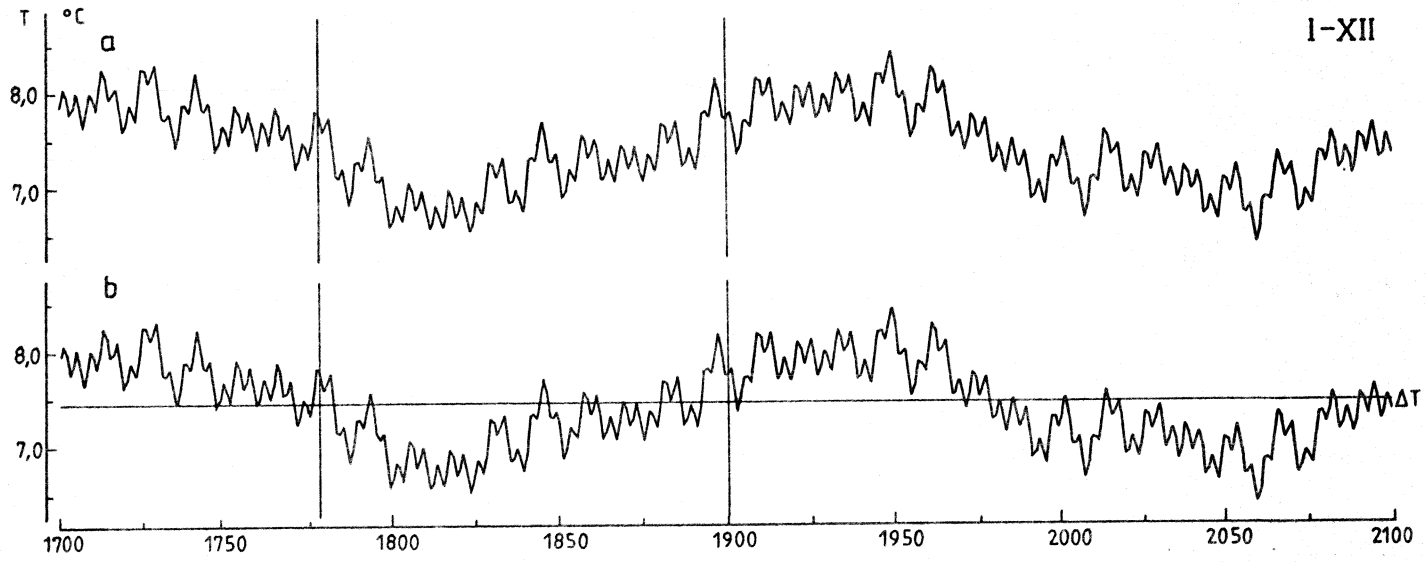
Ryc. 290. Trend wiekowy temperatury powietrza w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 18, 18´/ - półrocze ciepłe

Century trend of air temperature in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 18, 18´/ - warm period



Ryc. 291A. Trend wiekowy temperatury powietrza w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 19, 19´/ - rok 1

Century trend of air temperature in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 19, 19´/ - year 1



Ryc. 291B. Trend wiekowy temperatury powietrza w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 20, 20′/ - rok 2

Century trend of air temperature in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 20, 20′/ - year 2

VI. TREND WIEKOWY OPADÓW ATMOSFERYCZNYCH W POLSCE

Analiza harmoniczna - wyznaczanie kolejnych wyrazów szeregu Fouriera jest mało "precyzyjną" metodą wykrywania okresów opadów atmosferycznych. Tylko niektóre z przyjętych a priori harmonik: $n, \frac{n}{2}, \frac{n}{3}, \ldots$ są przypadkowo równe prawdziwym okresom /np. cykl 70 lat - Kaczorowska, 1961/.

Niedoskonałość tej metody wykażemy na przykładzie rocznych sum /konsekutywnych 12-miesięcznych/ opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1813 - 1980 /n = 2005/.

Okresy rzeczywiste ϑ wyznaczone metodą kolejnych sinusoid regresji /maksima widma oscylacji - ciągu amplitud $b_1, \ldots, b_n$/ i amplitudy zmian $2b = P_{max} - P_{min}$ /w mm/ wynoszą:

okres	$P_{max}-P_{min}$	okres	$P_{max}-P_{min}$	okres	$P_{max}-P_{min}$
0,583	5,0	4,250	72,7	11,667	53,3
1,250	11,6	4,417	54,0	13,667	29,5
1,500	18,9	4,833	50,4	16,333	76,1
1,750	29,5	5,083	55,2	19,333	67,4
2,250	29,8	5,333	76,8	22,250	44,2
2,500	35,8	6,000	62,6	28,000	33,6
2,833	47,0	8,083	37,0	39,250	33,6
3,500	63,1	9,667	48,5	56,417	60,5
3,917	46,3	10,667	27,1	112,500	57,6

Okresy te ustalono na podstawie n = 2005 danych, wybierając je spośród 2400 sinusoid regresji. Okres sinusoidy regresji/parametr ϑ/ zmieniano od 0,25 do 200 lat z krokiem $\Delta\vartheta = \frac{1}{12} = 0{,}0833$ roku.

Natomiast 20 składowych harmonicznych otrzymanych dla tego samego ciągu chronologicznego opadów liczącego n = 168 lat /j = 1, 2, ..., 20/ zestawiono niżej:

$\frac{n}{j}$	$P_{max}-P_{min}$	$\frac{n}{j}$	$P_{max}-P_{min}$
168,00	33,2	15,27	41,2
84,00	32,8	14,00	26,8
56,00	60,4	12,92	13,8
42,00	27,6	12,00	42,2
33,60	20,8	11,20	19,2
28,00	33,6	10,50	21,4
24,00	26,4	9,88	45,4
21,00	41,6	9,33	40,8
18,67	60,0	8,84	11,8
16,80	66,4	8,40	16,6

Z porównania tego wynika, iż metodą analizy harmonicznej uzyskuje się tylko część informacji o okresach opadów atmosferycznych. Jedynie dwie harmoniki $\frac{n}{3}$ = 56 lat i $\frac{n}{6}$ = 28 lat, wynikające z podziału ciągu chronologicznego opadów o liczebności n = 168 lat na trzy i sześć części, wyrażają okresy prawdziwe. Okresy rzeczywiste w tych przypadkach wynoszą ϑ = 56,417 i ϑ = 28,00 lat. Opady atmosferyczne nie ulegają periodyczności 168-letniej, ani też 84-letniej, na co wskazują pierwsza i druga składowe harmoniczne. Najdłuższy okres opadów w Warszawie jest równy ϑ = 112,5 lat - o amplitudzie 57,6 mm.

Istnieje zbieżność okresów rzeczywistych opadów atmosferycznych w Warszawie /1813 - 1980/ z okresami otrzymanymi metodą autokorelacji /Kożuchowski, 1990/ w paśmie dużych częstości zmian. Oto porównanie okresów rzeczywistych opadów w Warszawie z okresami sum rocznych opadów w Polsce /1881 - 1980/, obliczonymi metodą autokorelacji:

autor	39,3	10,7	6,0	4,8	3,5	2,5	2,3 lat
Atlasu							
K. Kożuchowski	39,9	11,0	6,7	4,7	3,4	2,7	2,4 lat

Roczne sumy opadów w Warszawie ulegają m.in. okresowi 39,25 lat, znacznie różniącemu się od cyklu 35-letniego, stwierdzonego przez E. Brücknera /1890/.

Niedoskonałość metody autokorelacyjnej występuje w pasmach średnich częstości, a szczególnie małych częstości zmian /długich okresów/.

Interesujące są też wyniki badań A. Ewerta /1984/ dotyczące przestrzenno-czasowej zmienności opadów atmosferycznych w Polsce,

ze szczególnym uwzględnieniem północno-zachodniej części Polski. Wyrównując np. ciągi chronologiczne opadów /1891 - 1980/, cyrkulacji atmosferycznej /1891 - 1976/, zachodniej składowej wiatru geostroficznego na poziomie 500 hPa w sektorze atlantycko-europejskim /1881 - 1976/ wyjaśnia on mechanizm występowania ekstremów wiekowych.

Innym wskaźnikiem opadów atmosferycznych są odpływy rzek. Istotne znaczenie w określeniu wiekowych odpływów rzek mają wcześniejsze prace J. Stachy /1968, 1970/ oraz J. Jokiela i K. Kożuchowskiego /1900/. J. Stachy stwierdza istotną statystycznie zależność między cyklami odpływów rzek i cyklami wiekowymi aktywności Słońca oraz zmianami wiekowymi cyrkulacji zachodniej, wschodniej, południkowej wg klasyfikacji Wangenheima.

Natomiast J. Jokiel i K. Kożuchowski dokonali analizy spektralnej /autokorelacyjnej/ odpływów rzek. Trzeba zaznaczyć, że tylko okresy krótkie /do kilkunastu lat/, wyznaczone tą metodą, są wiarygodne.

Należy także wspomnieć o badaniach periodyczności odpływów rzek północno-wschodniej Europy metodą Boryczki /Gutry-Korycka, Boryczka 1989/. Odpływ ośmiu dużych rzek: Łaba /1856 - 1969/, Niemen /1812 - 1979/, Wisła /1901 - 1980/, Odra /1901 - 1980/, Newa /1859 - 1984/, Göta-alv /1807 - 1979/, Kymijoki /1900 - 1979/ i Kemijoki /1911 - 1979/ cechują się okresami 5 - 8 lat i 10 - 15 lat - zbliżonymi do cyklu 11-letniego aktywności Słońca. Nieco dłuższy cykl /17 - 22-letni/ zaznacza się w odpływach sześciu rzek /bez Kymijoki i Kemijoki/. Cykl 27 - 36-letni, zbliżony do brücknerowskiego, występuje w przypadku siedmiu rzek /bez Odry/. Najdłuższe cykle, które zostały wykryte, wynoszą: Newa - 132 lata, Łaba - 101 lat, Göta - 87 lat, Niemen - 67 lat. Dwa z tych cykli: Łaba - 101 lat, Göta - 87 lat i podane w publikacji J. Stachy /1970/: Wełtawa - 86 lat, Niemen - 82 lata, Łaba - 85 lat, Dniepr - 88 lat są zbliżone do 91-letniego cyklu wiekowego aktywności Słońca /1749 - 1980/.

Interesujące są też trendy wiekowe odpływów rzek otrzymane metodami wprowadzonymi w Zakładzie Klimatologii Uniwersytetu Warszawskiego, wynikające z nakładania się cykli naturalnych /okresowych/ i składnika liniowego /antropogenicznego/ - Boryczka, Stopa-Boryczka 1984.

Zmiany wiekowe opadów atmosferycznych w Polsce - ich okresowość i trend czasowy - są częściowo rozwiązywane w ramach prac magisterskich /Dębska, 1986, Tomasik, 1990, Grzęda, 1990/.

1. Widma oscylacji opadów atmosferycznych

Miesięczne, sezonowe, półroczne i roczne sumy opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1813 - 1980 podano na wykresach ryc. 292-310.

Widma oscylacji $b_1, \ldots, b_N$ i oscylogramy korelacji $R_1, \ldots, R_N$ opadów atmosferycznych w Warszawie, wyznaczone metodą kolejnych sinusoid regresji

$$P = a_j + b_j \sin\left(\frac{2\pi}{\vartheta_j} t + c_j\right) \qquad j = 1, \ldots, 250$$

przy kroku $\Delta\vartheta = 1$ rok, przedstawiają wykresy na ryc. 311-329.

Okresy rzeczywiste opadów atmosferycznych /ϑ/, amplitudy /b/, przesunięcia fazowe /c/ i wartości charakterystyki Fishera-Snedecora F zestawiono w tab. 103-122. Wartości krytyczne testu Fishera-Snedecora o $n_1=2$ i $n_2=165$ stopniach swobody dla poziomów istotności 1%, 5%, 10% wynoszą: $F_{tab}=4{,}74$, $F_{tab}=3{,}05$, $F_{tab}=2{,}35$.

Okresy rzeczywiste / ϑ / miesięcznych sum opadów są zawarte w przedziałach: 3 - 6, 9 - 13, 15 - 23, 30 - 44, 51 - 67, 74 - 100, 113 - 129 lat.

Długości najdłuższych okresów w poszczególnych miesiącach wynoszą:

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
ϑ	100	93	139	64	133	80	74	100	100	129	115	113	lat
b	2,1	7,9	6,7	2,5	3,8	8,1	8,3	4,2	4,5	7,5	4,4	4,0	mm

We wszystkich miesiącach występuje okres 9 - 13 lat, zbliżony do cyklu 11-letniego aktywności Słońca:

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
ϑ	10	10	10	10	11	9	11	13	10	.	10	11
b	3,9	3,2	4,0	5,8	5,7	9,8	8,2	9,5	7,9	.	7,2	7,0

z wyjątkiem października /5 - 17 lat: 2 = 11 lat/.

Na przykład w miesiącach I kwartału roku maksima cykli 10-letnich występują w latach:

I	1817	1827	1837	1847	1957	...	1917	1927	1937	1947	1957
II	1818	1828	1838	1848	1858	...	1918	1928	1938	1948	1958
III	1818	1828	1838	1848	1858	...	1918	1928	1928	1948	1958
IV	1818	1828	1838	1848	1858	...	1918	1928	1938	1948	1958

o maksymalnej aktywności Słońca:

W_{max}	1817	1830	1837	1848	1860	...	1917	1927	1937	1947	1957

W drugiej połowie XIX i na początku XX wieku maksima opadów występują podczas minimów aktywności Słońca: 1867, 1878, 1889, 1901, 1913, 1923.

Roczne sumy opadów atmosferycznych w Warszawie /1813 - 1980/ ulegają okresowym zmianom:

ϑ	6	16	19	58	112 lat
b	28,4	36,0	31,6	30,9	30,0 mm

Dwa najdłuższe cykle opadów opisują równania sinusoid regresji:

$$P = 569{,}3 + 30{,}86 \sin\left(\frac{2\pi}{58} t - 2{,}930\right)$$

$$P = 565{,}0 + 30{,}00 \sin\left(\frac{2\pi}{112} t - 0{,}861\right)$$

Istnieje zbieżność czasowa ekstremów cykli: opadów atmosferycznych - 58 lat, temperatury powietrza - 60 lat i aktywności Słońca - 59 lat:

P_{max}	T_{max}	W_{max}
1796	1780	1781
1853	1840	1840
1912	1900	1899
1970	1960	1958
2028	2020	2017

Ekstrema cyklu 112 lat opadów o amplitudzie 2b = 60 mm przypadają na lata: maksima - 1631, 1743, 1855, 1967, 2079, a minima - 1687, 1799, 1911, 2023.

2. Naturalne i antropogeniczne zmiany opadów atmosferycznych

Przyjmując znane rzeczywiste okresy ϑ_j opadów wg tab. 103-121 w szeregu czasowym

$$P = f(t) = a_o = \sum_{j=1}^{k} b_j \sin\left(\frac{2\pi}{\vartheta_j} t + c_j\right)$$

i minimalizując wariancję resztową $\varepsilon^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left[P_i - f(t_i)\right]^2$ otrzymano trendy wiekowe opadów atmosferycznych w Warszawie - wzory (1), ..., (19).

Zmierzone sumy opadów atmosferycznych (P) są wypadkową dwóch składników: naturalnego (P_o) i antropologicznego (ΔP):

$$P = P_o + \Delta P$$

Istnieje możliwość ich obliczenia, ponieważ składnik naturalny P_o ulega okresowym zmianom (ϑ_j), a składnik antropogeniczny ΔP zmienia się w przybliżeniu liniowo. Obserwuje się stałą tendencję rosnącą zawartości pyłów /jąder kondensacji pary wodnej/ w atmosferze.

Składnik naturalny (T_o) i antropogeniczny (ΔT) rozdzielono, wprowadzając do funkcji trendu opadów atmosferycznych F(t) składnik liniowy $\Delta T = at$.:

$$P = a_o + \underbrace{a\ t}_{\substack{\text{składnik}\\ \text{antropo-}\\ \text{geniczny}}} + \underbrace{\sum_{j=1}^{k} b_j \sin\left(\frac{2\pi}{\vartheta_j} t + c_j\right)}_{\text{składnik naturalny}}$$

Współczynnik regresji cząstkowej a jest miarą antropogenicznych zmian opadów atmosferycznych, wywołanych np. wzrostem koncentracji pyłów w atmosferze, parowania ze sztucznych powierzchni, zachmurzenia itp.

Tendencja zmian jest rosnąca, gdy $a > 0$ i malejąca przy $a < 0$ (wzory 1', ..., 19').

Człon liniowy $a_o + at$ funkcji trendu $P = F(t)$ aproksymuje nieźle dowolne antropogeniczne zmiany opadów atmosferycznych. Po prostu jest to pierwszy wyraz rozwinięcia funkcji a(t) w szereg Taylora względem czasu t /metodą najmniejszych kwadratów/. Jest on pierwszym składnikiem równania paraboli

$$T = a_o + a_1 t + a_2 t^2 + \ldots$$

czy też wielomianu wyższego stopnia względem czasu.

Składnik liniowy $\Delta P = at$ może też aproksymować naturalne zmiany opadów - odcinek sinusoidy o bardzo długim nie wykrytym okresie. Przyjęcie zależności wielomianowej, a nawet parabolicznej

$$\Delta P = a_1 t + a_2 t^2$$

prowadzi już do częściowej aproksymacji zmian naturalnych - o dłuższych znanych okresach ϑ_j.

Przyrosty antropogeniczne opadów atmosferycznych $\Delta P = at$ w Warszawie /1813 - 1980/ ulegają rocznym zmianom

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
a	6,3	2,2	-2,4	1,9	2,0	-4,6	5,7	-4,8	-3,5	1,6	4,4	0,9	mm/100 lat

i zmieniają znak w ciągu roku z dodatniego $(a > 0)$ na ujemny $(a < 0)$.

Stała tendencja zmian a jest największa w miesiącach: styczeń a = 6,3 mm/100 lat, lipiec a = 5,7 mm/100 lat. Współczynnik regresji cząstkowej a przyjmuje znaczne ujemne wartości w sierpniu a = -4,8 mm/100 lat i wrześniu a = -3,5 mm/100 lat. W niektórych miesiącach antropogeniczne zmiany opadów są bardzo małe /np. w grudniu a = 0,9 mm/100 lat/ - nieistotne statystycznie /wg testu Studenta T_j/.

Składnik antropogeniczny $\Delta P = at$ jest także mały w przypadku sum w półroczach chłodnym /X-III/, ciepłym /IV-IX/ i sumy rocznej /I-XII/.

X-III $\quad P = 207,6 + 0,02291\ t + \ldots$
IV-IX $\quad P = 355,2 + 0,00057\ t + \ldots$
I-XII $\quad P = 562,5 - 0,02481\ t + \ldots$

Dokładność funkcji aproksymujących $P = f(t)$ i $P = F(t)$ charakteryzują: odchylenie resztowe (ε), błąd standardowy (δ), współczynnik korelacji wielokrotnej (R) i test Fishera-Snedecora (F), podane w tabl. 122.

Wartości krytyczne F_{tab} odczytane z tablic dystybuant rozkładu F przy $n_1 = 2k$ i $n_2 = n-2k-1$ /n=168/ na poziomach istotności 0,01, 0,05, 0,10 /k - liczba okresów/ wynoszą:

k	0,01	0,05	0,10
3	2,91	2,15	1,82
4	2,62	2,00	1,72
5	2,43	1,89	1,65
6	2,30	1,81	1,55

Wszystkie trendy wiekowe P = f(t) i P = F(t) opadów atmosferycznych są istotne statystycznie na poziomach istotności 1%, 5% czy też 10%.

Wprowadzenie składnika liniowego at do funkcji trendu czasowego opadów prowadzi do wzrostu współczynnika korelacji. Natomiast błąd standardowy (δ) w niektórych miesiącach wzrasta.

3. Prognoza opadów atmosferycznych w stuleciu XXI

Trendy czasowe P = f(t) i P = F(t) wykorzystano do rekonstrukcji ($t \leqslant 0$) i prognozy ($t > n$) opadów atmosferycznych w Warszawie w XXI wieku. Wykresy funkcji aproksymujących (1), ... (19) i (1') ... (19') w przedziale czasu $-113 \leqslant t < 288$, tj. w latach 1700 - 2100 przedstawiono na ryc. 330-348. Krzywe trendów czasowych składają się z trzech części: rekonstrukcji 1701 - 1812, aproksymacji 1813 - 1980, prognozy 1981 - 2100.

Krzywa wiekowych zmian sum rocznych opadów atmosferycznych w latach 1700 - 2100 /ryc. 348/ ma kilka głównych maksimów (P_{max}) i minimów (P_{min}), np.:

Data	P_{max}	Data	P_{min}
1756	654 mm	1764	468 mm
1852	684	1824	466
1965	690	1938	457
2025	641	2017	486

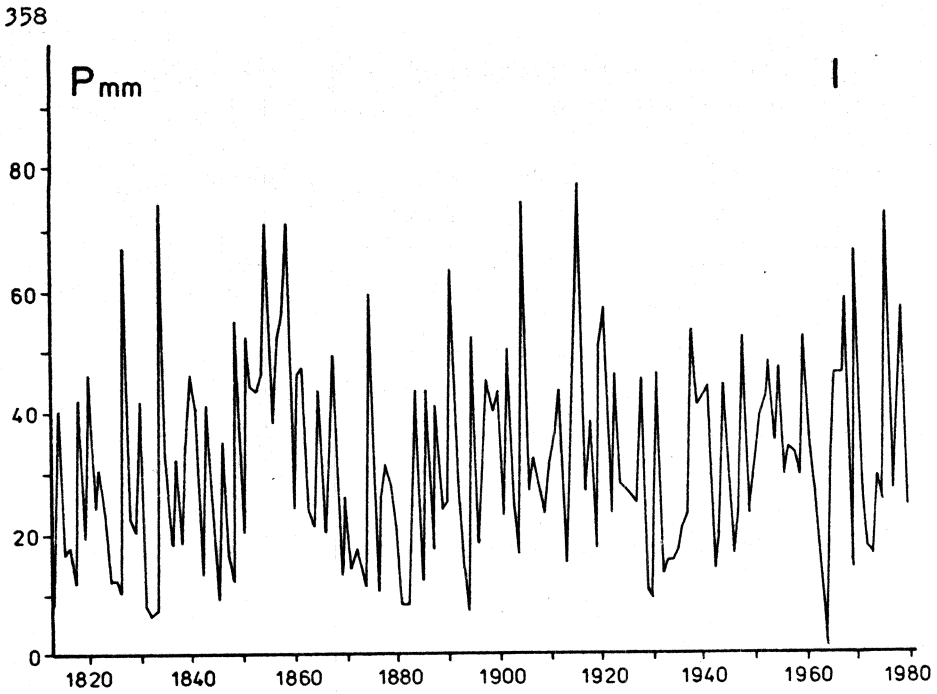
Maksimum opadów P_{max} = 641 mm przypada na rok 1965, a minimum P_{min} = 486 mm wystąpi w roku 2017. Krzywa trendów wiekowych zmian opadów atmosferycznych w latach 1991 - 2023 /ryc. 338/ w zasadzie znajduje się poniżej linii $\bar{P}$ = 569,2 mm /$\bar{P}$ - średnia suma roczna w latach 1813 - 1980/. Innymi słowy, można oczekiwać w najbliższych dekadach opadów rocznych niższych od normy $\bar{P}$ = = 569 mm lub do niej zbliżonych.

Przykładowo podano miesięczne sumy opadów atmosferycznych w styczniu, ekstrapolowane wg funkcji trendu $P = F(t)$ - obliczone ze wzoru 1′ /w mm/:

1991	21,9	2001	23,0	2011	43,2
1992	15,8	2002	26,6	2012	37,5
1993	10,8	2003	31,7	2013	32,6
1994	15,4	2004	30,3	2014	36,3
1995	21,9	2005	29,7	2015	41,7
1996	21,4	2006	37,2	2016	39,6
1997	20,5	2007	44,5	2017	36,8
1998	26,4	2008	42,7	2018	40,6
1999	31,5	2009	38,8	2019	43,3
2000	27,6	2010	41,2	2020	37,0

Jedno z minimów wiekowych opadów w styczniu przypada na rok 1993.

Lepsze prognozy sum rocznych opadów atmosferycznych w Warszawie, uwzględniające bardzo krótkie okresy θ_j, przedstawiono w przykładzie rozdziału II, prezentując metody badań.

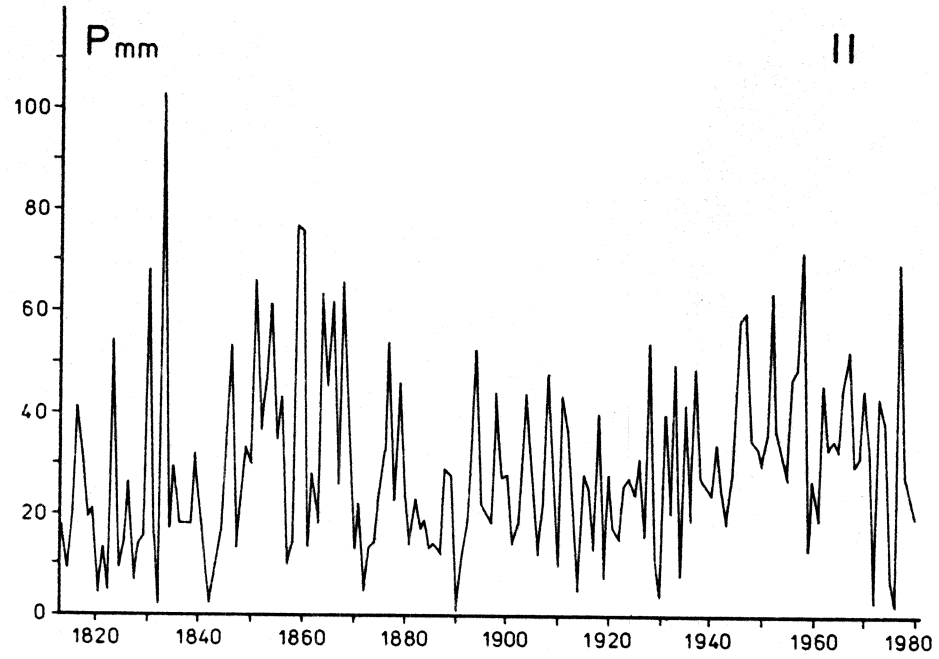


Ryc. 292. Opady atmosferyczne w Warszawie w latach 1813 - 1980
styczeń
Precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980 - January

Styczeń

$$P = 31{,}24 + 3{,}918\sin\left(\frac{2\pi}{4}t + 3{,}096\right) + 3{,}830\sin\left(\frac{2\pi}{10}t - 2{,}252\right) + 5{,}062\sin\left(\frac{2\pi}{30}t - 1{,}831\right) + 7{,}230\sin\left(\frac{2\pi}{55}t + 3{,}086\right) + 1{,}234\sin\left(\frac{2\pi}{100}t - 0{,}3768\right) \quad (1)$$

$$P = 30{,}71 + 0{,}00631\,t + 3{,}912\sin\left(\frac{2\pi}{4}t + 3{,}097\right) + 3{,}819\sin\left(\frac{2\pi}{10}t - 2{,}250\right) + 5{,}035\sin\left(\frac{2\pi}{30}t - 1{,}830\right) + 7{,}148\sin\left(\frac{2\pi}{55}t + 3{,}088\right) + 1{,}261\sin\left(\frac{2\pi}{100}t = 0{,}2934\right) \quad (1')$$

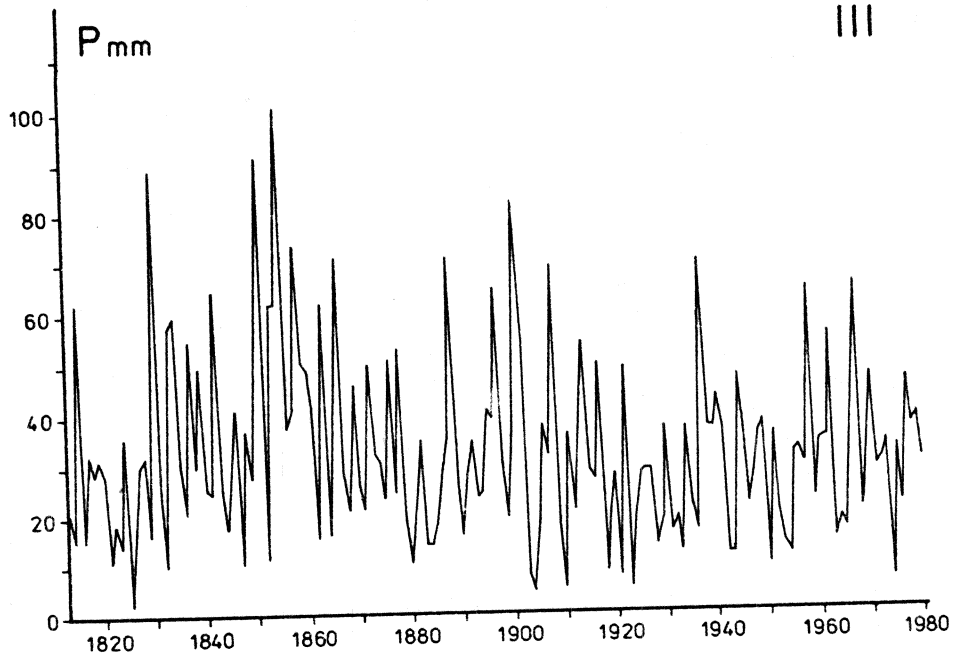


Ryc. 293. Opady atmosferyczne w Warszawie w latach 1813 - 1980
luty
Precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980 - February

Luty

$$P= 28{,}46 + 3{,}431\sin\left(\frac{2\pi}{10}t - 1{,}308\right) + 3{,}941\sin\left(\frac{2\pi}{15}t - 1{,}358\right) + 4{,}610\sin\left(\frac{2\pi}{57}t + 2{,}354\right) + 7{,}213\sin\left(\frac{2\pi}{93}t - 1{,}632\right) \quad (2)$$

$$P= 26{,}63 + 0{,}02166\,t + 3{,}428\sin\left(\frac{2\pi}{10}t - 1{,}292\right) + 4{,}005\sin\left(\frac{2\pi}{15}t - 1{,}349\right) + 4{,}521\sin\left(\frac{2\pi}{57}t + 2{,}358\right) + 6{,}915\sin\left(\frac{2\pi}{93}t - 1{,}571\right) \quad (2')$$

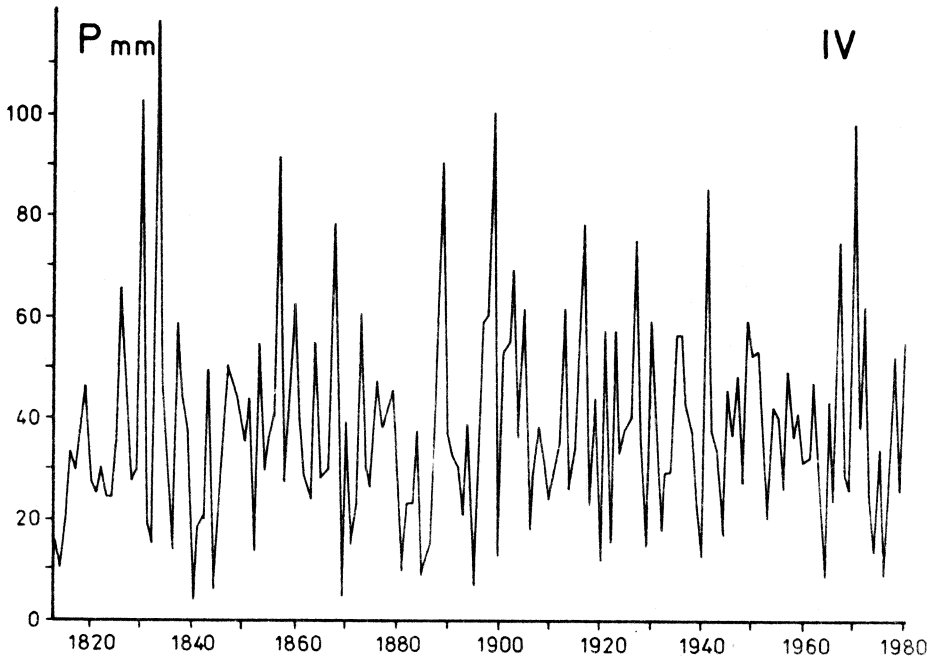


Ryc. 294. Opady atmosferyczne w Warszawie w latach 1813 - 1980
marzec
Precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980 - March

Marzec

$$P= 32,12 + 3,912\sin\left(\frac{2\pi}{10}t - 2,175\right) + 5,599\sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 1,354\right) + 4,631\sin\left(\frac{2\pi}{54}t - 2,954\right) + 6,142\sin\left(\frac{2\pi}{139}t - 0,6647\right) \quad (3)$$

$$P= 34,11 - 0,02360\,t + 3,983\sin\left(\frac{2\pi}{10}t - 2,188\right) + 5,588\sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 1,393\right) + 5,039\sin\left(\frac{2\pi}{54}t - 3,008\right) + 5,309\sin\left(\frac{2\pi}{139}t - 0,6626\right) \quad (3')$$

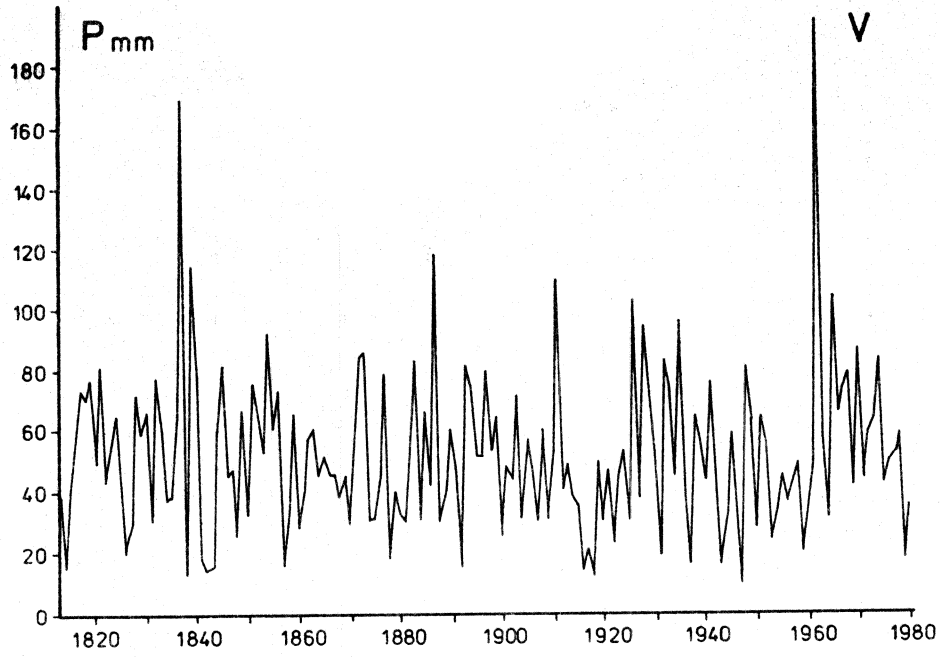


Ryc. 295. Opady atmosferyczne w Warszawie w latach 1813 - 1980
kwiecień
Precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980 - April

Kwiecień

$$P= 37{,}92 + 5{,}933\sin\left(\frac{2\pi}{10}t - 2{,}407\right) + 4{,}833\sin\left(\frac{2\pi}{23}t + 2{,}685\right) + 3{,}871\sin\left(\frac{2\pi}{35}t - 1{,}356\right) + 1{,}892\sin\left(\frac{2\pi}{64}t - 1{,}784\right) \quad (4)$$

$$P= 36{,}33 + 0{,}01877\,t + 5{,}892\sin\left(\frac{2\pi}{10}t - 2{,}404\right) + 4{,}793\sin\left(\frac{2\pi}{23}t + 2{,}691\right) + 3{,}826\sin\left(\frac{2\pi}{35}t - 1{,}320\right) + 1{,}735\sin\left(\frac{2\pi}{64}t - 1{,}763\right) \quad (4')$$

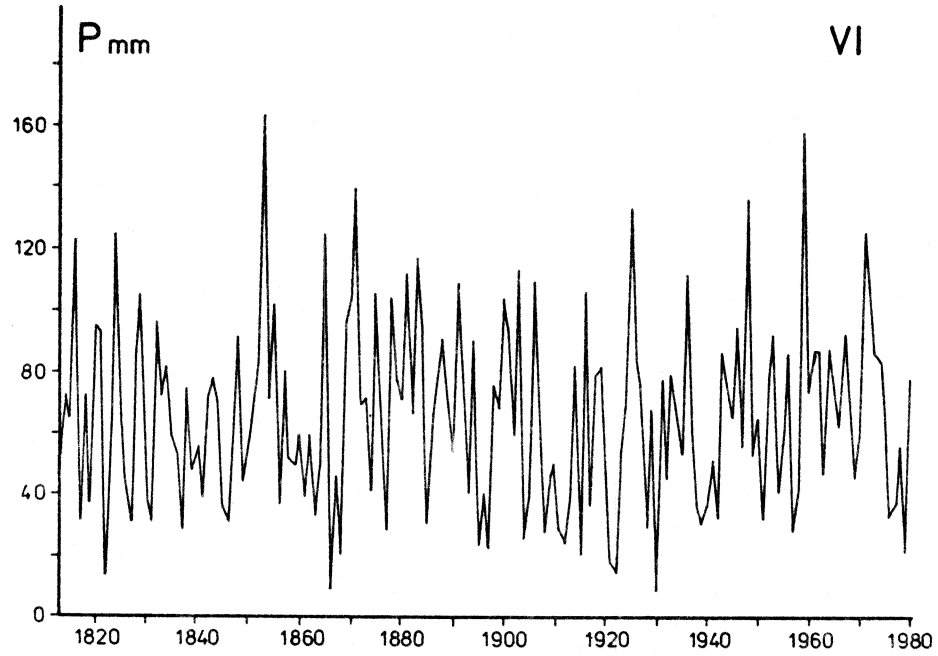


Ryc. 296. Opady atmosferyczne w Warszawie w latch 1813 - 1980
maj
Precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980 - May

Maj

$$P = 51{,}44 + 5{,}458\sin\left(\frac{2\pi}{11}t - 2{,}466\right) + 7{,}633\sin\left(\frac{2\pi}{19}t + 0{,}4500\right) + 6{,}798\sin\left(\frac{2\pi}{35}t - 1{,}064\right) + 3{,}498\sin\left(\frac{2\pi}{65}t - 0{,}6282\right) + 3{,}119\sin\left(\frac{2\pi}{133}t - 0{,}0014\right) \quad (5)$$

$$P = 49{,}76 + 0{,}01989\,t + 5{,}468\sin\left(\frac{2\pi}{11}t - 2{,}459\right) + 7{,}745\sin\left(\frac{2\pi}{19}t + 0{,}4482\right) + 6{,}794\sin\left(\frac{2\pi}{35}t - 1{,}034\right) + 3{,}440\sin\left(\frac{2\pi}{65}t - 0{,}5708\right) + 3{,}506\sin\left(\frac{2\pi}{133}t - 0{,}1185\right) \quad (5')$$

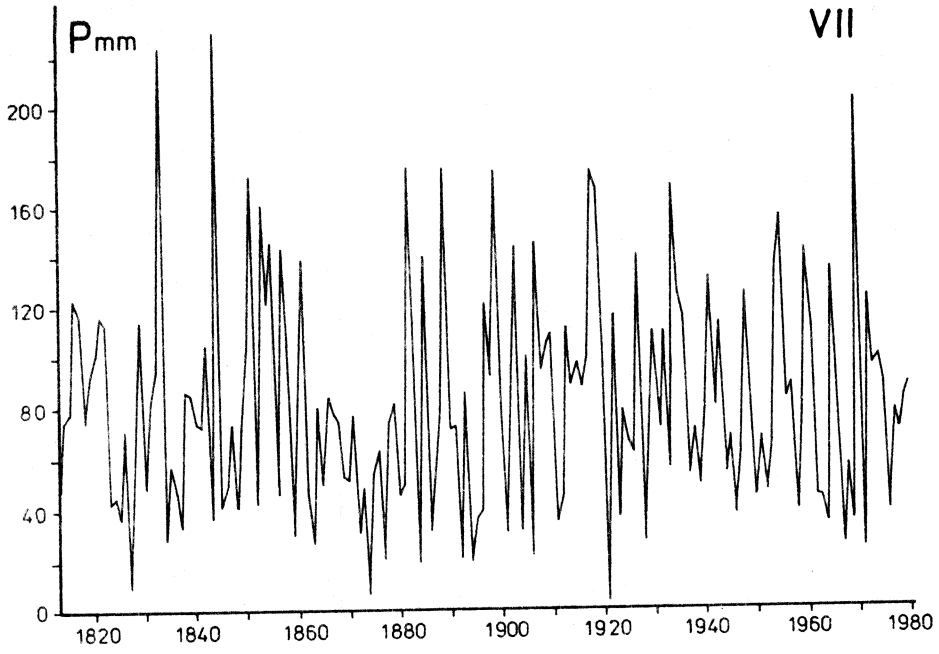


Ryc. 297. Opady atmosferyczne w Warszawie w latach 1813 - 1980
czerwiec
Precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980 - June

Czerwiec

$$P = 65{,}72 + 9{,}916\sin\left(\frac{2\pi}{6}t - 3{,}115\right) + 9{,}673\sin\left(\frac{2\pi}{9}t - 2{,}491\right) + 7{,}388\sin\left(\frac{2\pi}{23}t + 2{,}648\right) + 8{,}310\sin\left(\frac{2\pi}{80}t + 2{,}477\right) \quad (6)$$

$$P = 69{,}60 - 0{,}04594\,t + 10{,}00\sin\left(\frac{2\pi}{6}t - 3{,}120\right) + 9{,}751\sin\left(\frac{2\pi}{9}t - 2{,}491\right) + 7{,}541\sin\left(\frac{2\pi}{23}t + 2{,}634\right) + 9{,}372\sin\left(\frac{2\pi}{80}t + 2{,}514\right) \quad (6')$$

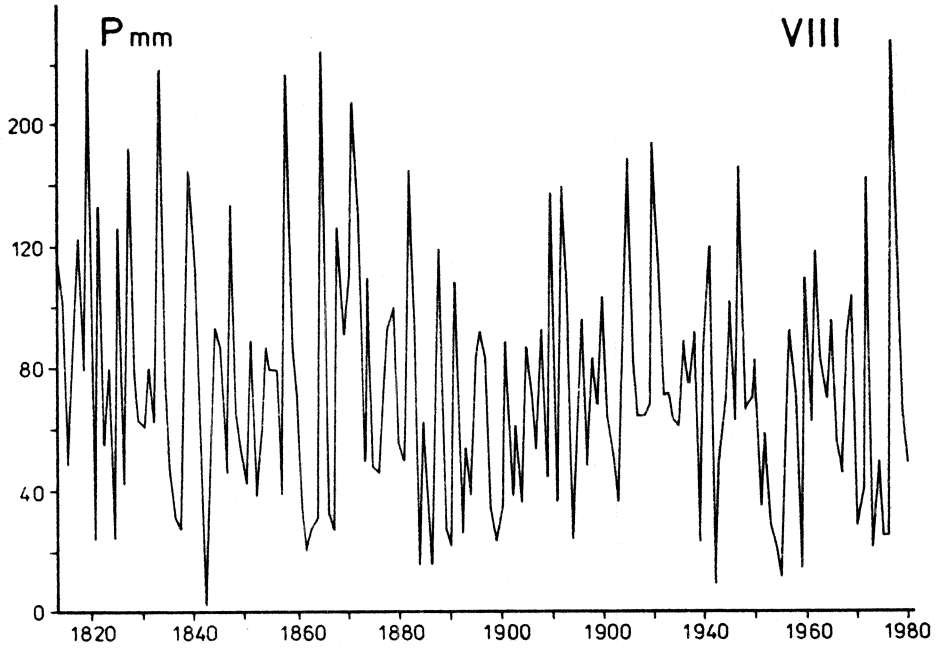


Ryc. 298. Opady atmosferyczne w Warszawie w latach 1813 - 1980
lipiec
Precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980 - July

Lipiec

$$P = 80{,}81 + 8{,}157\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 2{,}880\right) + 11{,}70\sin\left(\frac{2\pi}{17}t - 0{,}2923\right) + 8{,}803\sin\left(\frac{2\pi}{74}t - 1{,}160\right) \quad (7)$$

$$P = 75{,}96 + 0{,}05741\,t + 8{,}075\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 2{,}892\right) + 12{,}00\sin\left(\frac{2\pi}{17}t - 0{,}2797\right) + 9{,}605\sin\left(\frac{2\pi}{74}t - 1{,}137\right) \quad (7')$$

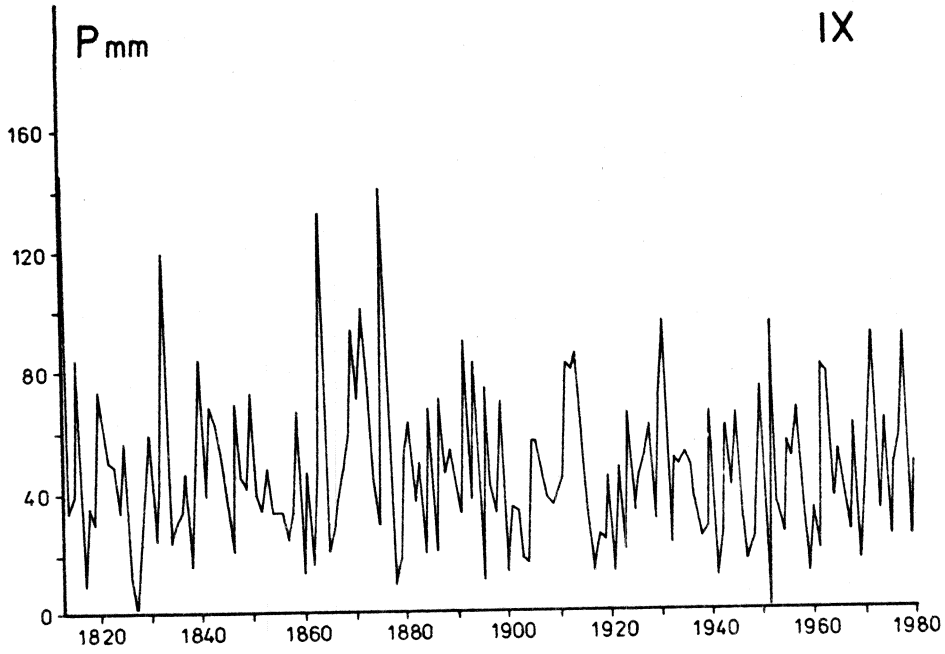


Ryc. 299. Opady atmosferyczne w Warszawie w latach 1813 - 1980
sierpień
Precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980 - August

Sierpień

$$P= 72{,}82 + 8{,}841\sin\left(\frac{2\pi}{6}t - 2{,}728\right) + 9{,}420\sin\left(\frac{2\pi}{13}t - 1{,}233\right) + 9{,}337\sin\left(\frac{2\pi}{18}t - 1{,}043\right) + 11{,}21\sin\left(\frac{2\pi}{55}t + 1{,}117\right) + 4{,}666\sin\left(\frac{2\pi}{100}t + 0{,}1264\right) \quad (9)$$

$$P= 76{,}90 - 0{,}04834\,t + 8{,}891\sin\left(\frac{2\pi}{6}t - 2{,}735\right) + 9{,}362\sin\left(\frac{2\pi}{13}t - 1{,}251\right) + 9{,}226\sin\left(\frac{2\pi}{18}t - 1{,}041\right) + 11{,}09\sin\left(\frac{2\pi}{55}t + 1{,}171\right) + 4{,}170\sin\left(\frac{2\pi}{100}t - 0{,}0224\right) \quad (9')$$

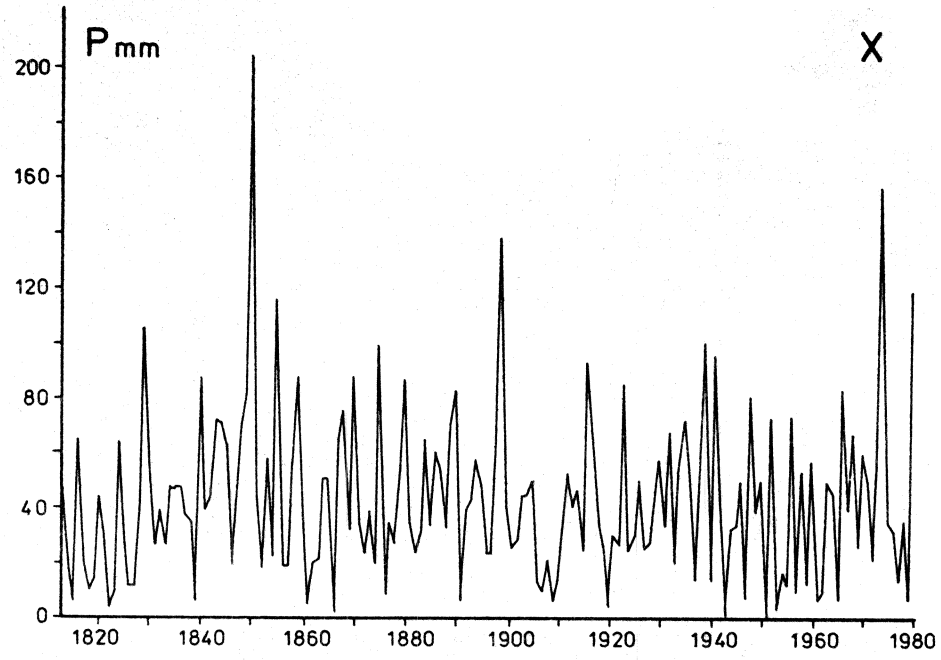


Ryc. 300. Opady atmosferyczne w Warszawie w latach 1813 - 1980
wrzesień
Precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980 - September

Wrzesień

$$P_{\text{śr}} \quad 46{,}55 + 6{,}016\sin\left(\frac{2\pi}{4}t + 1{,}036\right) + 7{,}911\sin\left(\frac{2\pi}{10}t + 1{,}194\right) + 6{,}782\sin\left(\frac{2\pi}{20}t + 1{,}634\right) + 4{,}498\sin\left(\frac{2\pi}{56}t + 1{,}074\right) + 4{,}418\sin\left(\frac{2\pi}{100}t - 2{,}756\right) \quad (9)$$

$$P = 49{,}48 - 0{,}03463\,t + 6{,}026\sin\left(\frac{2\pi}{4}t + 1{,}042\right) + 7{,}861\sin\left(\frac{2\pi}{10}t + 1{,}201\right) + 6{,}815\sin\left(\frac{2\pi}{20}t + 1{,}634\right) + 4{,}320\sin\left(\frac{2\pi}{56}t + 1{,}171\right) + 4{,}920\sin\left(\frac{2\pi}{100}t - 2{,}689\right) \quad (9')$$

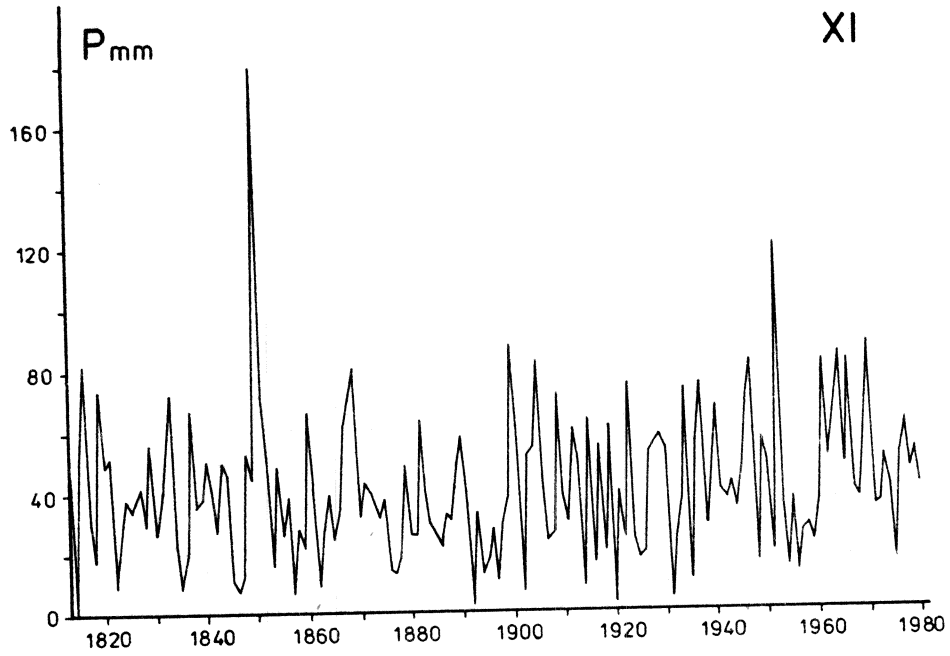


Ryc. 301. Opady atmosferyczne w Warszawie w latach 1813 - 1980
październik
Precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980 - October

Październik

$$P= 42{,}81 + 11{,}52\sin\left(\frac{2\pi}{5}t - 1{,}478\right) + 6{,}567\sin\left(\frac{2\pi}{17}t + 0{,}4236\right) + 9{,}431\sin\left(\frac{2\pi}{44}t + 2{,}985\right) + 4{,}011\sin\left(\frac{2\pi}{67}t - 2{,}102\right) + 6{,}099\sin\left(\frac{2\pi}{129}t - 0{,}8805\right) \quad (10)$$

$$P= 41{,}43 + 0{,}01640\,t + 11{,}52\sin\left(\frac{2\pi}{5}t - 1{,}477\right) + 6{,}657\sin\left(\frac{2\pi}{17}t + 0{,}4203\right) + 9{,}245\sin\left(\frac{2\pi}{44}t + 2{,}969\right) + 3{,}987\sin\left(\frac{2\pi}{67}t - 2{,}105\right) + 6{,}439\sin\left(\frac{2\pi}{129}t - 0{,}8854\right) \quad (10')$$

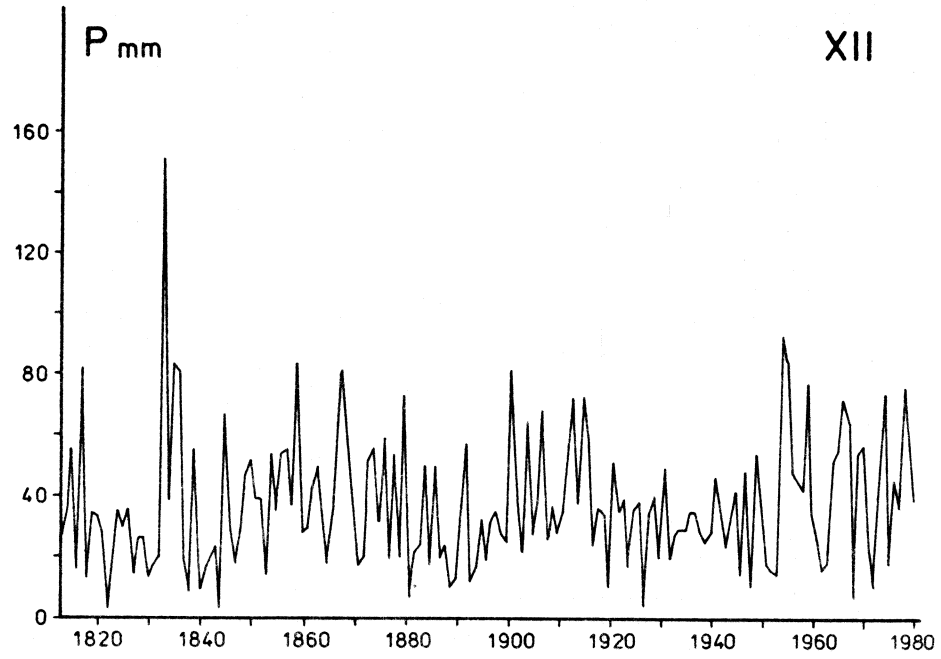


Ryc. 302. Opady atmosferyczne w Warszawie w latach 1813 - 1980
listopad
Precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980 - November

Listopad

$$P= 39{,}52 + 7{,}444\sin\left(\frac{2\pi}{10}t+ 2{,}813\right)+ 7{,}450\sin\left(\frac{2\pi}{19}t+ 1{,}592\right) + 5{,}238\sin\left(\frac{2\pi}{31}t+ 0{,}9635\right)+ 3{,}615\sin\left(\frac{2\pi}{54}t+ 2{,}740\right)+ 4{,}567\sin\left(\frac{2\pi}{115}t+ 0{,}2251\right) \quad (11)$$

$$P= 35{,}81 + 0{,}04390\ t + 7{,}342\sin\left(\frac{2\pi}{10}t+ 2{,}802\right)+ 7{,}537\sin\left(\frac{2\pi}{19}t+ 1{,}558\right)+ 5{,}192\sin\left(\frac{2\pi}{31}t+ 0{,}9549\right)+ 2{,}889\sin\left(\frac{2\pi}{54}t+ 2{,}743\right)+ 4{,}561\sin\left(\frac{2\pi}{115}t+ 0{,}2137\right) \quad (11')$$

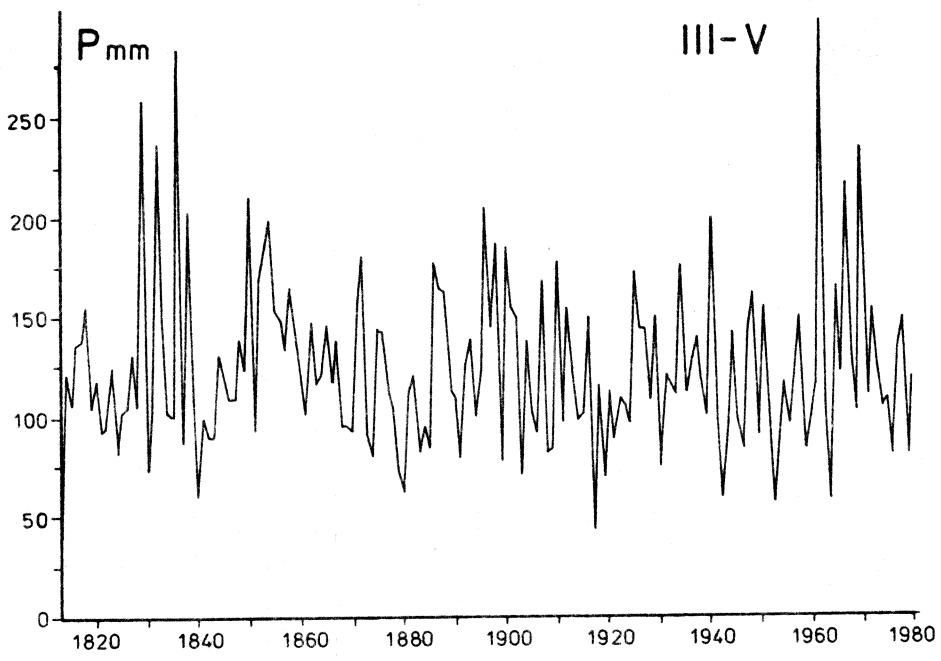


Ryc. 303. Opady atmosferyczne w Warszawie w latach 1813 - 1980
grudzień
Precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980 - December

Grudzień

$$P = 36{,}49 + 4{,}934\sin\left(\frac{2\pi}{3}t - 3{,}109\right) + 7{,}061\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 0{,}9538\right) + 5{,}269\sin\left(\frac{2\pi}{20}t + 0{,}6067\right) + 5{,}914\sin\left(\frac{2\pi}{55}t + 2{,}267\right) + 2{,}767\sin\left(\frac{2\pi}{113}t - 1{,}018\right) \quad (12)$$

$$P = 35{,}72 + 0{,}00910\,t + 4{,}929\sin\left(\frac{2\pi}{3}t - 3{,}107\right) + 7{,}050\sin\left(\frac{2\pi}{11}t + 0{,}9511\right) + 5{,}263\sin\left(\frac{2\pi}{20}t + 0{,}6042\right) + 5{,}795\sin\left(\frac{2\pi}{55}t + 2{,}261\right) + 2{,}743\sin\left(\frac{2\pi}{113}t - 1{,}012\right) \quad (12')$$

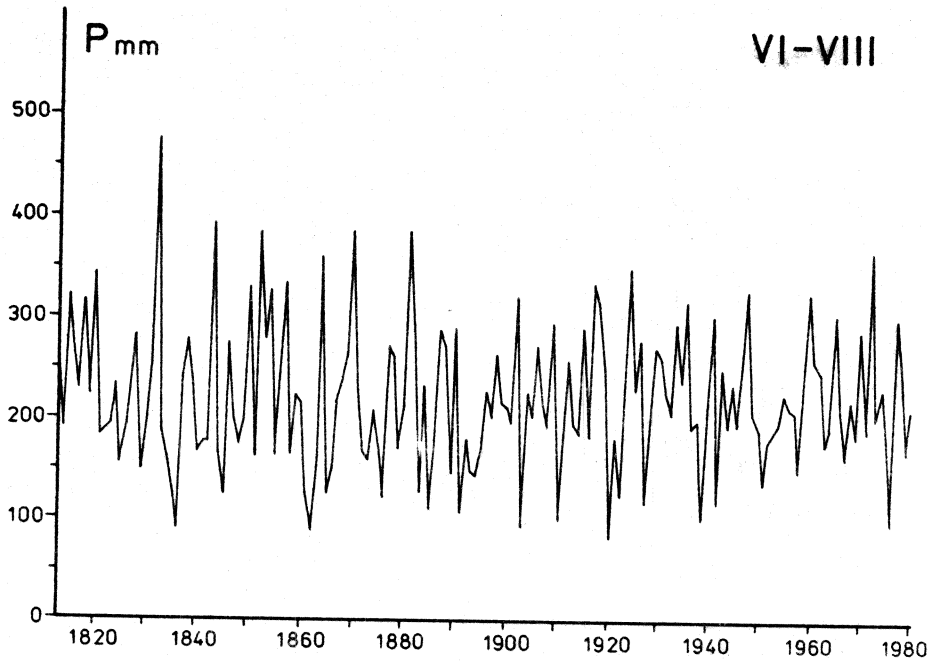


Ryc. 304. Opady atmosferyczne w Warszawie w latach 1813 - 1980
wiosna
Precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980 - spring

Wiosna

$$P= 121{,}9 + 13{,}07\sin\left(\frac{2\pi}{3}t - 3{,}015\right) + 11{,}51\sin\left(\frac{2\pi}{19}t + 0{,}6313\right) + 12{,}98\sin\left(\frac{2\pi}{34}t - 1{,}481\right) + 7{,}211\sin\left(\frac{2\pi}{60}t - 1{,}845\right) + 6{,}331\sin\left(\frac{2\pi}{128}t - 0{,}6359\right) \quad (13)$$

$$P= 123{,}1 - 0{,}01438\,t + 13{,}07\sin\left(\frac{2\pi}{3}t - 3{,}015\right) + 11{,}43\sin\left(\frac{2\pi}{19}t + 0{,}6322\right) + 12{,}99\sin\left(\frac{2\pi}{34}t - 1{,}494\right) + 7{,}435\sin\left(\frac{2\pi}{60}t - 1{,}869\right) + 6{,}003\sin\left(\frac{2\pi}{128}t - 0{,}6161\right) \quad (13')$$

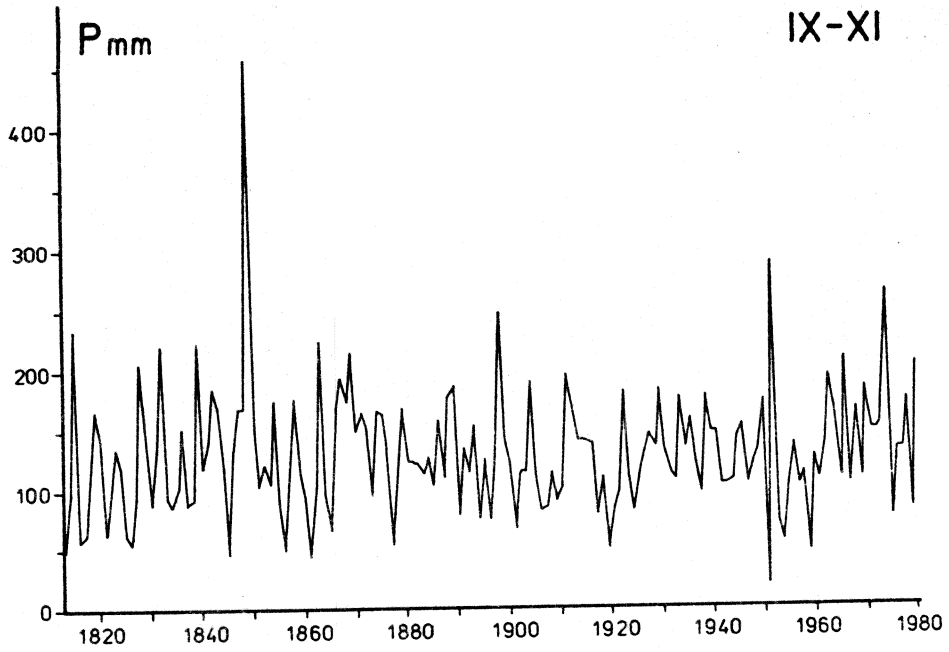


Ryc. 305. Opady atmosferyczne w Warszawie w latach 1813 - 1980
lato
Precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980 - summer

Lato

$$P= 218{,}0 + 25{,}22\sin\left(\frac{2\pi}{6}t - 1{,}741\right) + 15{,}89\sin\left(\frac{2\pi}{9}t - 1{,}716\right) + 19{,}14\sin\left(\frac{2\pi}{13}t - 0{,}3370\right) + 8{,}843\sin\left(\frac{2\pi}{54}t + 1{,}717\right) + 7{,}588\sin\left(\frac{2\pi}{122}t + 1{,}003\right) \quad (14)$$

$$P= 222{,}9 - 0{,}05795\,t + 25{,}24\sin\left(\frac{2\pi}{6}t - 1{,}746\right) + 15{,}94\sin\left(\frac{2\pi}{9}t - 1{,}717\right) + 18{,}91\sin\left(\frac{2\pi}{13}t - 0{,}3448\right) + 9{,}429\sin\left(\frac{2\pi}{54}t + 1{,}822\right) + 8{,}035\sin\left(\frac{2\pi}{122}t + 1{,}077\right) \quad (14')$$

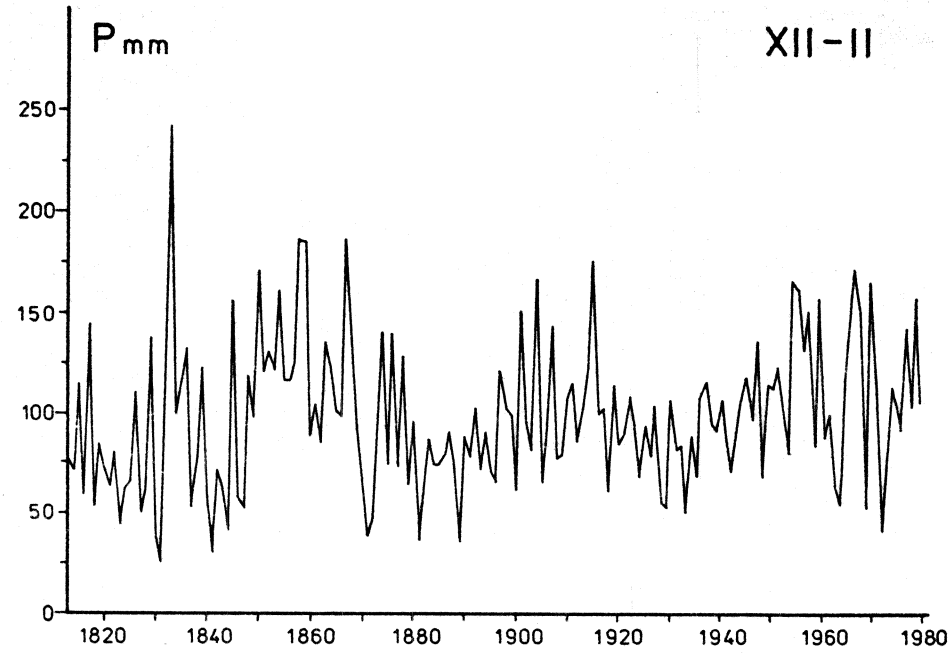


Ryc. 306. Opady atmosferyczne w Warszawie w latach 1813 - 1980
jesień
Precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980 - autumn

Jesień

$$P= \quad 128{,}0 + 13{,}51\sin\left(\frac{2\pi}{5}t - 0{,}3209\right) + 12{,}49\sin\left(\frac{2\pi}{20}t + 2{,}526\right) + 9{,}694\sin\left(\frac{2\pi}{32}t + 2{,}017\right) + 7{,}943\sin\left(\frac{2\pi}{43}t + 2{,}955\right) + 10{,}16\sin\left(\frac{2\pi}{120}t - 0{,}9553\right) \qquad (15)$$

$$P= 124{,}7 + 0{,}03956\,t + 13{,}51\sin\left(\frac{2\pi}{5}t - 0{,}3225\right) + 12{,}43\sin\left(\frac{2\pi}{20}t + 2{,}530\right) + 9{,}478\sin\left(\frac{2\pi}{32}t + 2{,}008\right) + 7{,}494\sin\left(\frac{2\pi}{43}t + 2{,}924\right) + 10{,}45\sin\left(\frac{2\pi}{120}t - 0{,}9641\right) \qquad (15')$$

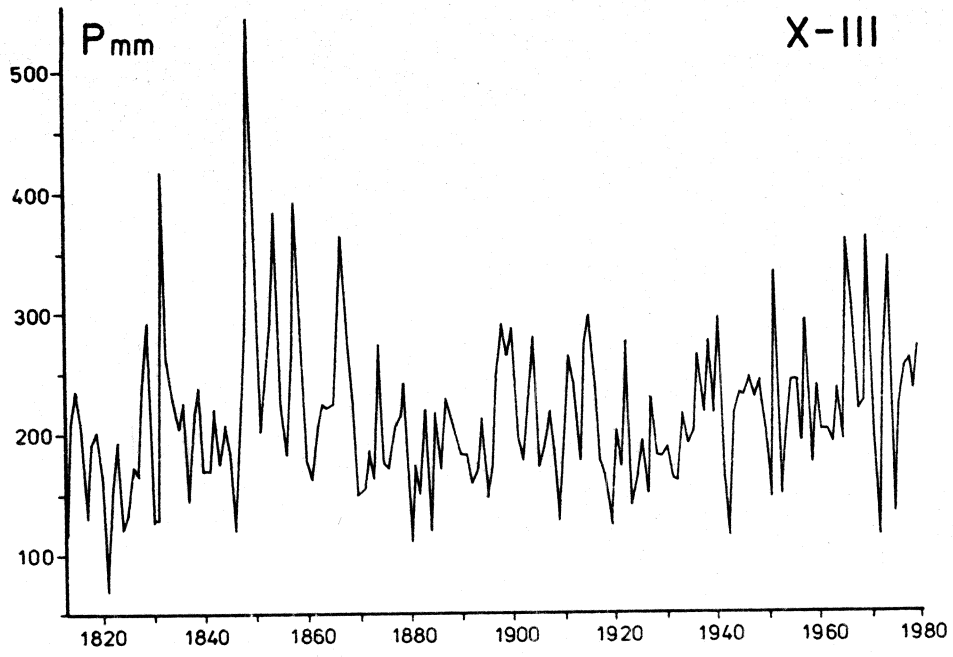


Ryc. 307. Opady atmosferyczne w Warszawie w latach 1813 - 1980
zima
Precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980 - winter

Zima

$$P= 96{,}39 + 11{,}20\sin\left(\frac{2\pi}{10}t - 1{,}030\right) + 8{,}665\sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 1{,}551\right) + 16{,}25\sin\left(\frac{2\pi}{53}t + 2{,}623\right) + 10{,}01\sin\left(\frac{2\pi}{100}t - 1{,}186\right) \quad (16)$$

$$P= 93{,}11 - 0{,}03897\,t + 11{,}20\sin\left(\frac{2\pi}{10}t - 1{,}024\right) + 8{,}672\sin\left(\frac{2\pi}{21}t + 1{,}524\right) + 15{,}83\sin\left(\frac{2\pi}{53}t + 2{,}623\right) + 9{,}643\sin\left(\frac{2\pi}{100}t - 1{,}131\right) \quad (16')$$

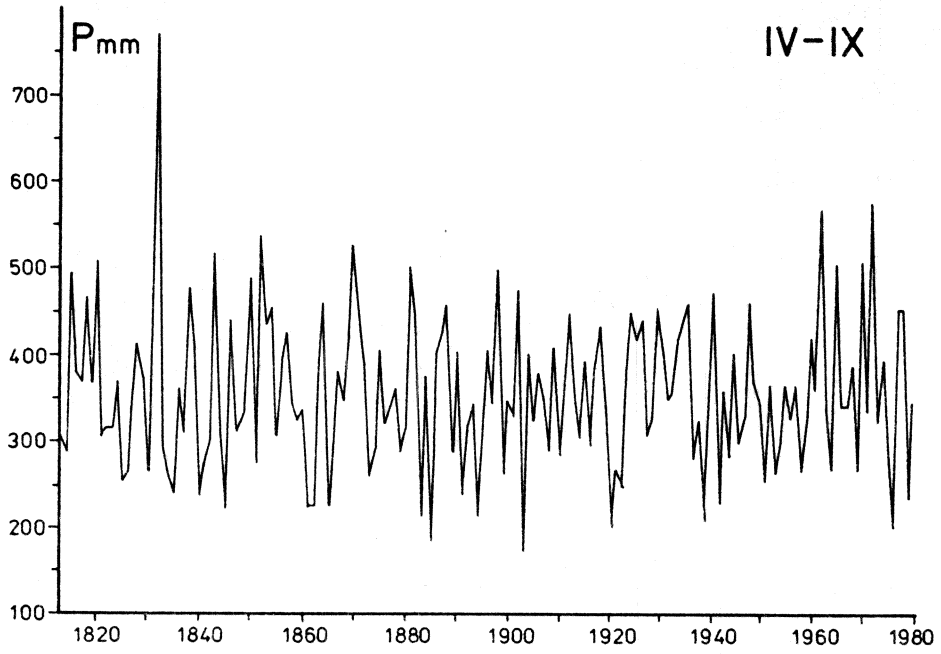


Ryc. 308. Opady atmosferyczne w Warszawie w latach 1813 - 1980
półrocze chłodne
Precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980 -
cold period

Półrocze chłodne

$$P= 209{,}6 + 17{,}81\sin\left(\frac{2\pi}{5}t - 0{,}2662\right) + 15{,}78\sin\left(\frac{2\pi}{10}t - 1{,}644\right) + 18{,}97\sin\left(\frac{2\pi}{17}t + 0{,}3435\right) + 22{,}96\sin\left(\frac{2\pi}{57}t - 2{,}809\right) + 21{,}15\sin\left(\frac{2\pi}{108}t - 0{,}9746\right) \quad (17)$$

$$P= 207{,}6 + 0{,}02291\,t + 17{,}81\sin\left(\frac{2\pi}{5}t - 0{,}2667\right) + 15{,}76\sin\left(\frac{2\pi}{10}t - 1{,}642\right) + 19{,}07\sin\left(\frac{2\pi}{17}t + 0{,}3436\right) + 22{,}61\sin\left(\frac{2\pi}{57}t - 2{,}806\right) + 21{,}04\sin\left(\frac{2\pi}{108}t - 0{,}9693\right) \quad (17')$$

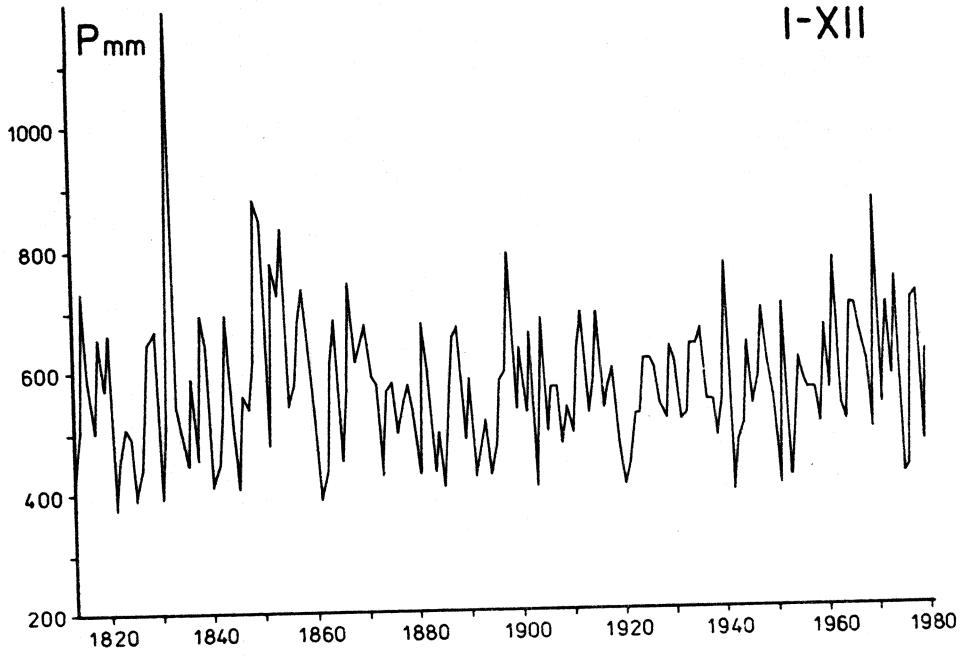


Ryc. 309. Opady atmosferyczne w Warszawie w latach 1813 - 1980
półrocze ciepłe
Precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980 -
warm period

Półrocze ciepłe

$$P= 355{,}3 + 28{,}07\sin\left(\frac{2\pi}{6}t - 1{,}775\right) + 17{,}54\sin\left(\frac{2\pi}{16}t - 1{,}116\right) + 20{,}14\sin\left(\frac{2\pi}{19}t + 0{,}7210\right) + 9{,}415\sin\left(\frac{2\pi}{52}t + 1{,}031\right) \quad (18)$$

$$P= 355{,}2 + 0{,}00057\,t + 28{,}07\sin\left(\frac{2\pi}{6}t - 1{,}775\right) + 17{,}54\sin\left(\frac{2\pi}{16}t - 1{,}116\right) + 20{,}14\sin\left(\frac{2\pi}{19}t + 0{,}7210\right) + 9{,}414\sin\left(\frac{2\pi}{52}t + 1{,}030\right) \quad (18')$$

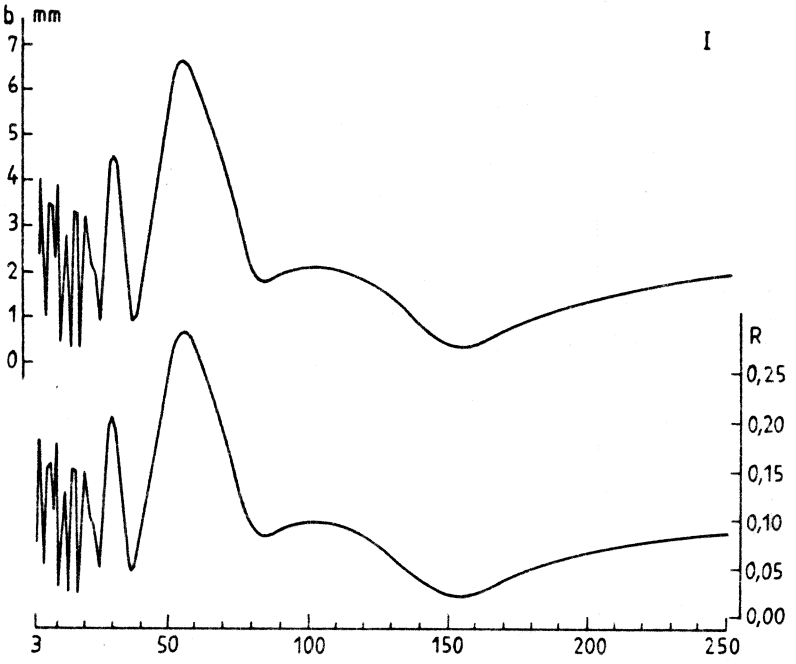


Ryc. 310. Opady atmosferyczne w Warszawie w latach 1813 - 1980
rok
Precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980 - year

Rok

$$P = 564{,}6 + 28{,}22\sin\left(\frac{2\pi}{6}t - 1{,}450\right) + 32{,}02\sin\left(\frac{2\pi}{16}t - 1{,}113\right) + 27{,}48\sin\left(\frac{2\pi}{19}t + 0{,}8780\right) + 27{,}40\sin\left(\frac{2\pi}{58}t - 3{,}015\right) + 26{,}75\sin\left(\frac{2\pi}{112}t - 0{,}6919\right) \quad (13)$$

$$P = 562{,}5 - 0{,}02481\,t + 28{,}22\sin\left(\frac{2\pi}{6}t - 1{,}449\right) + 32{,}02\sin\left(\frac{2\pi}{16}t - 1{,}113\right) + 27{,}59\sin\left(\frac{2\pi}{19}t + 0{,}8765\right) + 26{,}99\sin\left(\frac{2\pi}{58}t - 3{,}018\right) + 26{,}73\sin\left(\frac{2\pi}{112}t - 0{,}6907\right) \quad (13')$$



Ryc. 311. Widma oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) opadów atmosferycznych w Warszawie /1813 - 1980/ - styczeń

Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of precipitation in Warsaw /1813 - 1980/ - January

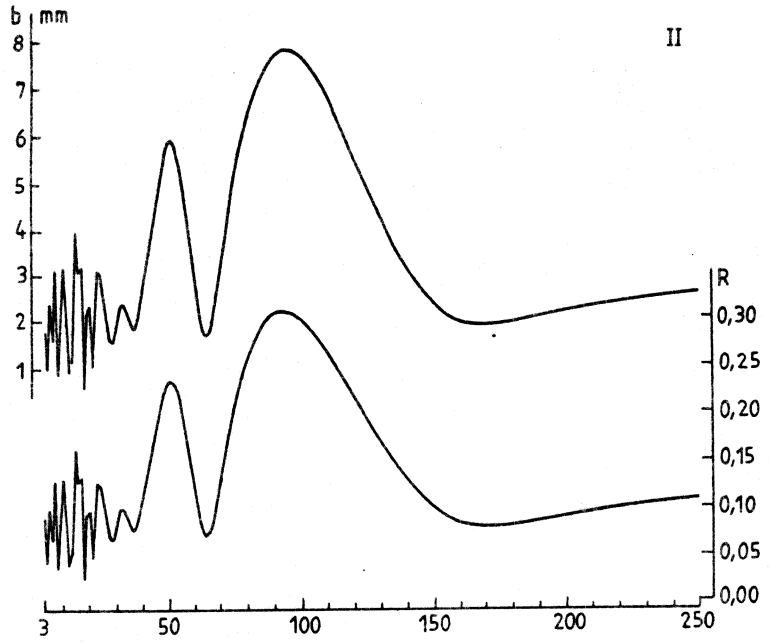
Tablica 103

Okresy rzeczywiste (ϑ) opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1813 - 1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - styczeń

Actual cycles (ϑ) of precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980: amplitudes (b), phase shifts (c) - January

P I

ϑ	4	10	30	55	100
a	31,48	31,46	31,45	31,50	31,27
b	3,995	3,908	4,532	6,671	2,124
c	3,082	-2,276	-1,877	3,102	-1,478
F	2,45	2,36	3,24	7,10	0,68



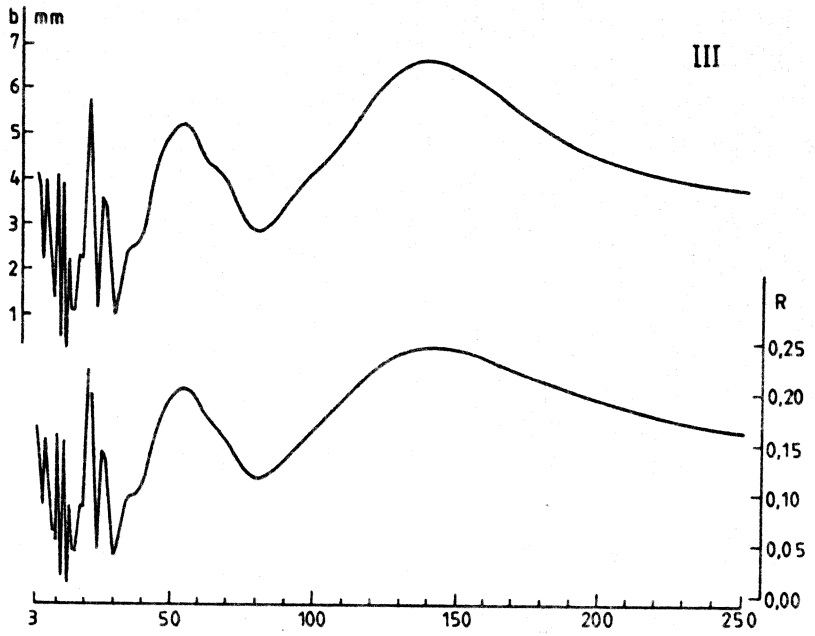
Ryc. 312. Widma oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) opadów atmosferycznych w Warszawie /1813 - 1980/ - luty
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of precipitation in Warsaw /1813 - 1980/ - February

Tablica 104

Okresy rzeczywiste (ϑ) opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1813 - 1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - luty
Actual cycles (ϑ) of precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980: amplitudes (b), phase shifts (c) - February

P II

ϑ	10	15	51	93
a	28,95	29,02	29,16	28,37
b	3,203	3,987	5,953	7,855
c	-1,352	-1,366	2,546	-1,683
F	1,35	2,11	4,71	8,62



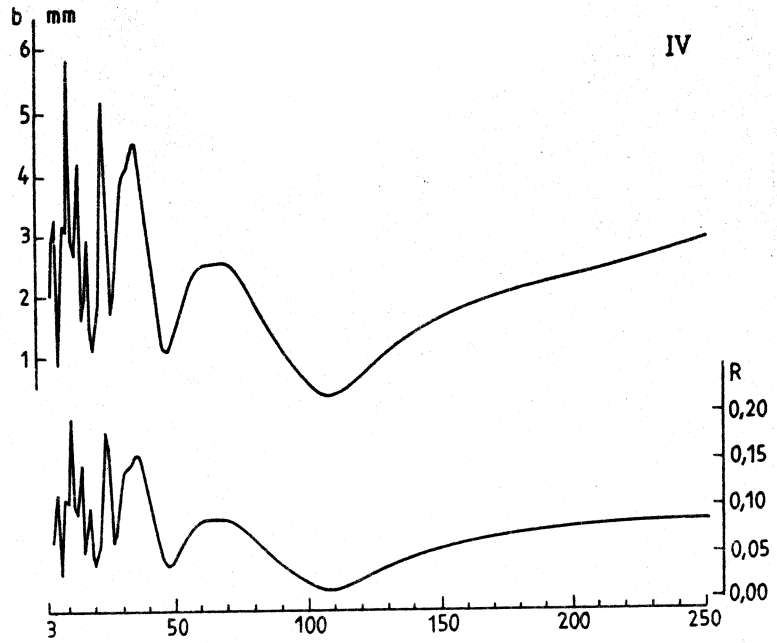
Ryc. 313. Widma oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) opadów atmosferycznych w Warszawie /1813 - 1980/ - marzec
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of precipitation in Warsaw /1813 - 1980/ - March

Tablica 105

Okresy rzeczywiste (ϑ) opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1813 - 1980: amlitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - marzec
Actual cycles (ϑ) of precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980: amplitudes (b), phase shifts (c) - March

P III

ϑ	10	21	54	139
a	32,04	32,07	32,16	32,05
b	4,033	5,693	5,211	6,685
c	-2,167	1,380	-3,023	-0,667
F	2,08	4,23	3,45	5,14



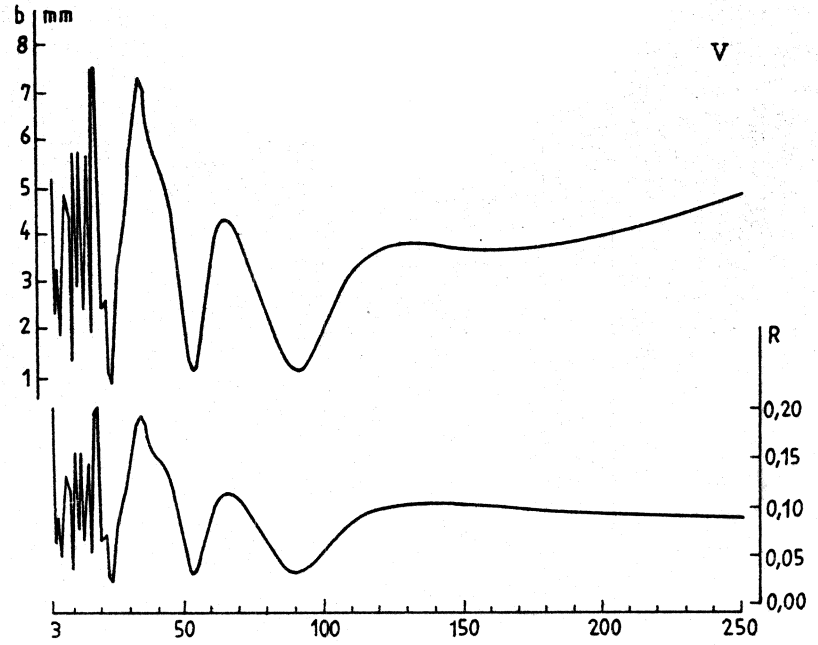
Ryc. 314. Widma oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) opadów atmosferycznych w Warszawie /1813 - 1980/ - kwiecień
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of precipitation in Warsaw /1813 - 1980/ - April

Tablica 106

Okresy rzeczywiste (ϑ) opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1813 - 1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - kwiecień
Actual cycles (ϑ) of precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980: amplitudes (b), phase shifts (c) - April

P IV

ϑ	10	23	35	64
a	38,01	38,15	37,88	37,96
b	5,803	5,164	4,507	2,468
c	-2,425	2,750	-1,484	-1,728
F	3,58	2,77	2,06	0,64



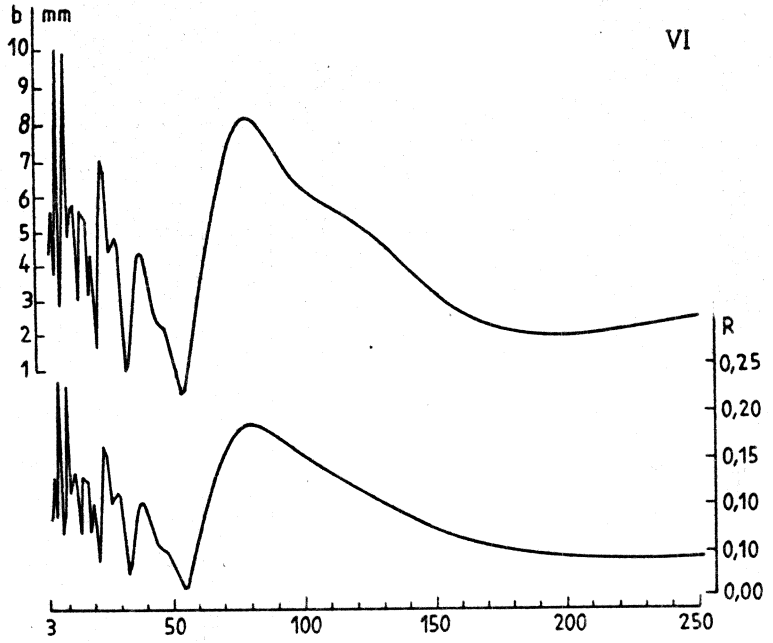
Ryc. 315. Widma oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) opadów atmosferycznych w Warszawie /1813 - 1980/ - maj
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of precipitation in Warsaw /1813 - 1980/ - May

Tablica 107

Okresy rzeczywiste (ϑ) opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1813 - 1980: amplitudy (b) przesunięcia fazowe (c) - maj
Actual cycles (ϑ) of precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980: amplitudes (b), phase shifts (c) - May

P V

ϑ	11	19	35	65	133
a	52,52	52,45	52,15	51,93	51,83
b	5,731	7,482	7,300	4,302	3,758
c	-2,432	0,415	-1,073	-0,531	0,212
F	1,96	3,43	3,09	1,03	0,84



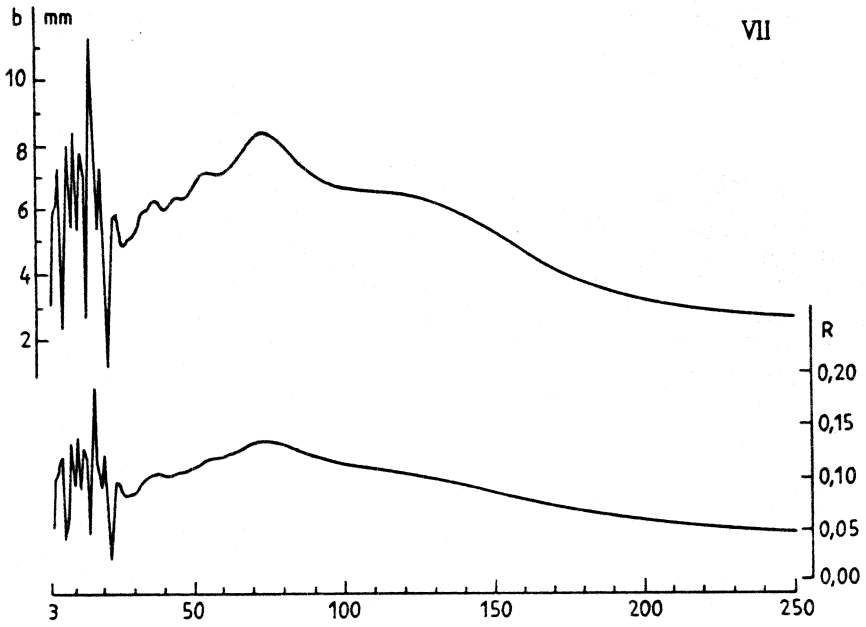
Ryc. 316. Widma oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) opadów atmosferycznych w Warszawie /1813 - 1980/ - czerwiec
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of precipitation in Warsaw /1813 - 1980/ - June

Tablica 108

Okresy rzeczywiste (ϑ) opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1813 - 1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - czerwiec
Actual cycles (ϑ) of precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980: amplitudes (b), phase shifts (c) - June

P VI

ϑ	6	9	23	80
a	65,68	65,69	65,83	65,58
b	10,04	9,752	6,970	8,113
c	-3,126	-2,485	2,660	2,501
F	4,72	4,48	2,19	2,91



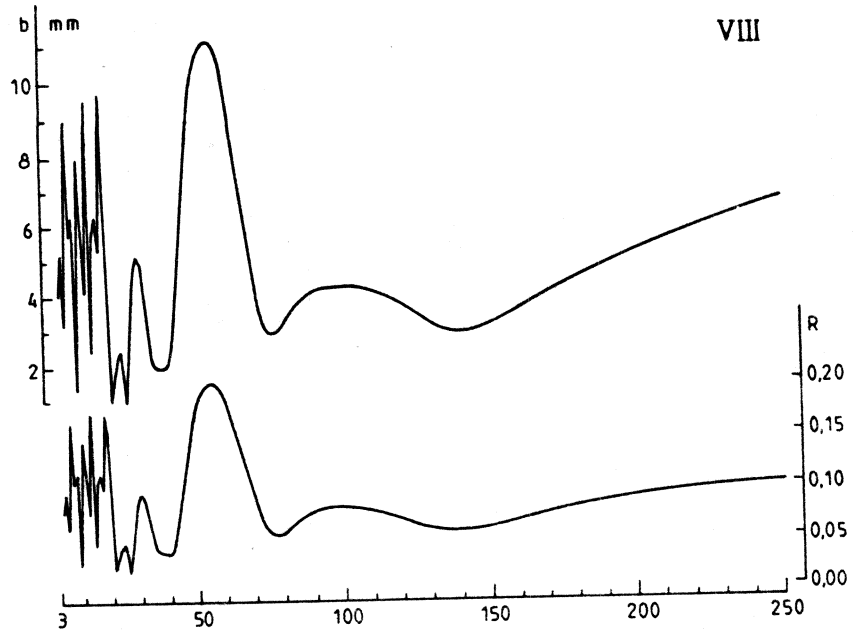
Ryc. 317. Widma oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) opadów atmosferycznych w Warszawie /1813 - 1980/ - lipiec
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of precipitation in Warsaw /1813 - 1980/ - July

Tablica 109

Okresy rzeczywiste (ϑ) opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1813 - 1930: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (e)- lipiec
Actual cycles (ϑ) of precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980: amplitudes (b), phase shifts (c) - July

P VII

ϑ	11	17	74
a	80,64	80,46	80,77
b	8,223	11,27	8,336
c	2,942	-0,347	-1,172
F	1,52	2,91	1,47



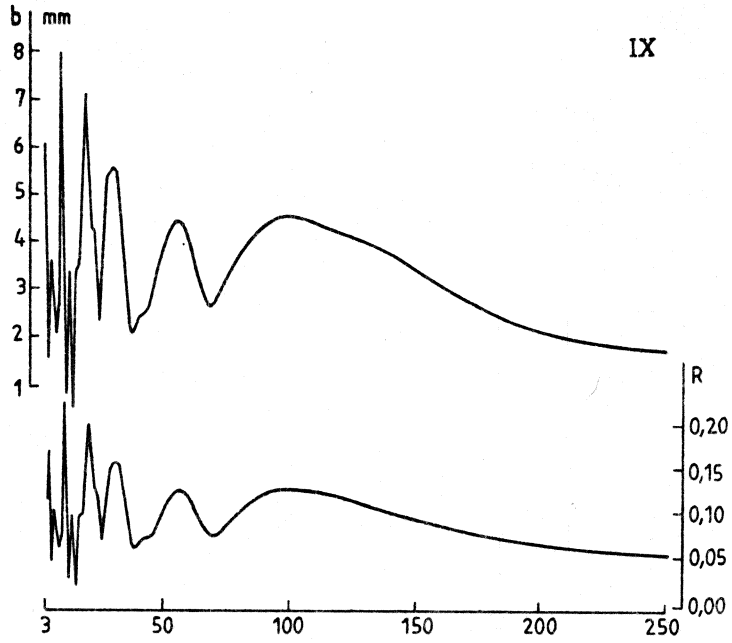
Ryc. 318. Widma oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) opadów atmosferycznych w Warszawie /1813 - 1980/ - sierpień
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of precipitation in Warsaw /1813 - 1980/ - August

Tablica 110

Okresy rzeczywiste (θ) opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1813 - 1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - sierpień
Actual cycles (θ) of precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980: amplitudes (b), phase shifts (c) - August

P VIII

θ	6	13	18	55	100
a	73,67	73,62	73,59	73,48	73,47
b	8,962	9,465	9,606	11,13	4,207
c	-2,737	-1,326	-0,914	1,023	0,674
F	2,11	2,35	2,41	3,35	0,49



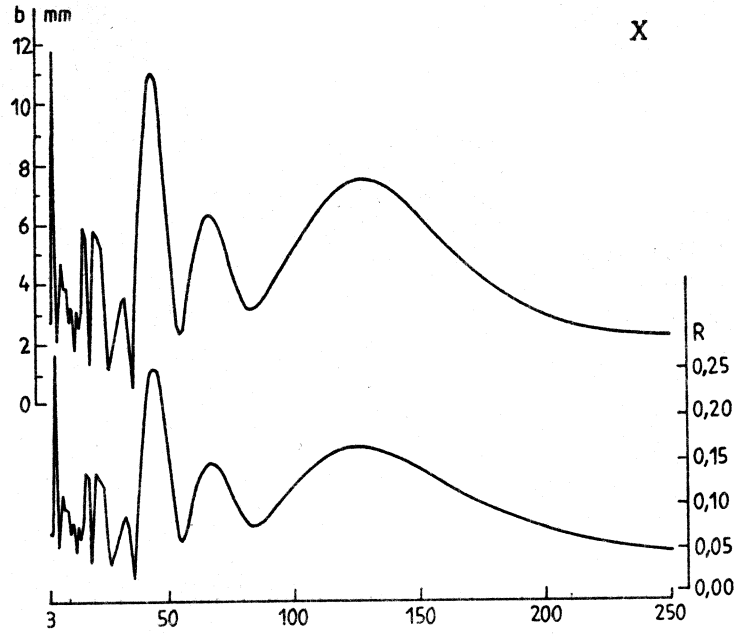
Ryc. 319. Widma oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) opadów atmosferycznych w Warszawie /1813 - 1980/ - wrzesień
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of precipitation in Warsaw /1913 - 1980/ - September

Tablica 111

Okresy rzeczywiste (ϑ) opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1813 - 1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - wrzesień
Actual cycles (ϑ) of precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980: amplitudes (b), phase shifts (c) - September

P IX

ϑ	4	10	20	56	100
a	46,11	46,18	46,08	46,11	46,61
b	6,009	7,929	7,059	4,398	4,517
c	1,016	1,165	1,599	1,345	-2,924
F	2,33	4,14	3,22	1,24	1,28



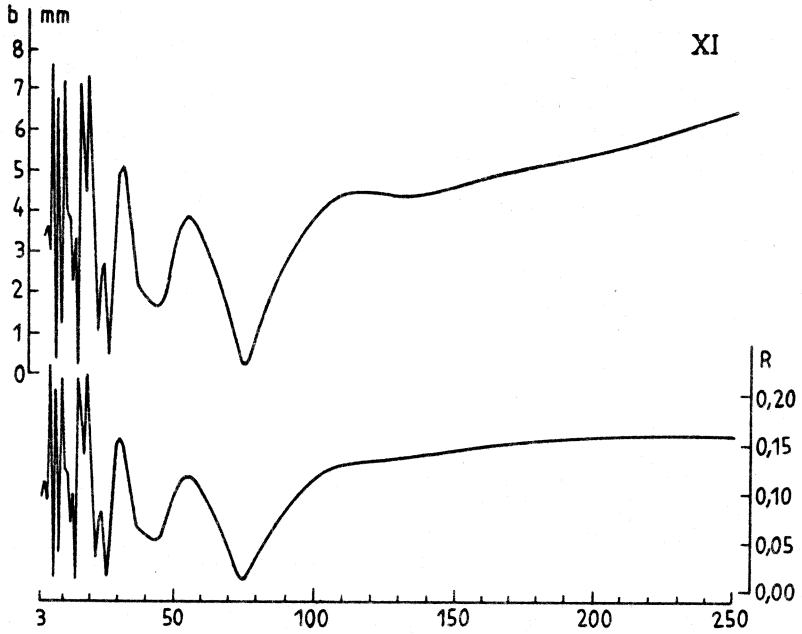
Ryc. 320. Widma oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) opadów atmosferycznych w Warszawie /1813 - 1980/ - październik
Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of precipitation in Warsaw /1913 - 1980/ - October

Tablica 112

Okresy rzeczywiste (ϑ) opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1813 - 1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - październik
Actual cycles (ϑ) of precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980: amplitudes (b), phase shifts (c) - October

P X

ϑ	5	17	44	67	129
a	42,42	42,54	42,79	42,85	42,54
b	11,68	5,890	10,91	6,286	7,454
c	-1,481	0,478	3,044	-2,069	-0,991
F	6,31	1,54	5,53	1,73	2,17



Ryc. 321. Widma oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) opadów atmosferycznych w Warszawie /1813 - 1980/ - listopad

Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of precipitation in Warsaw /1913 - 1980/ - November

Tablica 113

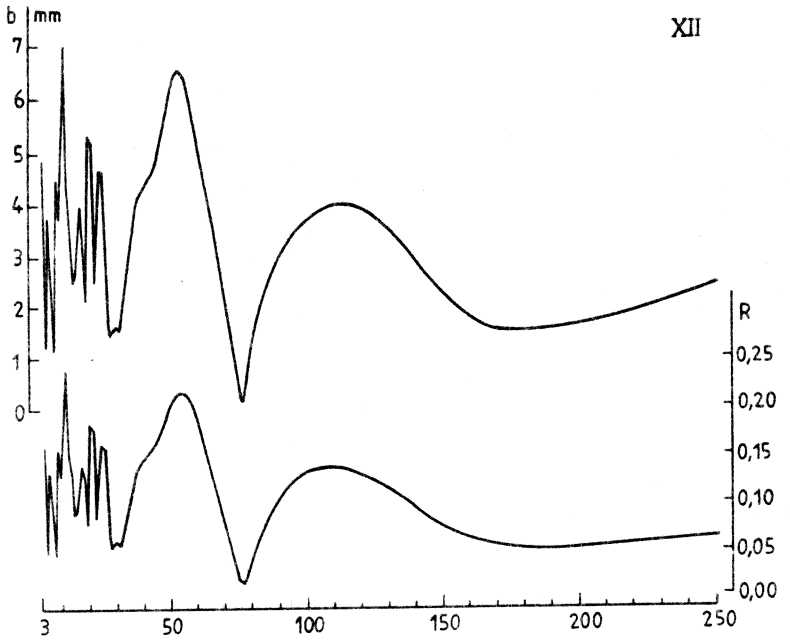
Okresy rzeczywiste (ϑ) opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1813 - 1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - listopad

Actual cycles (ϑ) of precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980: amplitudes (b), phase shifts (c) - November

P XI

ϑ	10	19	31	54	115
a	40,58	40,65	40,36	40,55	39,58
b	7,158	7,283	5,045	3,795	4,430
c	2,814	1,507	1,101	2,853	-0,009
F	3,93	4,01	1,89	1,03	1,36

XII



Ryc. 322. Widma oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) opadów atmosferycznych w Warszawie /1813 - 1980/ - grudzień

Oscillogram spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of precipitation in Warsaw /1813 - 1980/ - December

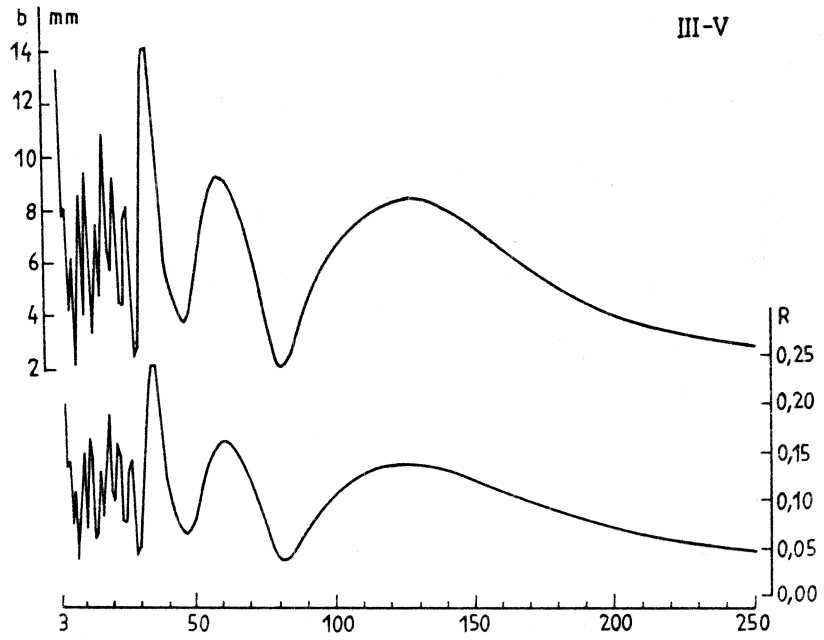
Tablica 114

Okresy rzeczywiste (θ) opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1813 - 1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - grudzień

Actual cycles (θ) of precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980: amplitudes (b), phase shifts (c) - December

P XII

θ	3	11	20	53	113
a	37,15	37,05	36,98	37,05	36,92
b	4,913	7,021	5,306	6,492	3,961
c	-3,093	0,944	0,605	2,254	-1,283
F	2,18	4,59	2,56	3,73	1,38



Ryc. 323. Widma oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) opadów atmosferycznych w Warszawie /1813 - 1980/ - wiosna

Oscillogram spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of precipitation in Warsaw /1813 - 1980/ - spring

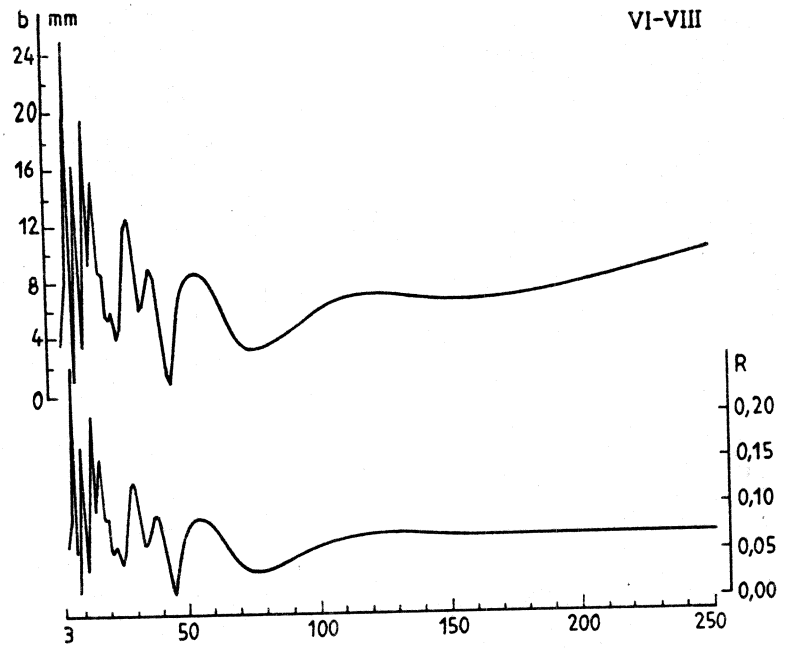
Tablica 115

Okresy rzeczywiste (ϑ) opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1813 - 1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - wiosna

Actual cycles (ϑ) of precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980: amplitudes (b), phase shifts (c) - spring

P III-V

ϑ	3	19	34	60	128
a	122,8	122,9	122,6	122,5	122,2
b	13,06	11,15	13,43	8,591	7,814
c	-3,028	0,705	-1,579	-1,866	-0,534
F	4,29	3,12	4,44	1,81	1,35



Ryc. 324. Widma oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) opadów atmosferycznych w Warszawie /1813 - 1980/ - lato

Oscillogram spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of precipitation in Warsaw /1813 - 1980/ - summer

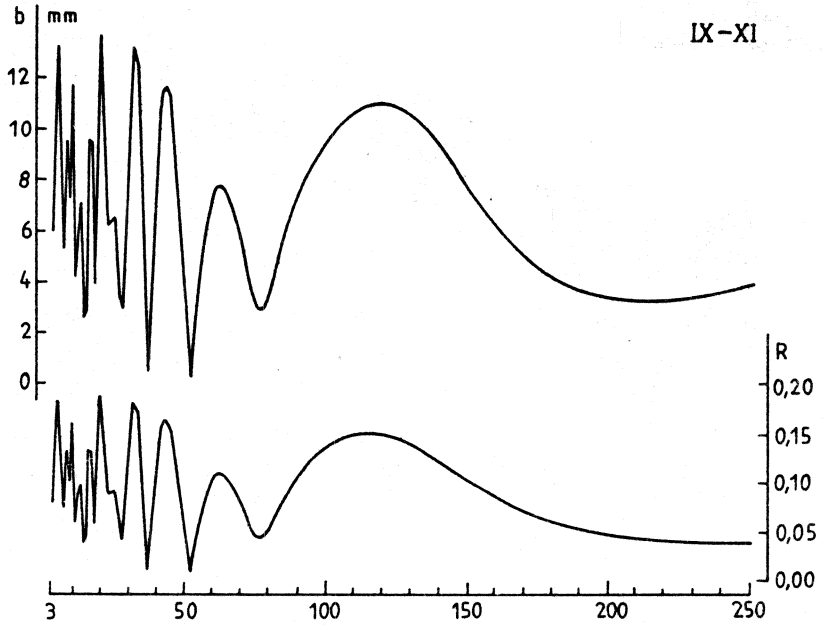
Tablica 116

Okresy rzeczywiste (ϑ) opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1813 - 1980: amplitudy (b) przesunięcia fazowe (c) - lato

Actual cycles (ϑ) of precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980: amplitudes (b), phase shifts (c) - summer

P VI-VIII

ϑ	6	9	13	54	122
a	219,8	219,8	219,8	219,7	218,7
b	25,40	16,54	19,62	8,725	6,984
c	-1,751	-1,722	-0,307	1,628	0,987
F	5,74	2,36	3,37	0,65	0,40



Ryc. 325. Widma oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) opadów atmosferycznych w Warszawie /1813 - 1980/ - jesień

Oscillogram spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of precipitation in Warsaw /1813 - 1980/ - autumn

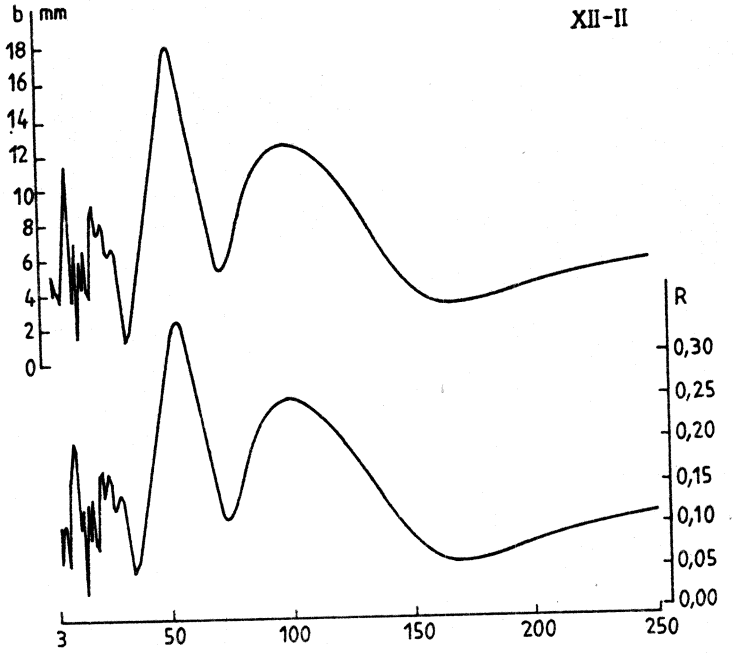
Tablica 117

Okresy rzeczywiste (ϑ) opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1813 - 1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - jesień

Actual cycles (ϑ) of precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980: amplitudes (b), phase shifts (c) - autumn

P IX-XI

ϑ	5	20	32	43	120
a	128,4	128,8	128,4	128,6	127,9
b	13,58	12,83	12,21	11,57	12,50
c	-0,321	2,450	2,045	3,103	-1,036
F	2,90	2,55	2,26	2,12	2,26



Ryc. 326. Widma oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) opadów atmosferycznych w Warszawie /1813 - 1980/ - zima

Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of precipitation in Warsaw /1813 - 1980/ - winter

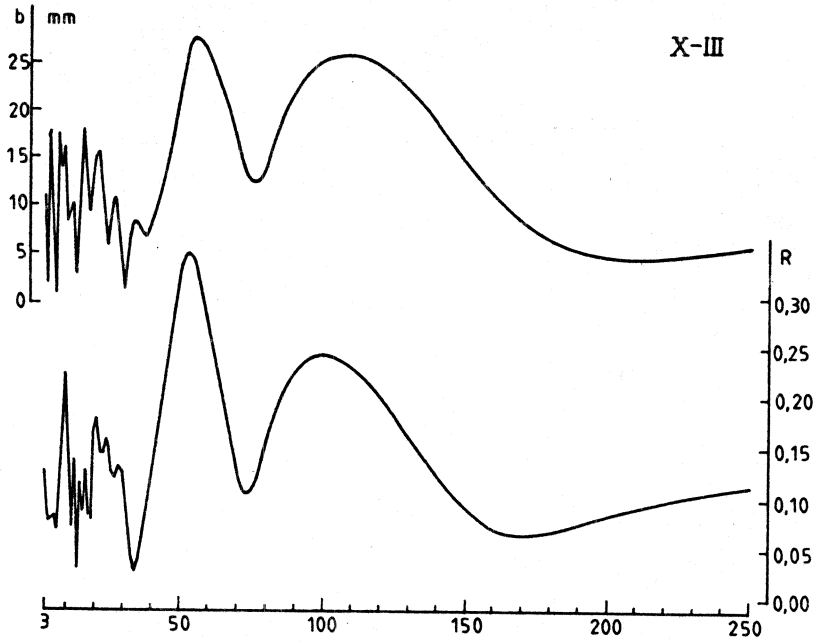
Tablica 118

Okresy rzeczywiste (ϑ) opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1813 - 1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - zima

Actual cycles (ϑ) of precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980: amplitudes (b), phase shifts (c) - winter

P XII-II

ϑ	10	21	53	100
a	97,65	97,89	97,91	96,54
b	11,36	9,064	17,85	12,41
c	-1,017	1,509	2,707	-1,448
F	4,11	2,58	10,58	4,98



Ryc. 327. Widma oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) opadów atmosferycznych w Warszawie /1813 - 1980/ - półrocze chłodne

Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of precipitation in Warsaw /1813 - 1980/ - cold period

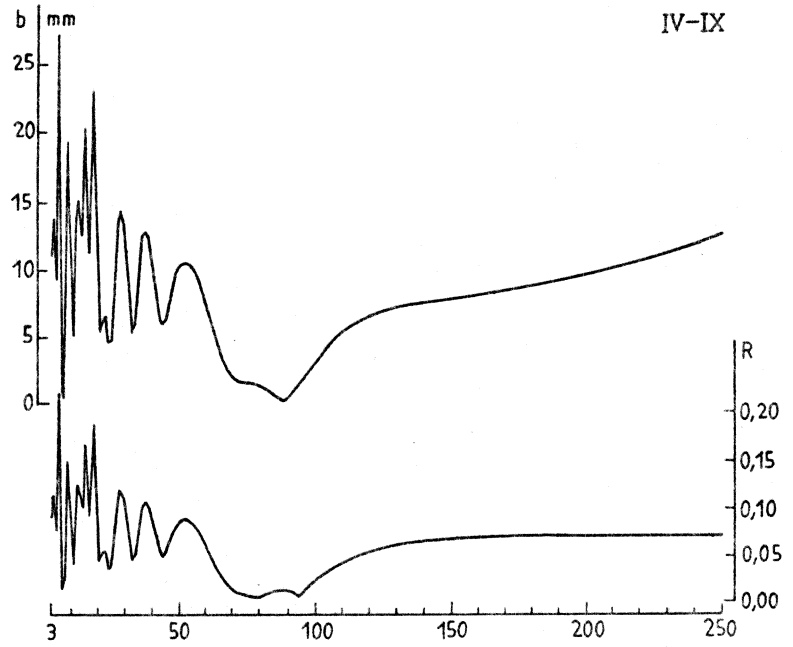
Tablica 119

Okresy rzeczywiste (ϑ) opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1813 - 1980: amplitudy(b), przesunięcia fazowe (c) - półrocze chłodne

Actual cycles (ϑ) of precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980: amplitudes (b), phase shifts (c) - cold period

P X-III

ϑ	5	10	17	57	108
a	212,9	212,8	213,0	212,9	210,0
b	17,41	15,64	18,13	27,30	25,55
c	-0,259	-1,692	0,392	-2,790	-1,115
F	3,09	2,46	3,40	8,21	6,79



Ryc. 328. Widma oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) opadów atmosferycznych w Warszawie /1813 - 1980/ - półrocze ciepłe

Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of precipitation in Warsaw /1813 - 1980/ - warm period

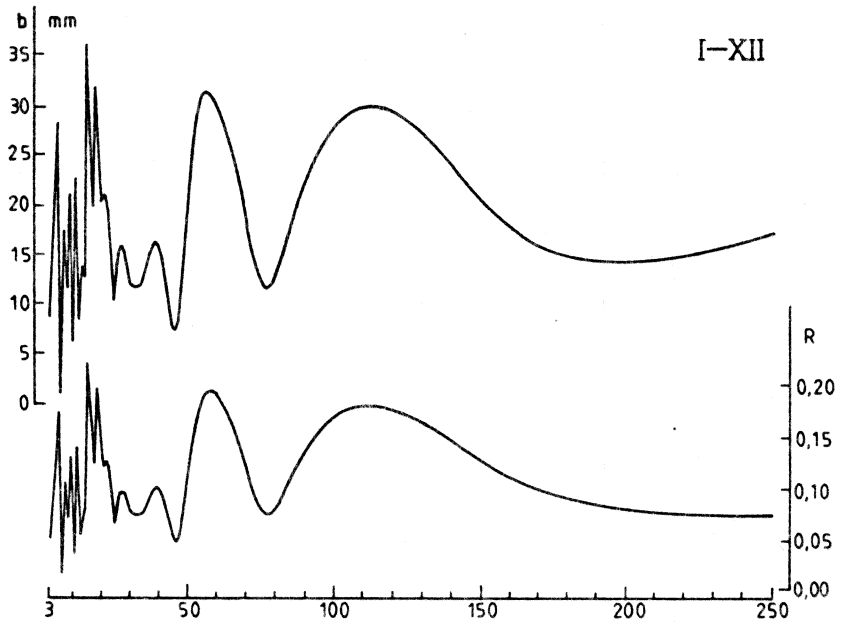
Tablica 120

Okresy rzeczywiste (θ) opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1813 - 1980: amplitudy (b), przesunięcia fazowe (c) - rok

Actual cycles (θ) of precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980: amplitudes (b), phase shifts (c) - warm period

P IV-IX

θ	6	16	19	52
a	356,0	355,9	356,3	355,6
b	28,30	21,20	22,87	9,998
c	-1,778	-1,120	0,745	1,112
F	4,38	2,40	2,87	0,54



Ryc. 329. Widma oscylacji (b) i oscylogram korelacji (R) opadów atmosferycznych w Warszawie /1813 - 1980/ - rok

Oscillation spectrum (b) and correlation oscillogram (R) of precipitation in Warsaw /1813 - 1980/ - year

Tablica 121

Okresy rzeczywiste (ϑ) opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1813 - 1980: amplitudy(b), przesunięcia fazowe (c) - rok

Actual cycles (ϑ) of precipitation in Warsaw in the period 1813 - 1980: amplitudes (b), phase shifts (c) - year

P I-XII

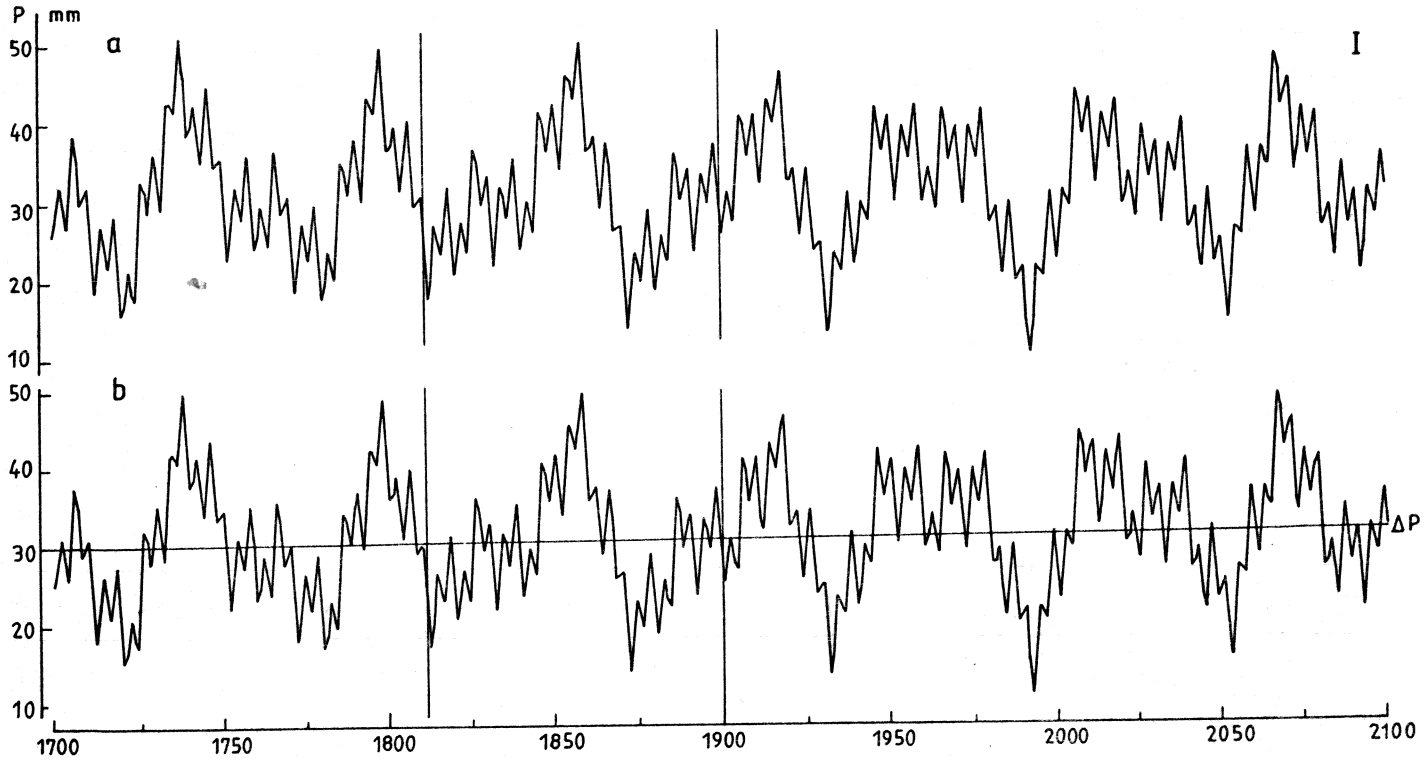
ϑ	6	16	19	58	112
a	569,0	568,7	569,5	569,3	565,0
b	28,37	35,97	31,60	30,86	30,00
c	-1,484	-1,097	0,915	-2,930	-0,861
F	2,49	4,10	3,17	3,10	2,70

Tablica 122

Ocena dokładności trendów czasowych opadów atmosferycznych w Warszawie P = f(t), P = F(t): ε - odchylenie resztowe, δ -odchylenie standardowe, R - współczynnik korelacji wielokrotnej, F - test Fishera-Snedecora /$\bar{P}$ - średnia arytmetyczna, s - odchylenia standardowe/

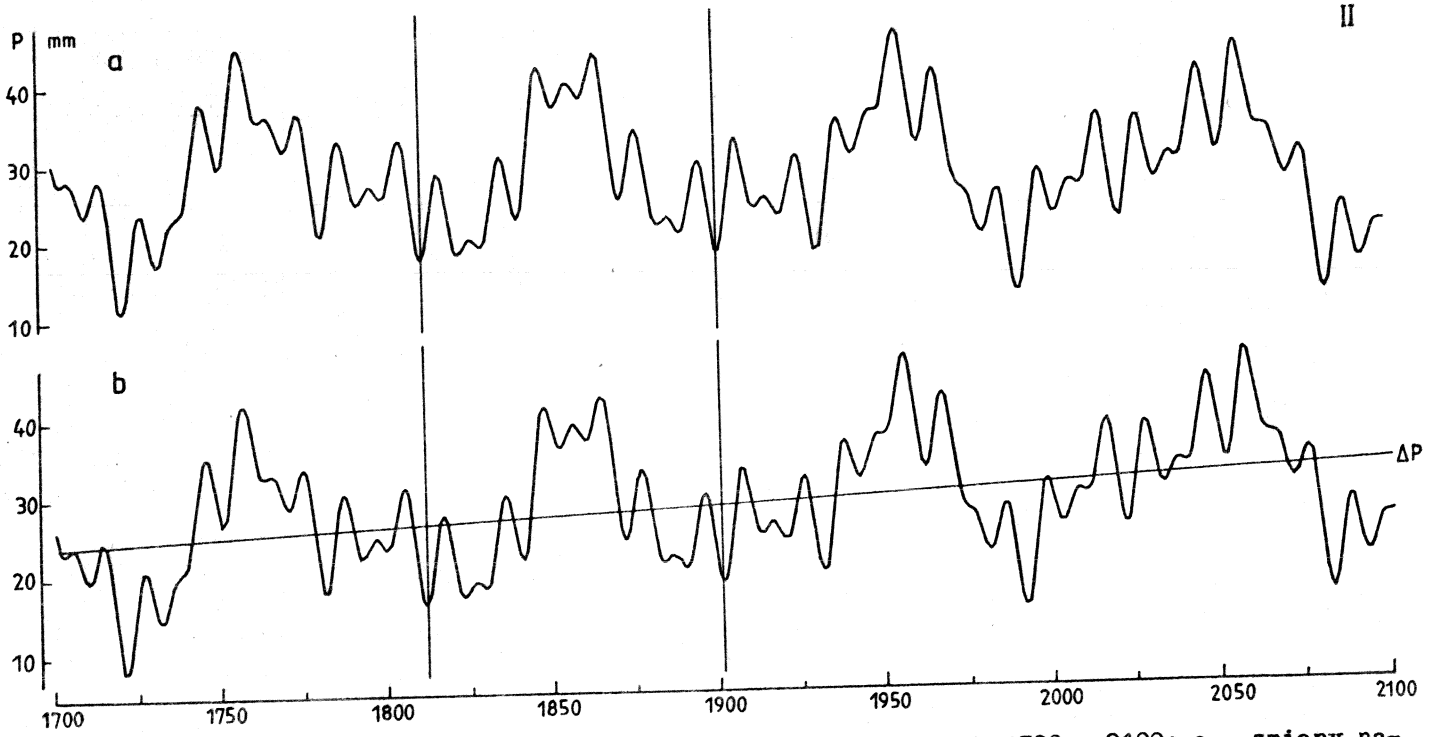
Accuracy evaluation of time trends in precipitation in Warsaw P = f(t), P = F(t): ε - rest deviation, δ - standard error, R - multiple correlation coefficient, F - Fisher-Snedecor test /$\bar{P}$ - arithmetic mean, s - standard deviation/

	$\bar{P}$	s	P = f(t)				P = F(t)			
			ε	δ	R	F	ε	δ	R	F
I	31,48	16,62	15,01	15,52	0,430	3,57	15,00	15,57	0,431	3,23
II	28,98	17,80	16,23	16,68	0,411	4,04	16,20	16,70	0,415	3,64
III	32,07	18,23	16,69	17,16	0,402	3,83	16,66	17,18	0,405	3,45
IV	38,04	20,20	19,17	19,71	0,315	2,19	19,15	19,75	0,318	1,98
V	52,43	26,70	25,13	25,99	0,338	2,03	25,11	26,06	0,340	1,85
VI	65,68	30,52	27,86	28,64	0,408	3,98	27,78	28,65	0,414	3,63
VII	80,53	43,26	41,68	42,58	0,268	2,07	41,59	42,62	0,275	1,87
VIII	73,67	40,11	37,54	38,83	0,352	2,22	37,48	38,89	0,356	2,06
IX	46,11	25,63	23,76	24,58	0,375	2,57	23,71	24,61	0,380	2,39
X	42,52	30,98	28,08	29,04	0,422	3,41	28,07	29,13	0,423	3,09
XI	40,53	23,78	21,98	22,74	0,381	2,67	21,88	22,71	0,391	2,56
XII	37,15	21,68	19,88	20,56	0,399	2,97	19,87	20,62	0,399	2,69
III-V	122,8	41,55	37,90	39,22	0,410	3,15	37,90	39,34	0,410	2,85
VI-VIII	219,9	70,02	64,80	67,05	0,379	2,61	64,75	67,21	0,381	2,39
IX-XI	128,5	52,08	48,77	50,46	0,351	2,19	48,73	50,58	0,353	2,01
XII-II	97,83	36,58	32,24	33,14	0,472	5,68	32,19	33,20	0,475	5,08
X-III	213,0	64,71	56,17	58,11	0,497	5,11	56,16	58,29	0,497	4,62
IV-IX	356,1	88,51	83,50	85,84	0,332	2,44	83,50	86,12	0,332	2,16
I-XII	569,2	116,2	106,2	109,9	0,406	3,07	106,2	110,3	0,406	2,78



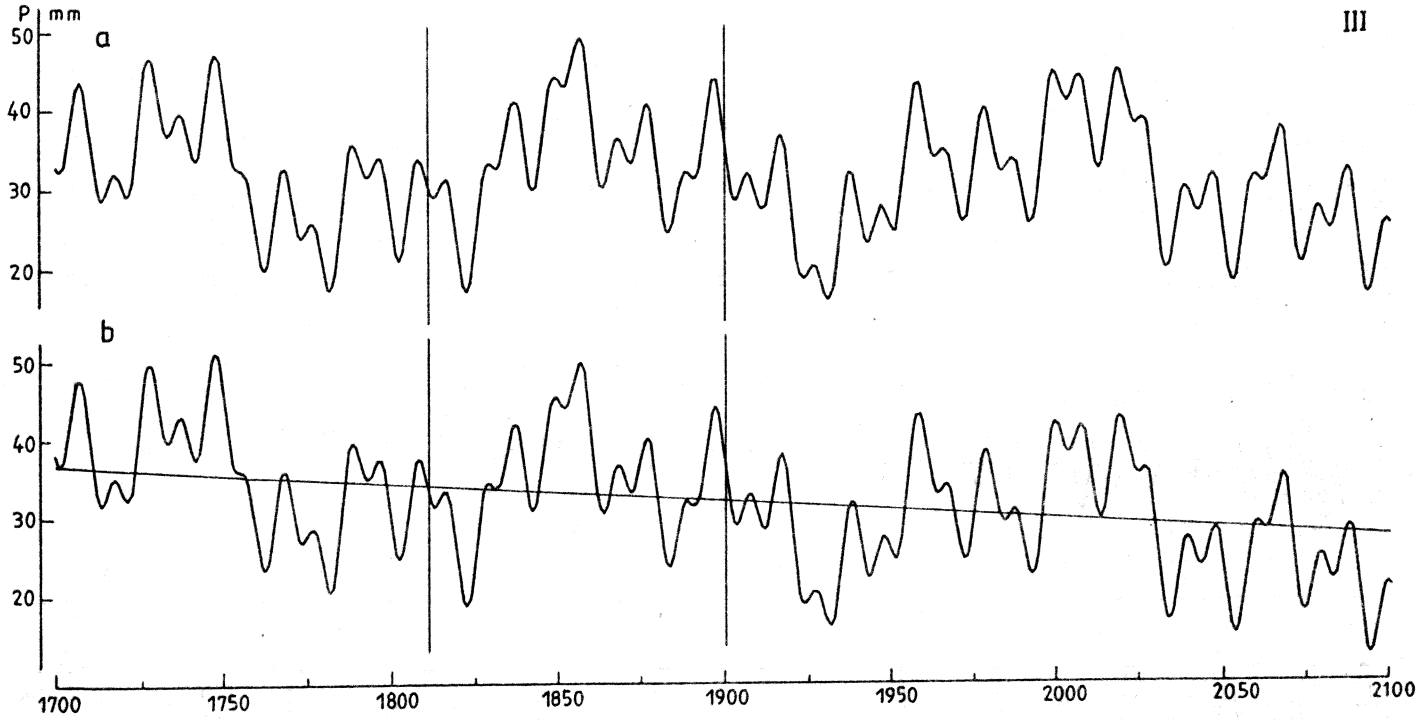
Ryc. 330. Trend wiekowy opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 1, 1′/ - styczeń

Century trend of precipitation in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 1, 1′/ - January



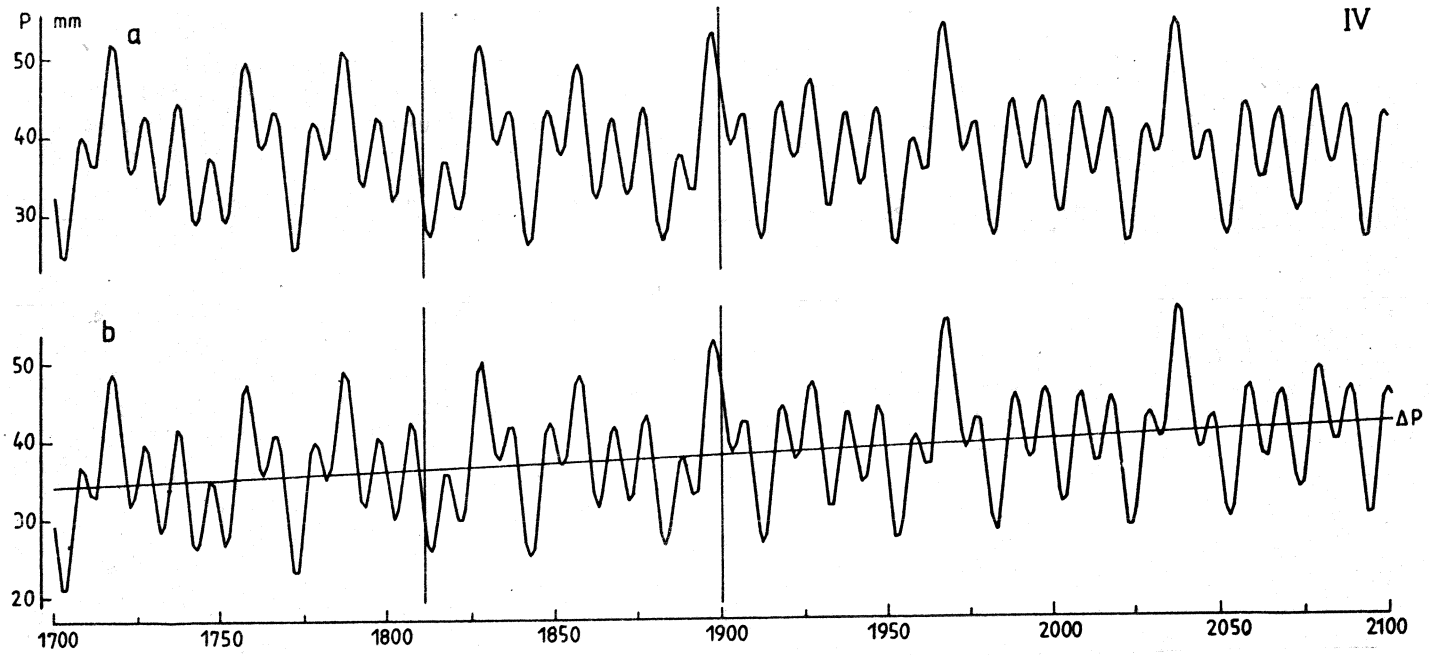
Ryc. 331. Trend wiekowy opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 2, 2′/ - luty

Century trend of precipitation in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 2, 2′/ - February



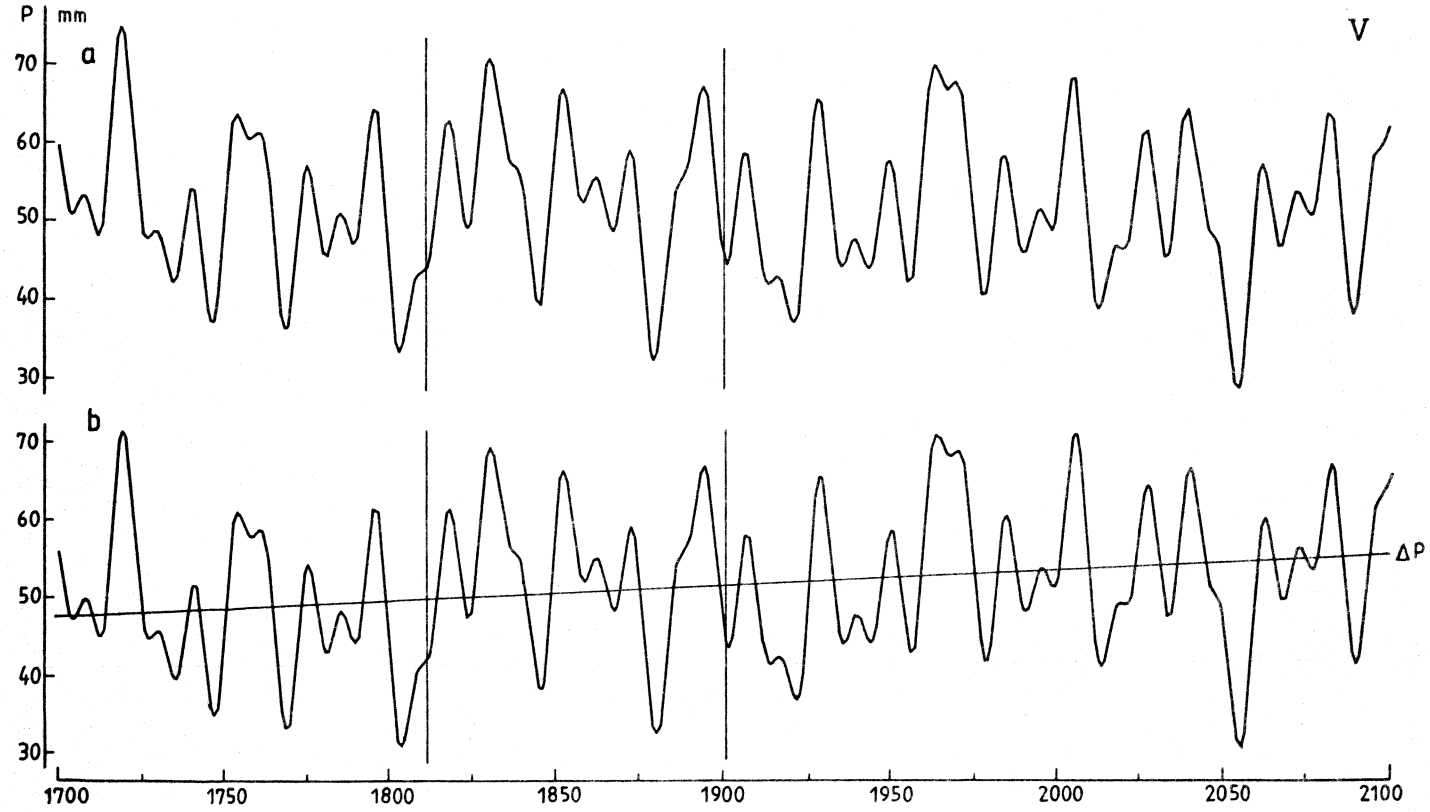
Ryc. 332. Trend wiekowy opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 3, 3´/ - marzec

Century trend of precipitation in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 3, 3´/ - March



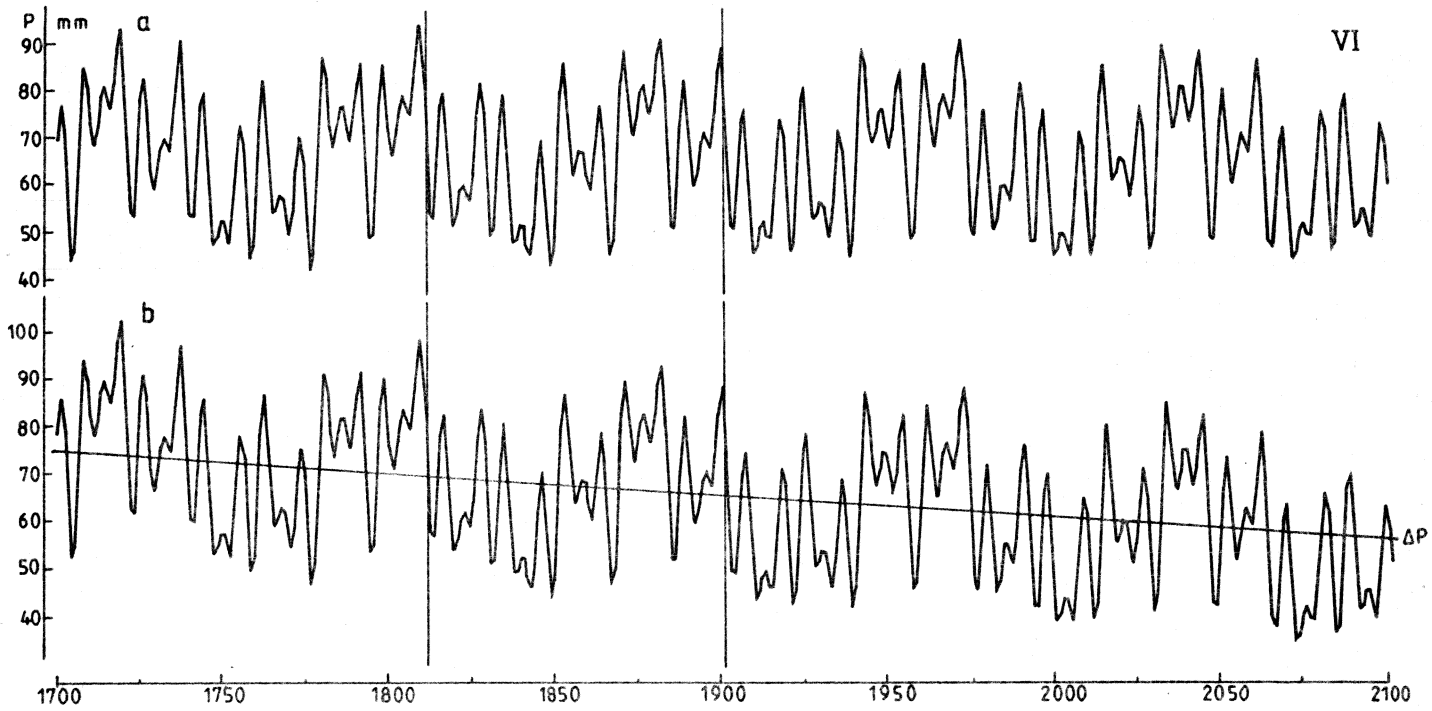
Ryc. 333. Trend wiekowy opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 4, 4'/ - kwiecień

Century trend of precipitation in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 4, 4'/ - April



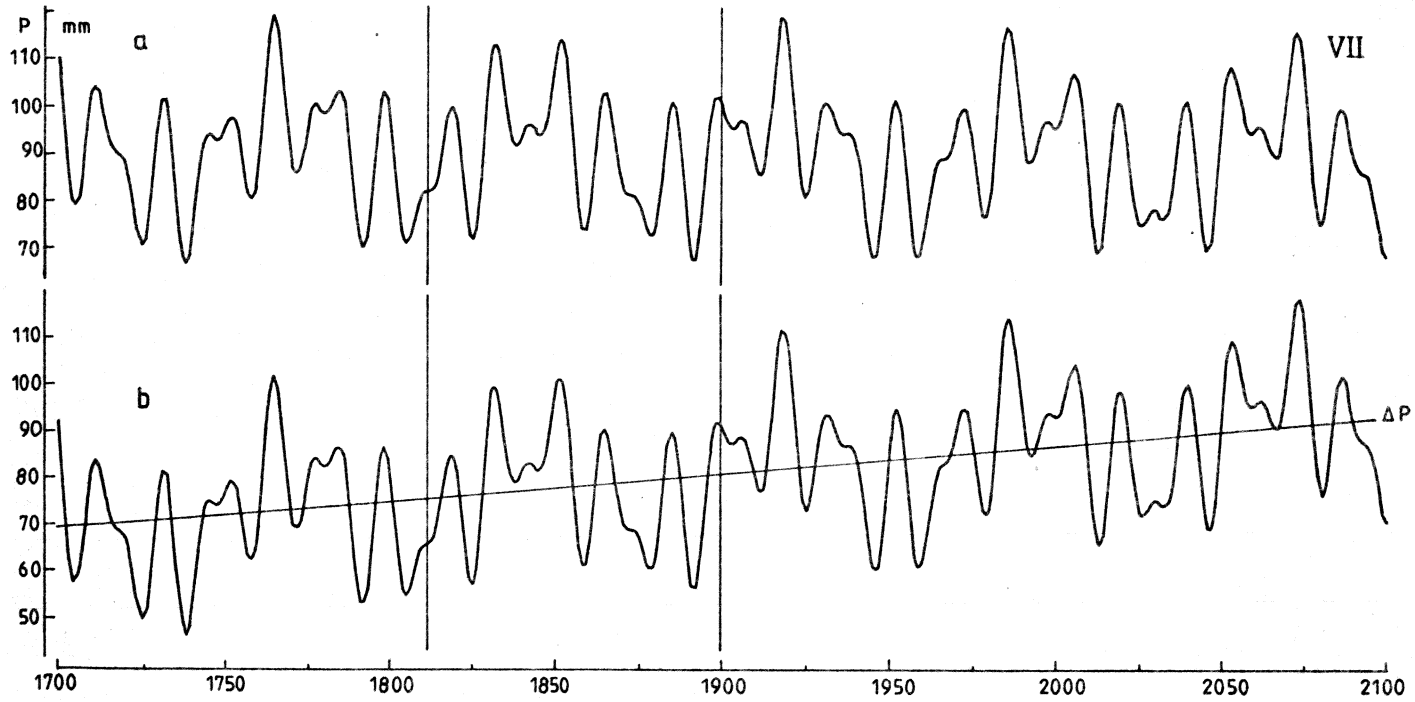
Ryc. 334. Trend wiekowy opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 5, 5'/ - maj

Century trend of precipitation in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 5, 5'/ - May



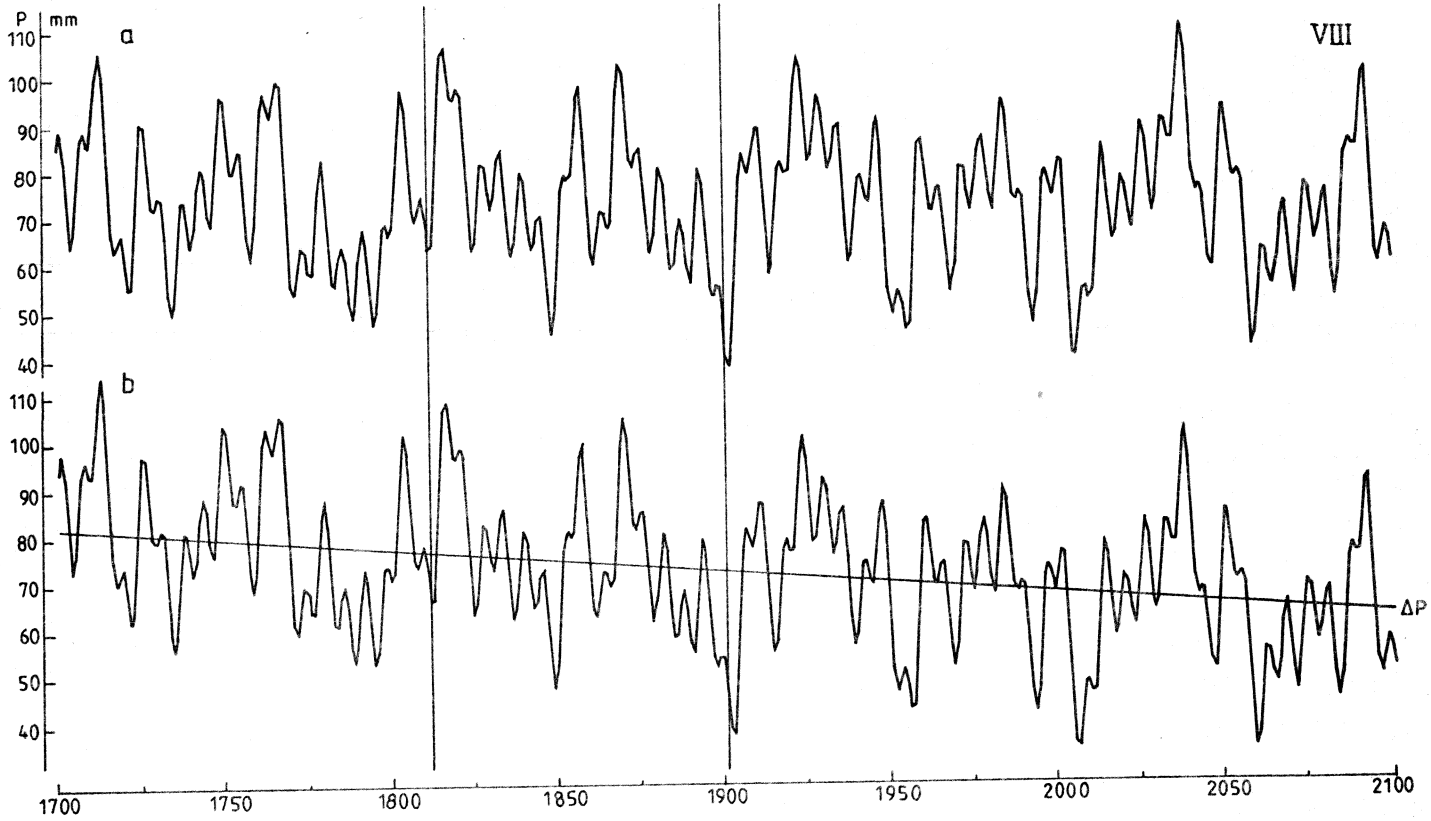
Ryc. 335. Trend wiekowy opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 6, 6′/ - czerwiec

Century trend of precipitation in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 6, 6′/ - June



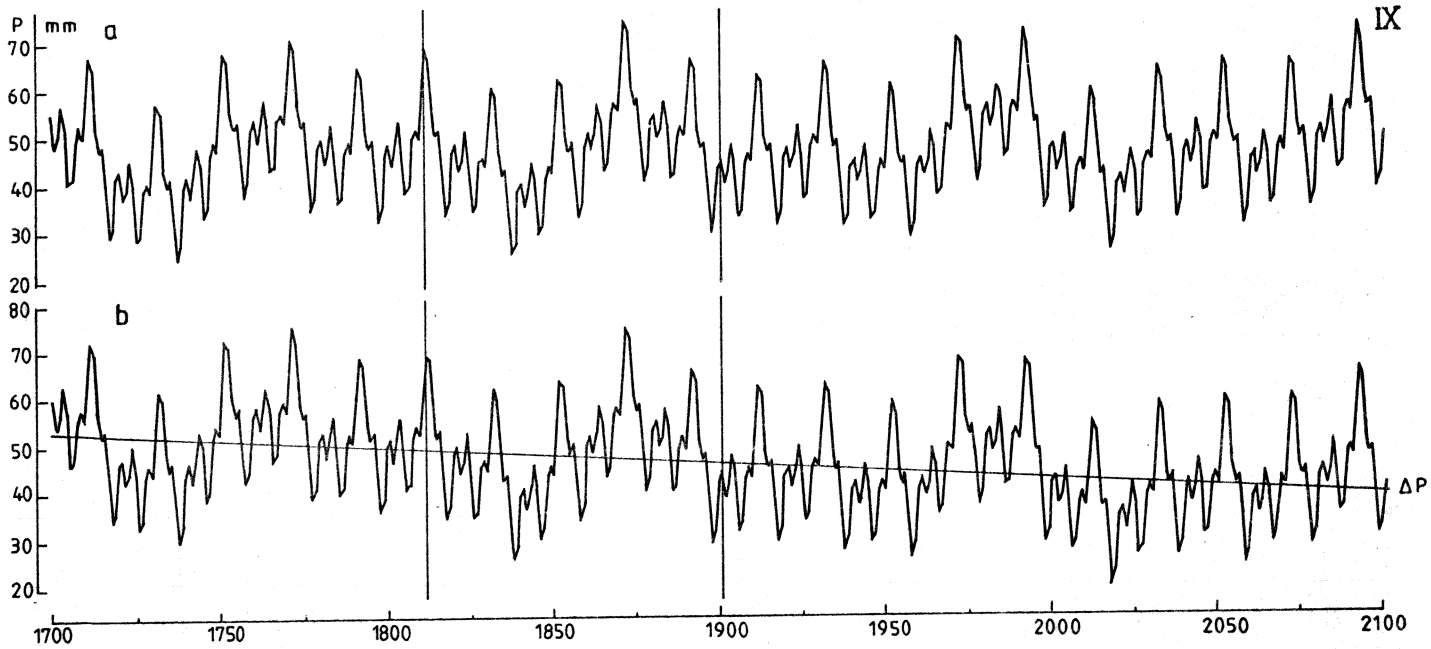
Ryc. 336. Trend wiekowy opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 7, 7′/ - lipiec

Century trend of precipitation in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 7, 7′/ - July



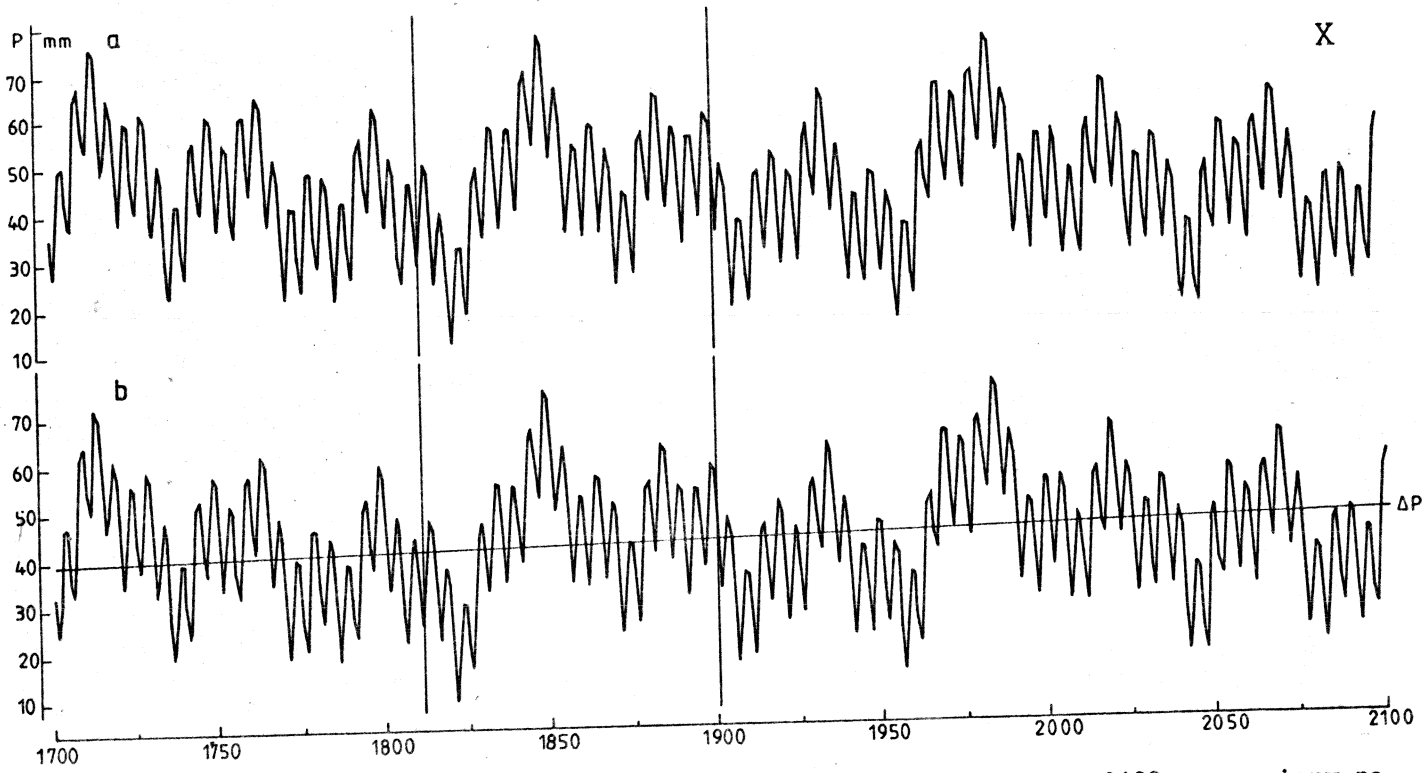
Ryc. 337. Trend wiekowy opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 8, 8′/ - sierpień

Century trend of precipitation in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 8, 8′/ - August



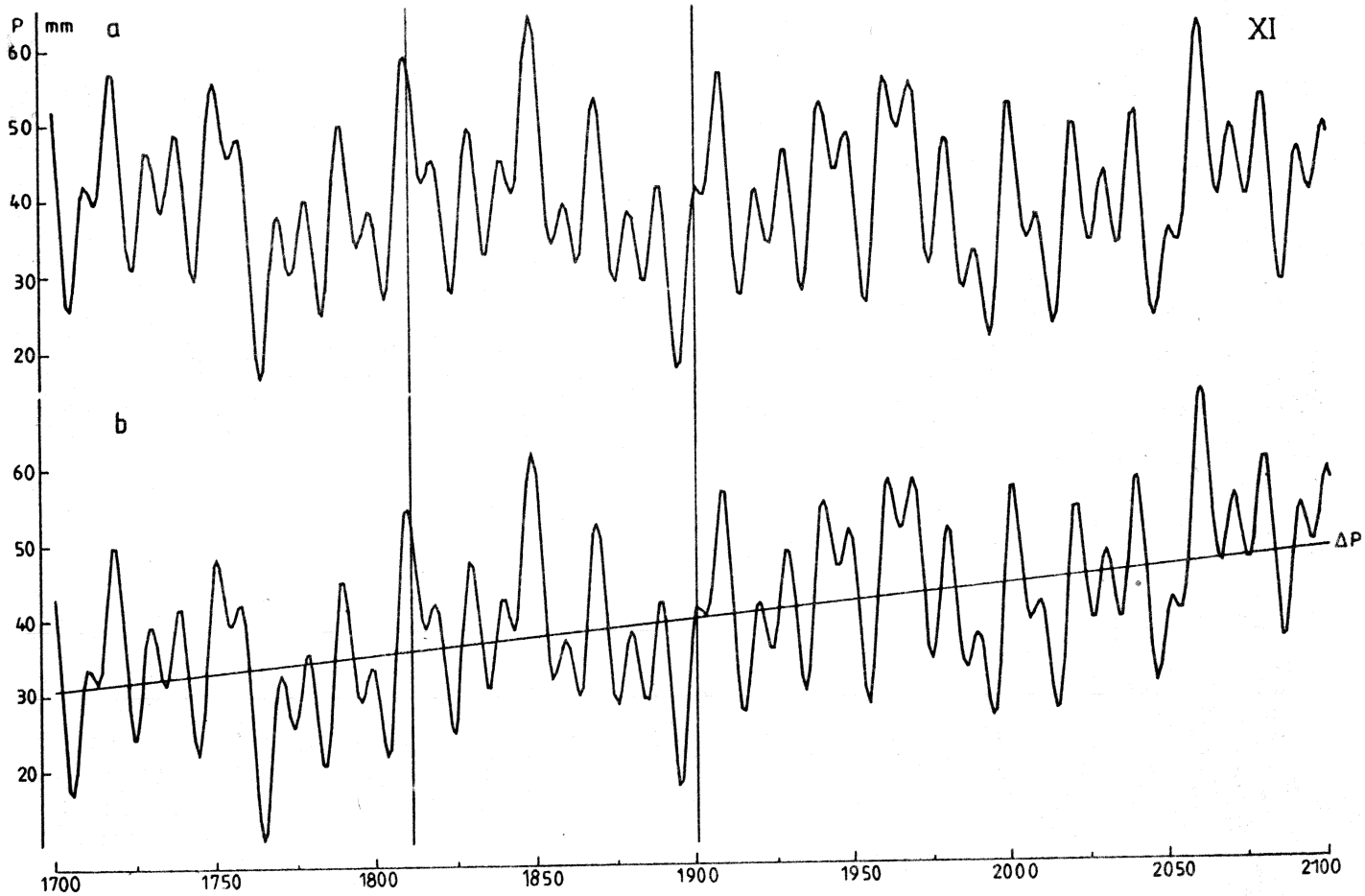
Ryc. 338. Trend wiekowy opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 9, 9′/ - wrzesień

Century trend of precipitation in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 9, 9′/ - September



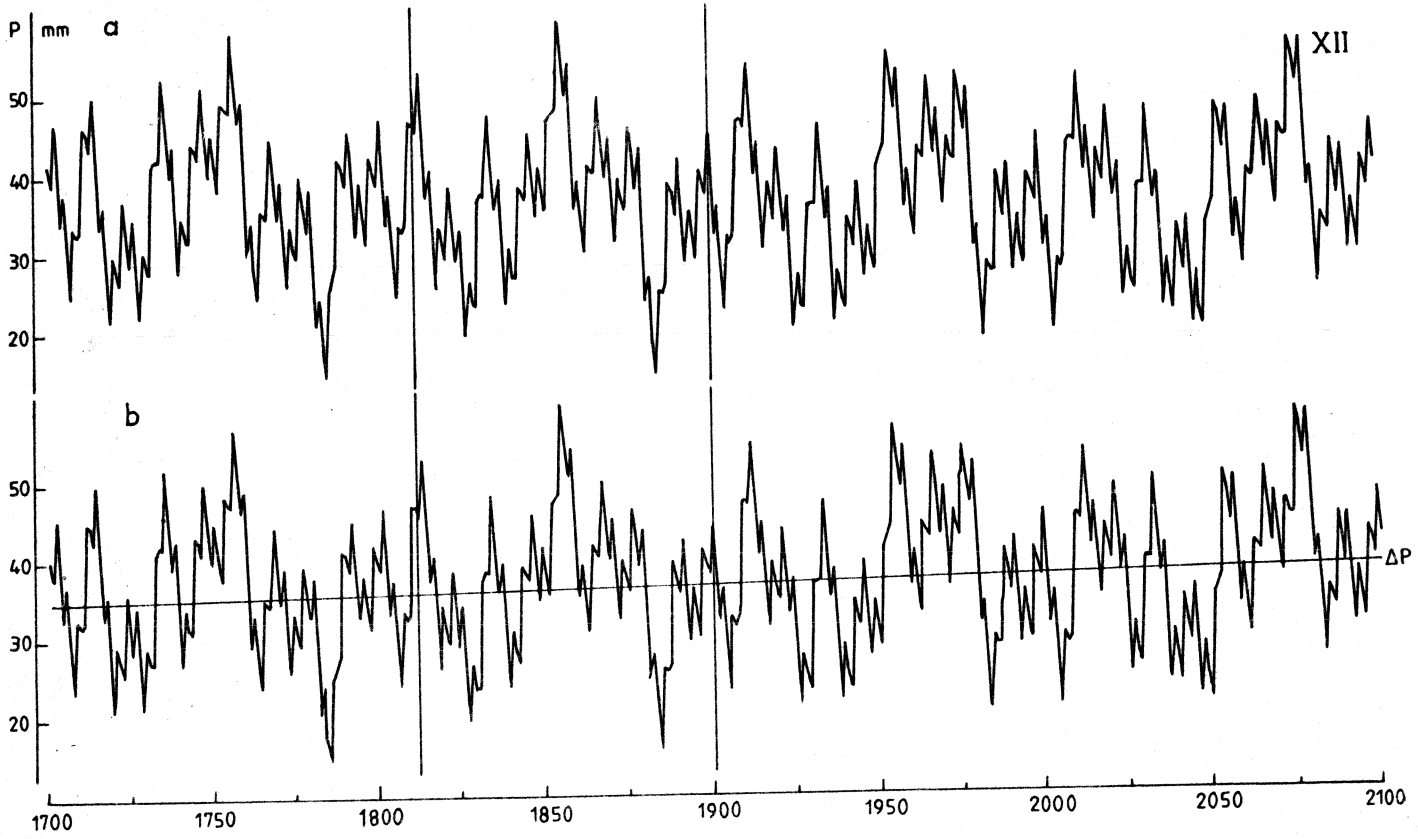
Ryc. 339. Trend wiekowy opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 10, 10′ - październik

Century trend of precipitation in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 10, 10′/ - October



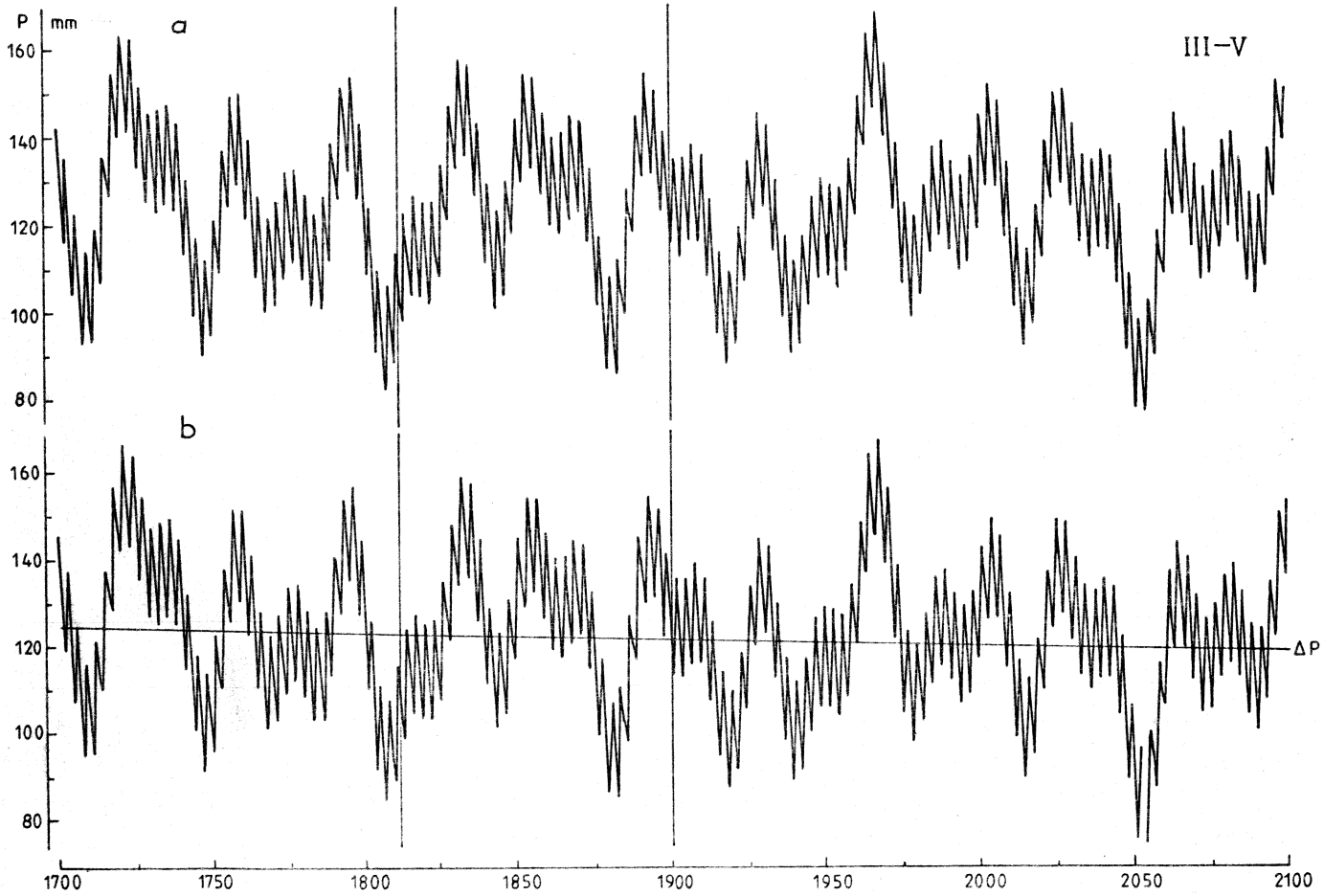
Ryc. 340. Trend wiekowy opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 11, 11´/ - listopad

Century trend of precipitation in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 11, 11´/ - November

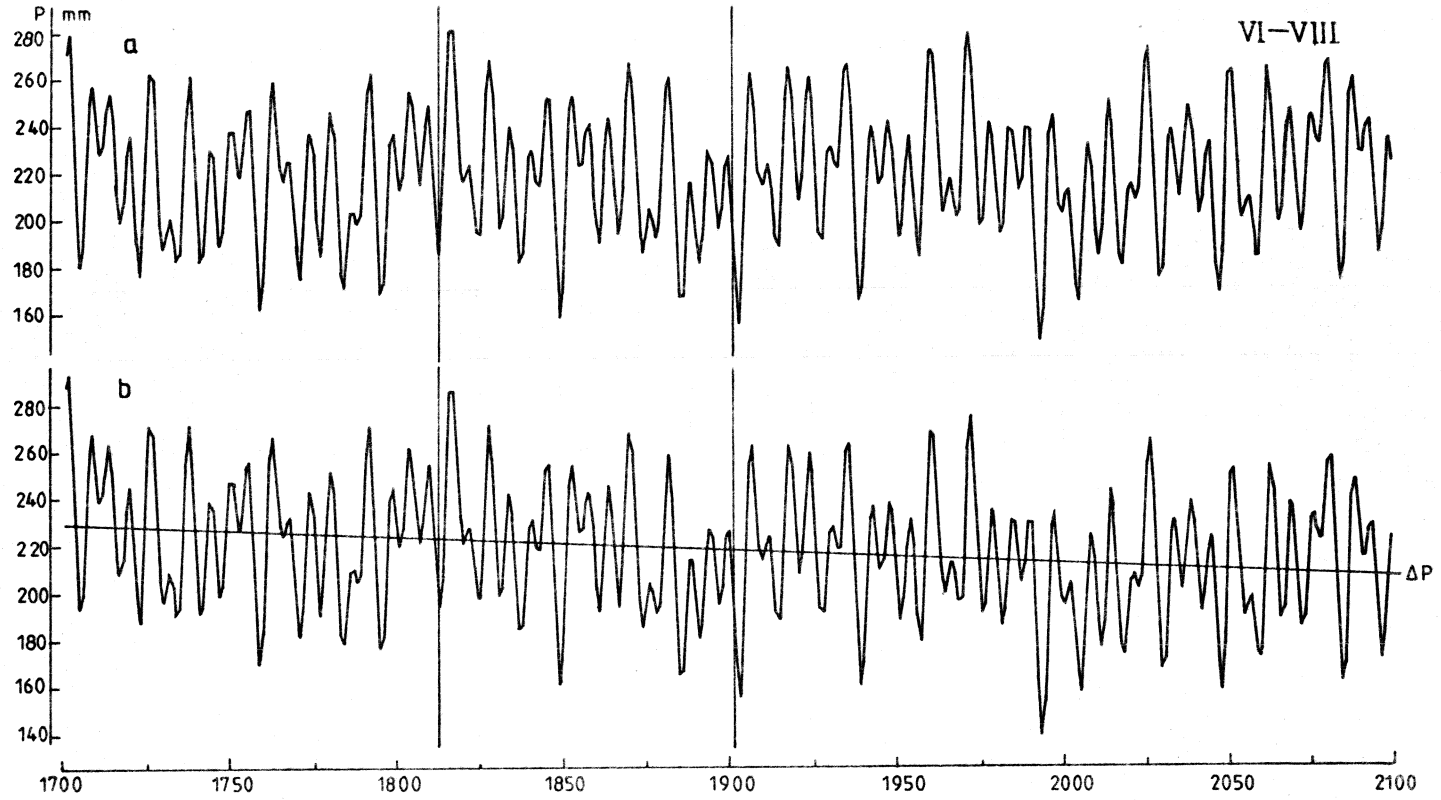


Ryc. 341. Trend wiekowy opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 12, 12′/ - grudzień

Century trend of precipitation in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 12, 12′/ - December

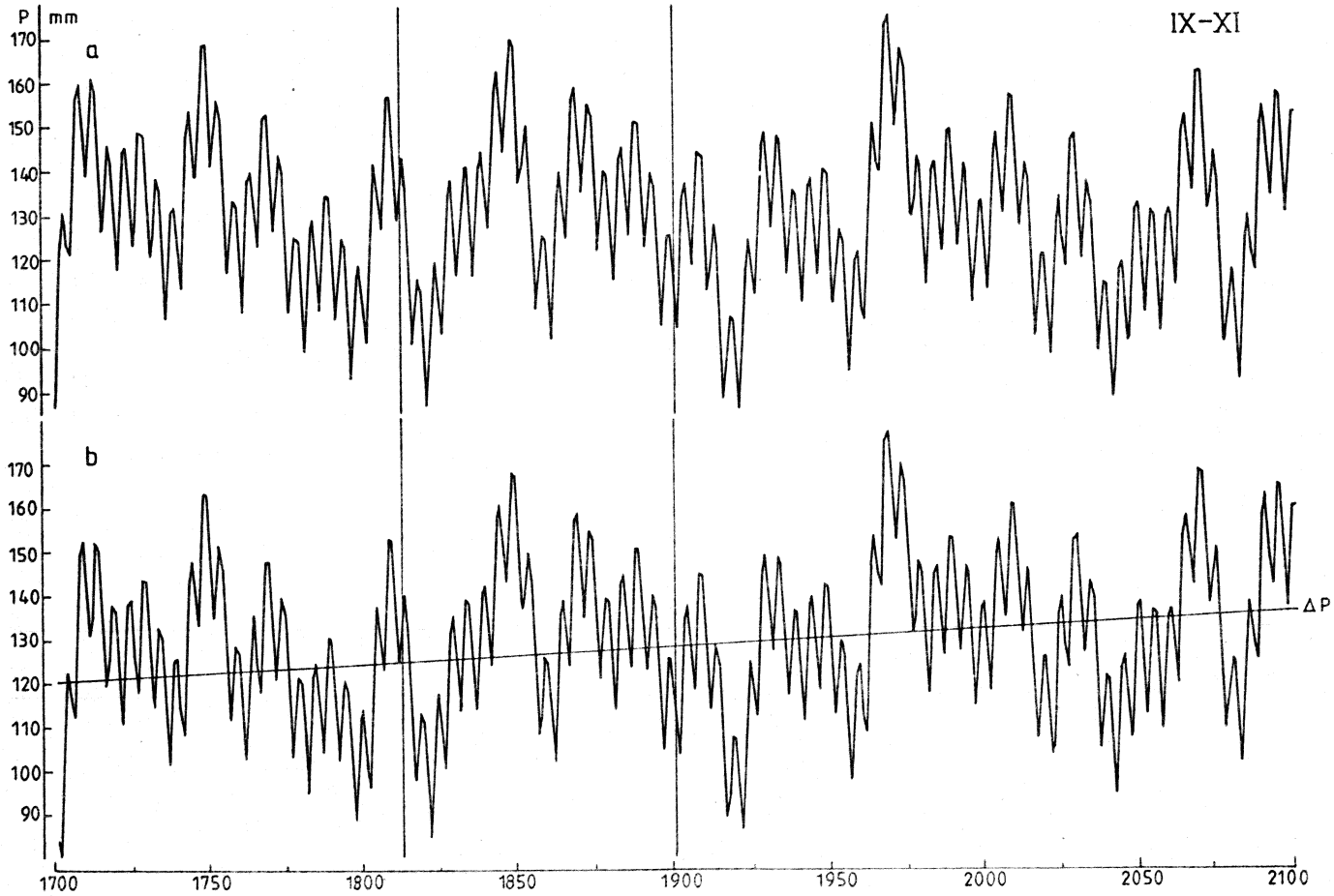


Ryc. 342. Trend wiekowy opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 13, 13′/ - wiosna
Century trend of precipitation in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 13, 13′/ - spring

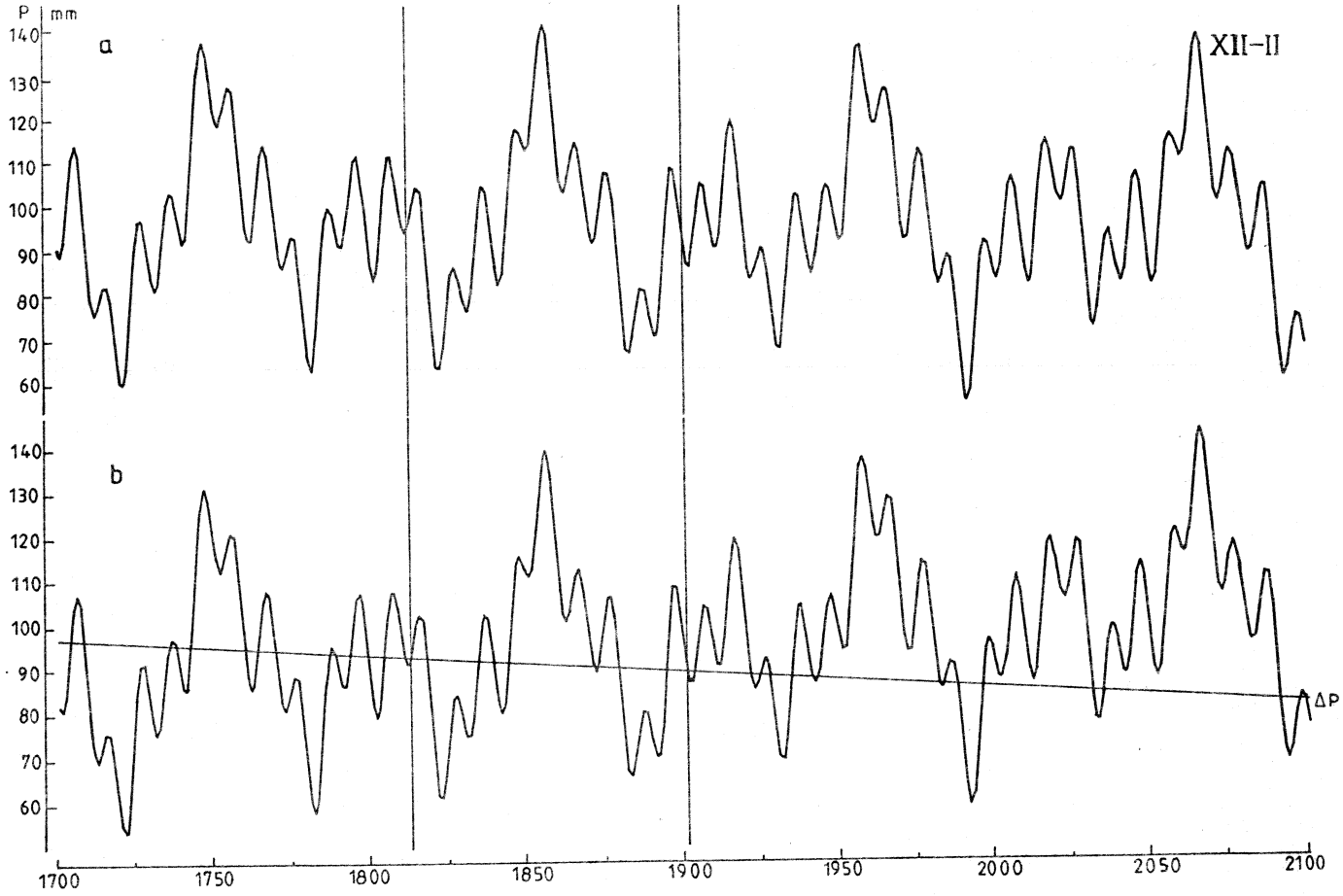


Ryc. 343. Trend wiekowy opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 14, 14´/ - lato

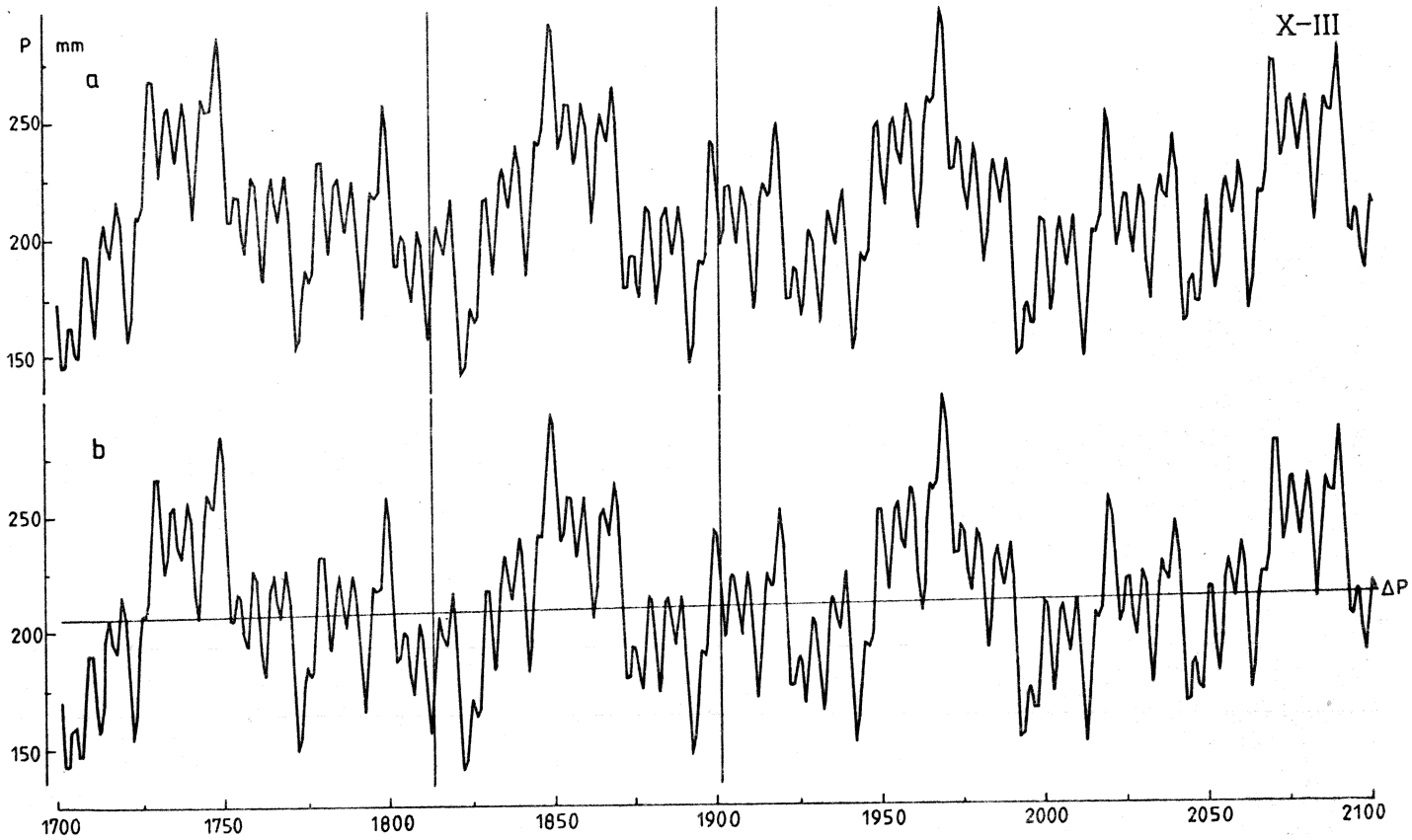
Century trend of precipitation in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 14, 14´/ - summer



Ryc. 344. Trend wiekowy opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 15, 15´/ - jesień
Century trend of precipitation in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 15, 15´/ - autumn

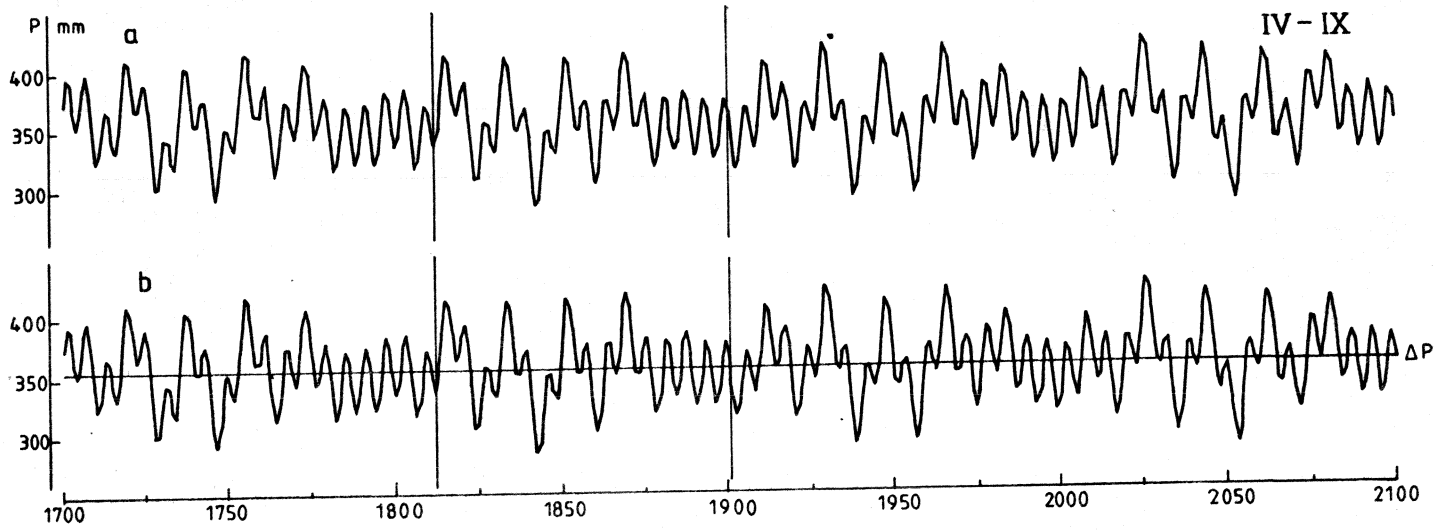


Ryc. 345. Trend wiekowy opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 16, 16´/ - zima
Century trend of precipitation in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 16, 16´/ - winter



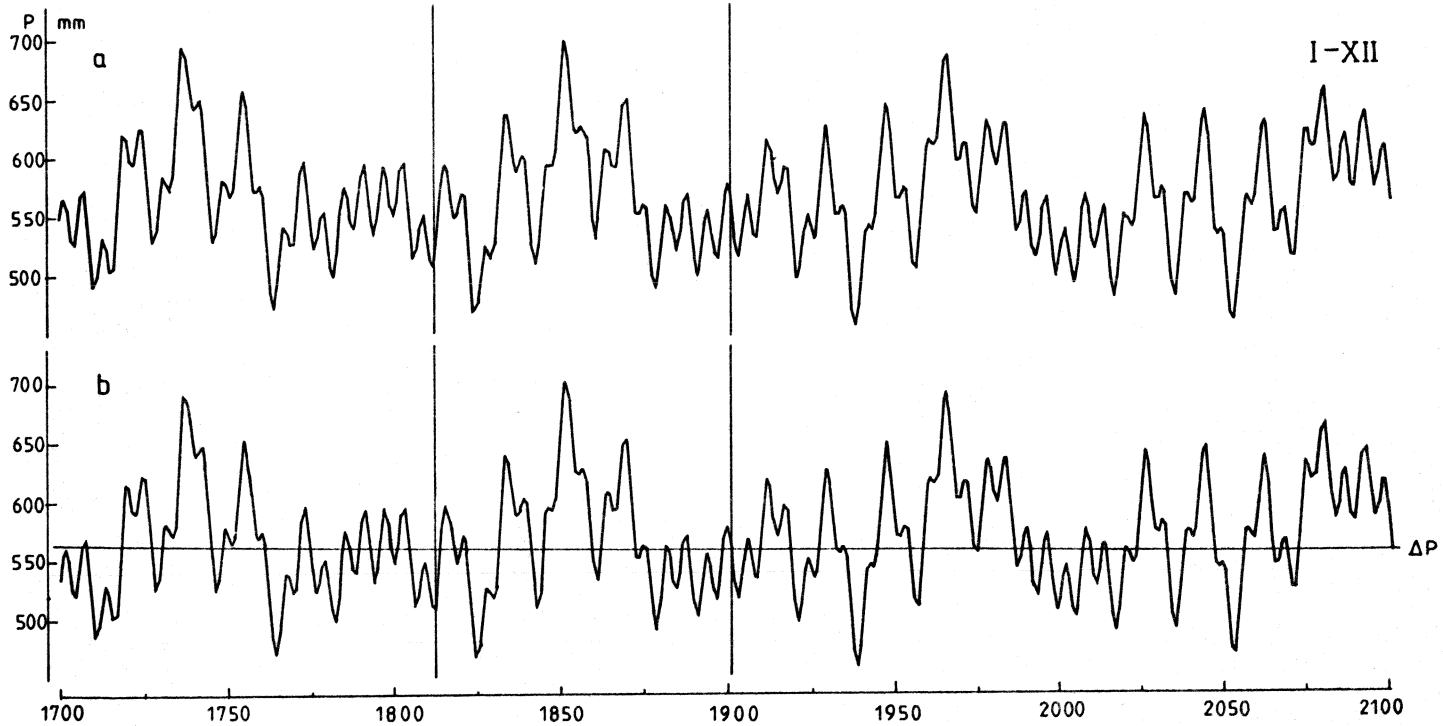
Ryc. 346. Trend wiekowy opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 17, 17'/ - półrocze chłodne

Century trend of precipitation in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 17, 17'/ - cold period



Ryc. 347. Trend wiekowy opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 18, 18′/ - półrocze ciepłe

Century trend of precipitation in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 18, 18′/ - warm period



Ryc. 348. Trend wiekowy opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1700 - 2100: a - zmiany naturalne, b - z wyodrębnieniem składnika antropogenicznego /wykresy funkcji 19, 19´/ - rok

Century trend of precipitation in Warsaw in the period 1700 - 2100: a - natural changes, b - anthropogenic component separated /graphs of functions 19, 19´/ - year

VII. ZAKOŃCZENIE

W pracy określono naturalne i antropogeniczne zmiany wiekowe klimatu Polski wraz z prognozą sięgającą po rok 2100.

Zbadano ciągi chronologiczne: plam słonecznych /liczb Wolfa, 1749 - 1980/, cyrkulacji atmosferycznej /wschodniej, zachodniej, południkowej wg Wangenheima, 1891 - 1976/ oraz temperatury powietrza /1779 - 1979/ i opadów atmosferycznych /1813 - 1980/ w Warszawie. Analizie poddano miesięczne, sezonowe, półroczne i roczne wartości.

Metody statystyczne stosowane dotychczas: analiza harmoniczna - wyznaczanie kolejnych wyrazów szeregu Fouriera, analiza spektralna - metoda autokorelacyjna niezbyt nadają się do badań periodycznych zmian klimatu.

Niedoskonałością analizy harmonicznej jest założenie fikcyjnych okresów: n, $\frac{n}{2}$, $\frac{n}{3}$, ... Okresy te, otrzymane z podziału arbitralnego długości ciągu chronologicznego na dwie, trzy itd. części, nie pokrywają się z okresami rzeczywistymi /prawdziwymi/. Tylko niektóre z harmonik mogą przypadkowo być takie same jak okresy rzeczywiste. Metodą tą nie można wykryć okresów między: n i $\frac{n}{2}$, $\frac{n}{2}$ i $\frac{n}{3}$ itd.

Powszechnie zaś stosowaną metodą autokorelacyjną można wykrywać w zasadzie tylko okresy zmian bardzo krótkie /o dużej częstości/. Współczynniki autokorelacji między ciągiem chronologicznym pierwotnym i ciągami otrzymanymi z translacji czasu o 1, 2, 3, ..., k jednostek są obliczane na podstawie coraz to mniejszej liczby $n - k$ danych. Prowadzi to do ograniczeń jej stosowalności do okresów nie przekraczających $k = \frac{n}{2}$.

Nowością w badaniach sekularnych zmian klimatu jest analiza oscylacji - wyznaczenie widma oscylacji i rzeczywistych

okresów /metoda Boryczki/. Nie ma ona żadnego z wymienionych ograniczeń stosowalności. Ciąg chronologiczny /także niekompletny/ pomiarów wykonanych w dowolnych odstępach czasu jest aproksymowany kolejnymi sinusoidami regresji.

$$y = a + b\sin\left(\frac{2\pi}{\theta}t + c\right)$$

o zadanym paśmie oscylacji, np. $\theta = \frac{1}{12}, \frac{2}{12}, \ldots, N$, gdzie $N \geq n$. Metodą tą otrzymuje się

$\vec{b} = b_1, \ldots, b_N$ - empiryczne widmo oscylacji

$\vec{c} = c_1, \ldots, c_N$ - fazy początkowe

$\vec{R} = R_1, \ldots, R_N$ - oscylogram korelacji

Poszukiwane okresy rzeczywiste θ_j - to maksima lokalne widma oscylacji /ciągu amplitud/. Odpowiadają im minima wariancji resztowej i maksima współczynnika korelacji wielokrotnej R_j. Amplitudy b_j są weryfikowane testem Fishera-Snedecora o 2 i n - 3 stopniach swobody.

Znalezienie ukrytego okresu θ_j - sinusoidy regresji o amplitudzie b_j i przesunięciu fazowym c_j - sprowadza się do wyznaczenia równania płaszczyzny regresji

$$y = a_0 + \alpha x_1 + \beta x_2$$

względem zmiennych czasowych $x_1 = \sin\frac{2\pi}{\theta}t$, $x_2 = \cos\frac{2\pi}{\theta}t$. Amplituda /b/ zmian i przesunięcie fazowe /c/ są określone wzorami

$$b = \left(\alpha^2 + \beta^2\right)^{\frac{1}{2}}, \quad \operatorname{tg} c = \frac{\beta}{\alpha}$$

gdzie kąt c spełnia warunki $\alpha = b\cos c$, $\beta = b\sin c$.

Widma oscylacji $\vec{b}$ i wektory faz wykorzystano do identyfikacji przyczyn zmian klimatu. Widma oscylacji $\vec{b}$ przyczyn/aktywności Słońca/, mechanizmu przenoszenia na Ziemię /cyrkulacji atmosferycznej/ i elementów klimatu /temperatura powietrza, opady/ powinny być identyczne. W tej samej epoce czasu $<0, t>$ powinny być także zbliżone wektory przesunięć fazowych $\vec{c}$, tj. cykle synchroniczne.

Okresy rzeczywiste θ_j zastosowano do wyznaczania trendów czasowych

$$y = f(t) = a_0 + \sum_{j=1}^{k} b_j \sin\left(\frac{2\pi}{\theta_j}t + c_j\right)$$

składając /wg rachunku najmniejszych kwadratów/ sinusoidy regresji o rzeczywistych okresach, zweryfikowanych testem Fishera-Snedecora o 2k i n-2k-1 stopniach swobody.

Innym rozwiązywanym w Atlasie problemem jest modelowanie naturalnych i antropogenicznych zmian klimatu. Zmierzone wartości np. temperatury powietrza /y/ są sumą składników naturalnego /y_0/ i antropogenicznego /Δy/. Istnieje możliwość wyodrębnienia składnika naturalnego, gdyż ulega on periodycznym zmianom. Wypadkową tych naturalnych zmian można opisać kilkoma lub kilkunastoma sinusoidami o wykrytych rzeczywistych okresach.

Natomiast miarą antropogenicznych zmian jest składnik liniowy $\Delta y = at$ trendu czasowego

$$y = a_0 + \underbrace{at}_{\substack{\text{zmiany}\\ \text{antropo-}\\ \text{geniczne}}} + \underbrace{\sum_{j=1}^{k} b_j \sin\left(\frac{2\pi}{\theta_j} t + c_j\right)}_{\text{zmiany naturalne}}$$

Współczynnik regresji cząstkowej a może wskazywać tendencję wzrostową /$a > 0$/ lub spadkową /$a < 0$/ zmian antropogenicznych. Może on także aproksymować zmiany naturalne - odcinek sinusoidy o bardzo długim nieznanym okresie.

Różnica między składnikami liniowymi $\Delta y_1 - \Delta y_2 = (a_1 - a_2)t$ trendów czasowych dwóch sąsiednich miejscowości /1 i 2/ wynika z wpływu czynników antropogenicznych. Widma oscylacji, charakteryzujące naturalne zmiany, są w sąsiednich miastach takie same $|\vec{b}_1 \approx \vec{b}_2|$.

Cykle rzeczywiste liczby plam słonecznych /W/, cyrkulacji atmosferycznej /wschodniej C_E, zachodniej C_W, południkowej C/, temperatury powietrza /T/ i opadów atmosferycznych /P/ i trendy czasowe, które są ich wypadkową, wskazują, iż zmiany klimatu Polski w XIX - XX wieku były kształtowane głównie przez aktywność Słońca.

Minimum absolutne aktywności Słońca przypada na najsłabszy cykl pojedynczy 1811 - 1823, a maksimum - na najmocniejszy cykl 1959 - 1964. Maksimum absolutne aktywności Słońca 189,9 wystąpiło w roku 1957. Te ekstrema absolutne liczby plam słonecznych były wywołane nałożeniem się 4 głównych cykli

$W = 50{,}41 + 27{,}45 \sin (2\pi t/11t + 1{,}071)$
$W = 50{,}17 + 12{,}80 \sin (2\pi t/59t - 1{,}901)$
$W = 48{,}09 + 18{,}84 \sin (2\pi t/91t + 0{,}012)$
$W = 46{,}51 + 9{,}856 \sin (2\pi t/179t - 1{,}32)$ /dane 1700 - 1978/

Oto daty minimów i maksimów tych sinusoid regresji

	minima	maksima
cykl 11 lat	1810	1959
cykl 59 lat	1811	1959
cykl 91 lat	1817	1954
cykl 179 lat	1871	1960

Liczba plam słonecznych cechuje się stałą tendencją wzrostową $\frac{\partial W}{\partial t} = 8/100$ lat.

Minimum absolutne średniej rocznej temperatury powietrza $T_{min} = 6{,}5^{\circ}C$ /wg trendu F(t) / przypada na rok 1823, w którym wystąpiło minimum absolutne aktywności Słońca /1811 - 1823 - najsłabszy cykl/. Maksimum zaś absolutne $T_{max} = 8{,}5^{\circ}C$ nieco wyprzedza datę maksimum absolutnego aktywności Słońca /1957/.

Temperatura powietrza, podobnie jak aktywność Słońca w ostatnich dwóch stuleciach, wzrastała o $0{,}6^{\circ}C/100$ lat:

$W = 36{,}10 + 0{,}0803\ t$ /1779 - 1979/
$T = 6{,}88 + 0{,}0058\ t$ /1700 - 1978/

Ten stały wzrost średniej rocznej temperatury powietrza w Warszawie jest wynikiem nakładania się naturalnych cykli - głównie 89 lat i 194 lat. To postępujące ocieplenie klimatu w XVIII - XX wieku jest prawdopodobnie uwarunkowane wzrostem aktywności Słońca. Temperatura powietrza jest dodatnio skorelowana z liczbą plam słonecznych.

Cykle rocznych wartości temperatury powietrza - 60 lat, aktywności Słońca - 59 lat i cyrkulacji południkowej - 61 lat są synchroniczne:

$$T = 7{,}45 + 0{,}133 \sin\left(\frac{2\pi}{60} t + 1{,}363\right)$$

$$W = 50{,}17 + 12{,}8 \sin\left(\frac{2\pi}{59} t - 1{,}90\right)$$

$$C = 95{,}09 + 19{,}68 \sin\left(\frac{2\pi}{61} t + 1{,}525\right)$$

Maksima tych sinusoid regresji występują mniej więcej w tym samym czasie:

T_{max}	1780	1840	1900	1960	2020

W_{max}	1781	1840	1899	1958	2017
C_{max}	1768	1829	1890	1951	2012

Synchroniczne są też cykle: 89 lat - średniej rocznej temperatury powietrza i 91 lat - aktywności Słońca:

$$T = 7{,}45 + 0{,}199 \sin\left(\frac{2\pi}{89} t + 2{,}474\right)$$

$$W = 48{,}09 + 18{,}84 \sin\left(\frac{2\pi}{91} t + 0{,}012\right)$$

Ich minima przypadają na lata:

T_{min}	1632	1721	1810	1898	1988	2077
W_{min}	1634	1725	1816	1907	1998	2089

Pewna zbieżność dat występuje także między ekstremami cykli: 58 lat - opadów atmosferycznych:

$$P = 569{,}3 + 30{,}86 \sin\left(\frac{2\pi}{58} t - 2{,}930\right)$$

oraz 60 lat - temperatury powietrza i 59 lat - aktywności Słońca. Najdłuższy cykl rocznych sum opadów wynosi 112 lat:

$$P = 565{,}0 + 30{,}0 \sin\left(\frac{2\pi}{112} t - 0{,}861\right)$$

Jest on znacznie dłuższy od cykli: 87 - 99 lat - cyrkulacji zachodniej, 89 lat - temperatury powietrza i 91 lat - aktywności Słońca.

Prawie we wszystkich miesiącach wykryto cykle 9 - 13 lat opadów atmosferycznych, zbliżone do cyklu 11-letniego aktywności Słońca.

Istnieje ogólna prawidłowość, że cyrkulacja wschodnia w latach 1891 - 1980 ma tendencję rosnącą /$a > 0$/, a zachodnia - malejącą /$a < 0$/. Natomiast składnik liniowy cyrkulacji południkowej / $\Delta C = at$/ zmienia znak w ciągu roku.

Składnik liniowy $\Delta T = at$ trendu wiekowego temperatury powietrza jest uwarunkowany przyczynami /czynnikami/ antropogenicznymi. Świadczą o tym jego zmiany roczne - od dużych /1,48°C/ 100 lat/ dodatnich wartości w miesiącach zimowych do bardzo małych, bliskich zera, a nawet ujemnych w lecie.

Antropogeniczne przyrosty temperatury powietrza w Warszawie / $\Delta T = at$/ w latach 2000, 2100 w odniesieniu do roku 1778 /w °C, $t=0$, $\Delta T=0$/ mogą osiągnąć wartości:

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
2000	1,31		0,47		0,16		0,02		0,18		2,57	
		0,02		0,47		0,07		-0,58		0,44		3,28
2100	2,91		0,68		0,23		0,03		0,26		3,74	
		0,03		0,68		0,10		-0,84		0,64		4,76

Wydaje się, że te duże przyrosty temperatury powietrza / $\Delta T > 0$/ w miesiącach zimowych wynikają z rozbudowy miasta /coraz większej akumulacji ciepła w dzień przez liczniejszą wielokondygnacyjną zabudowę i emisji ciepła sztucznego/ oraz dominacji efektu cieplarnianego atmosfery, wynikającego ze wzrostu zawartości CO_2 w atmosferze. Natomiast w lecie / $\Delta T \approx 0$ lub $\Delta T < 0$/ dominuje absorpcja promieniowania słonecznego przez pyły naturalne i przemysłowe /z emisji wtórnej/. To przeciwne oddziaływanie czynników antropogenicznych prowadzi do niewielkich przyrostów /$T = 0{,}19^{\circ}C$/100 lat/ średniej rocznej temperatury powietrza:

$T = -0{,}1385 + 0{,}00483\ t + \ldots$ - półrocze chłodne /X-III/

$T = 14{,}52 + 0{,}00041\ t + \ldots$ - półrocze ciepłe /IV-IX/

$T = 7{,}263 + 0{,}00189\ t + \ldots$ - rok

Antropogeniczne przyrosty miesięcznych sum opadów antropogenicznych / ΔP = at/ są rzędu kilku mm/100 lat. W niektórych miesiącach są one ujemne. Przyrosty ΔP półrocznych /X-III, IV-IX/ i rocznych /I-XII/ sum opadów atmosferycznych w Warszawie są nieistotne statystycznie.

Ekstrema absolutne krzywej trendu czasowego temperatury powietrza w Warszawie w stuleciach XVIII - XXI występują w latach:

	T_{min}	Data	T_{max}	Data
styczeń	-7,5	1801	-0,9	1916
lipiec	17,7	1822	19,6	1944
rok	6,5	1823	8,5	1949

Minimum absolutne średniej rocznej temperatury powietrza $T_{min} = 6{,}5^{\circ}C$ przypada na rok 1823 - podczas minimum absolutnego aktywności Słońca /najsłabszego cyklu 1811 - 1823/. Maksimum absolutne temperatury $T_{max} = 8{,}5^{\circ}C$ nieco wyprzedza datę maksimum absolutnego plam słonecznych /1957/.

Analogiczne ekstrema wiekowe temperatury prawdopodobnie powtórzą się w XXI wieku:

	T_{min}	Data	T_{max}	Data
styczeń	-6,8	2011	-1,2	2044
lipiec	17,6	1977	19,5	2085
rok	6,8	2088	8,3	2093

Można oczekiwać, iż na początku przyszłego stulecia - w roku 2011 - wystąpią duże spadki temperatury w styczniu. Jeszcze przed rokiem 2000 mogą w lutym wystąpić bardzo niskie wartości temperatury powietrza.

W stuleciu XXI średnie roczne wartości temperatury powietrza w Warszawie będą na ogół niższe od normy $\bar{T}=7,46^{o}C$ /średniej z dwóch minionych stuleci/. Nie wystąpi jednak zbyt duże ochłodzenie klimatu, ponieważ znaczne są antropogeniczne przyrosty temperatury powietrza.

Krzywa wiekowych zmian sum rocznych opadów w latach 1700 - 2100 ma kilka wyraźnych minimów /P_{min}/ i maksimów /P_{max}/, np.:

P_{min}	Data	P_{max}	Data
468 mm	1764	654 mm	1756
466	1824	684	1852
457	1938	690	1965
486	2017	641	2025

Maksimum opadów P_{max} = 641 mm przypada na rok 1965, a minimum P_{min} = 486 mm wystąpi około roku 2017. Opady atmosferyczne w latach 1991 - 2023 będą w zasadzie poniżej normy $\bar{P}$ = 569,2 mm /średniej sumy rocznej z lat 1813 - 1980/ lub będą do niej zbliżone.

Przyczyną naturalnych zmian klimatu Polski w XVIII - XXI wieku są periodyczne zmiany aktywności Słońca. Widma oscylacji temperatury powietrza w Warszawie i liczb Wolfa w latach 1779 - 1979 są prawie identyczne /ryc. 349/. Zgodność tych widm występuje we wszystkich pasmach częstości $\omega = \frac{2\pi}{\vartheta}$ o maksimach, tj. okresach rzeczywistych ϑ :

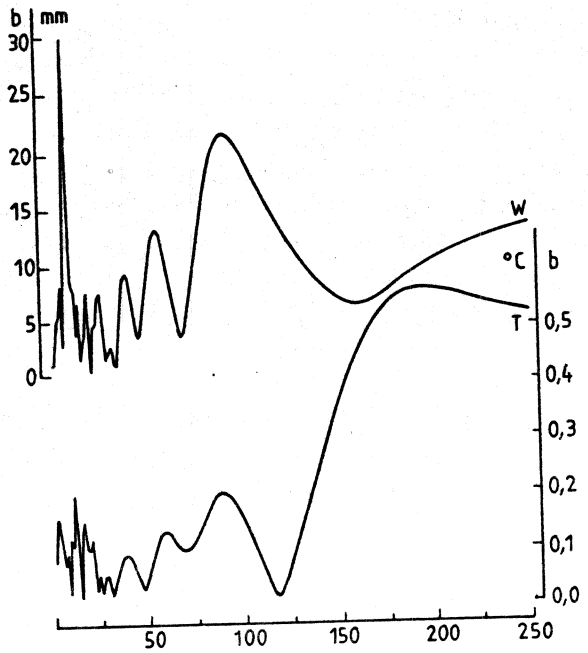
liczby Wolfa	11	21	28	43	59	91	(179)	lat
temperatura powietrza	13	22	28	41	60	90	194	lat

Mało prawdopodobne jest, by ta zgodność 7 pasm częstości oscylacji temperatury powietrza i aktywności Słońca była przypadkowa.

Opady atmosferyczne w Warszawie są uwarunkowane przede wszystkim periodycznymi zmianami cyrkulacji zachodniej. Świadczą o tym analogiczne oscylogramy korelacji R (θ) cyrkulacji zachodniej (C_W) i opadów (P) w latach 1891 - 1976 /ryc. 350/, które otrzymano na podstawie ciągów chronologicznych - średnich konsekutywnych 12-miesięcznych /o liczebności n = 1021/.

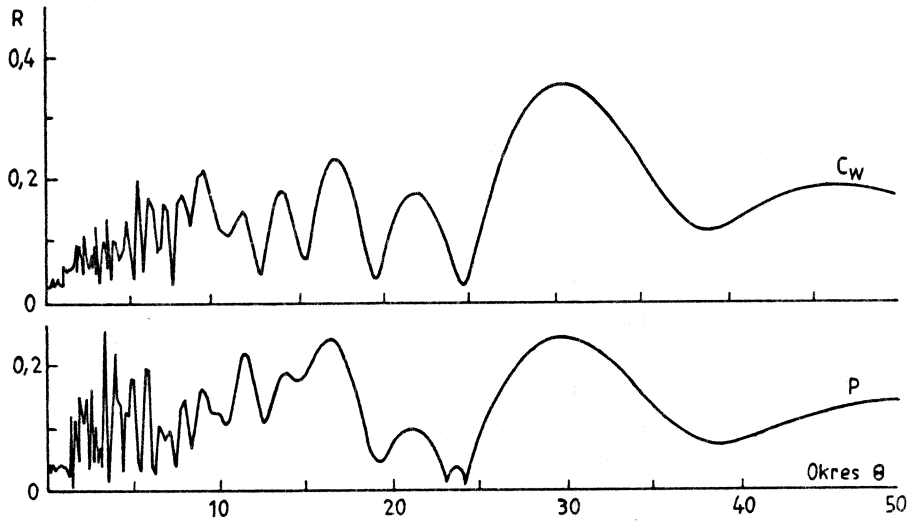
Zastosowaniom widm oscylacji m.in. do identyfikacji astronomicznych przyczyn zmian klimatu będzie poświęcona VIII część Atlasu współzależności parametrów meteorologicznych i geograficznych w Polsce.

Praca została wykonana w ramach konkursu Ministerstwa Edukacji Narodowej /1990/ - wg projektu badawczego p.t." Naturalne i antropogeniczne zmiany klimatu Polski".



Ryc. 349. Porównanie widm oscylacji temperatury powietrza w Warszawie (T) i aktywności Słońca (W) w latach 1779 - 1979

Oscillation spectrum of air temperature in Warsaw (T) and Sun activity (W) in the period 1779 - 1979



Ryc. 350. Porównanie oscylogramów korelacji opadów atmosferycznych w Warszawie (P) i cyrkulacji zachodniej (C_W)w latach 1891 - 1976

Correlation oscillogramsof precipitation in Warsaw (P) and the westerly circulation (C_W) in the period 1891 - 1976

SUMMARY

The paper discusses natural and anthropogenic century changes in Poland's climate, along with a forecast until 2100. The following chronological sequences were examined: spots on the Sun /Wolf number, 1749 - 1980/, atmospheric circulation /easterly, westerly, meridional after Wangenheim, 1891 - 1976/ and air temperature /1779 - 1979/ and precipitation /1813 - 1980/ in Warsaw. Analysis was made of monthly, seasonal, semi-annual and annual values.

The statistical methods used until now harmonic analysis - determination of consecutive terms in Fourier series, spectroanalysis - autocorrelation method, are not too well suited to study periodic changes of the climate.

The deficiency of the harmonic analysis is assumption of fictional periods: n, $\frac{n}{2}$, $\frac{n}{3}$, ... The periods received by dividing arbitrarily the duration of a chronological sequence into two, three, etc. parts do not correspond to actual periods. Only some of the harmonics may by accident appear to be the same as actual periods. The method is useless to discover periods between: n and $\frac{n}{2}$, $\frac{n}{2}$ and $\frac{n}{3}$, etc.

The commonly used autocorrelation method can only be used to determine only very short periods of change /with high frequency/. Autocorrelation coefficients between the original chronological sequence and sequences obtained in effect of time translation by 1, 2, 3, ... , k units are calculated basing on an increasingly smaller number of data n - k. This restricts the applicability of the method to periods not exceeding $k = \frac{n}{2}$.

An oscillation analysis is a novelty in secular examina-

tion of climate changes - determination of oscillation spectra and actual periods /Boryczka's method/. The method is characterized by lack of all above applicability limitations. A chronological sequence /also an incomplete one/ of measurements in any time intervals is approximated with consecutive regression sinusoids:

$$y = a + b\sin\left(\frac{2\pi}{\vartheta}t + c\right)$$

with a predetermined oscillation band, e.g. $\vartheta = \frac{1}{12}, \frac{2}{12}, \ldots, N$, where $N > n$.

With this method the following are obtained:

$b = b_1, \ldots, b_N$ - empirical oscillation spectrum

$c = c_1, \ldots, c_N$ - initial phases

$R = R_1, \ldots, R_N$ - correlation oscillogram

Real periods that are sought for Θ_j - are maximum values of local oscillation spectra /a sequence of amplitudes/. They correspond to minimum values of rest variances and maximum values of multiple correlation coefficient R_j. Amplitudes b_j are verified with Fisher-Snedecor test with 2 and n - 3 degress of freedom.

Determination of a hidden period Θ_j - regression sinusoid with amplitude b_j and phase shift c_j requires the determination of a formula of a regression plane.

$$y = a_0 + \alpha x_1 + \beta x_2$$

in relation to time variables $x_1 = \sin\frac{2\pi}{\vartheta}t$, $x_2 = \cos\frac{2\pi}{\vartheta}t$.

Amplitude of changes /b/ and phase shift /c/ are determined with the following formulas:

$$b = \left(\alpha^2 + \beta^2\right)^{\frac{1}{2}}, \quad \operatorname{tg} c = \frac{\beta}{\alpha}$$

where angle c meets the following conditions: $\alpha = b\cos c$, $\beta = b\sin c$.

Oscillation spectra b and phase vectors were used to identify reasons for climate change. Oscillation spectra b of reasons /Sun activity/, of the mechanism of transmission to the Earth /atmospheric circulation/ and climate elements /air temperature, precipitation/ should be identical. In the same time epoch O, t also the vectors of phase shifts c, i.e. synchronic cycles should be similar.

Real periods Θ_j were used to determine time trends

$$y = f(t) = a_0 + \sum_{j=1}^{k} b_j \sin\left(\frac{2\pi}{\theta_j} t + c_j\right)$$

composing /smallest square condition/ regression sinusoids with actual periods, verified with the Fisher-Snedecor test with 2k and n-2k-1 degrees of freedom.

Another problem solved in the Atlas is modelling of natural and anthropogenic changes of climate. The measured values of e.g. air temperature /y/ are a sum of natural /y_0/ and anthropogenic /y/ components. It is possible to separate the natural component since it undergoes periodic changes. The resultant of those natural changes can be described with a few or about a dozen sinusoids with discovered real periods.

The measure of anthropogenic changes is a linear component $\Delta y = at$ of time trend

$$y = a_0 + \underbrace{at}_{\substack{\text{anthro-}\\ \text{pogenic}\\ \text{changes}}} + \underbrace{\sum_{j=1}^{k} b_j \sin\left(\frac{2\pi}{\theta_j} t + c_j\right)}_{\text{natural changes}}$$

Partial regression coefficient a can indicate an upward /a>0/ or downward /a<0/ trend of anthropogenic changes. It can also approximate natural changes - a stretch of the sinusoid with a very long unknown period.

The difference between linear components $\Delta y_1 - \Delta y_2 = /a_1 - a_2/t$ of time trends of two neighbouring localities /1 and 2/ results from the impact of anthropogenic factors. Oscillation spectra, characterizing natural changes in neighbouring towns are the same $(\vec{b}_1 \approx \vec{b}_2)$.

Real cycles of the number of Sun spots /W/, atmospheric circulation /easterly C_E, westerly C_W, meridional C/, air temperature /T/ and precipitation /P/ and time trends, being their resultant, show that changes in Poland s climate in 19th and 20th centuries were mostly affected by Sun activity.

An absolute minimum of Sun activity took place in the weakest single cycle 1811 - 1823, and maximum - in the strongest cycle 1959 - 1964. An absolute maximum of Sun activity of 189.9 occurred in 1957. The extreme absolute values of the number of sunspots resulted in effect of overlapping of four main cycles:

$W = 50.41 + 27.45 \sin (2\pi t/11t + 1.071)$

$W = 50.17 + 12,80 \sin (2\pi t/59t - 1.901)$

$W = 48.09 + 18.84 \sin (2\pi t/91t + 0.012)$

$W = 46.51 + 9.856 \sin (2\pi t/179t - 1.32)$ /data 1700 - 1978/

Here are dates of the minimum and maximum values of the regression sinusoids:

	minimum	maximum
cycle 11 years	1810	1959
cycle 59 years	1811	1959
cycle 91 years	1817	1954
cycle 179 years	1871	1960

The number of sunspots is characterized by a stable growth $\frac{\partial W}{\partial t} = 8/100$ years.

An absolute minimum of a mean annual air temperature $T_{min} = 6.5^{\circ}C$ /according to F/t/ trend/ was in 1823 when there was an absolute minimum of Sun activity /1811 - 1923 - the weakest cycle/. And the absolute maximum $T_{max} = 8.5^{\circ}C$ is slightly earlier than the maximum of Sun activity /1957/.

Air temperature, similarly to Sun activity, has been growing by $0.6^{\circ}C$/100 years over the last two centuries:

$W = 36.10 + 0.0803\ t$ /1779 - 1979/

$T = 6.88 + 0.0058\ t$ /1700 - 1978/

The regular increase of the average annual air temperature in Warsaw results from overlapping of natural cycles - primarily 89 years and 194 years. The progressing warming up of the climate in 18th-20th centuries is probably due to intensified Sun activity. Air temperature is positively correlated to the number of sunspots.

The cycles of annual air temperature values - 60 years, Sun activity - 59 years and meridional circulation - 61 years are synchronic:

$T = 7.45 + 0.133 \sin \left(\frac{2\pi}{60} t + 1.363\right)$

$W = 50.17 + 12.8 \sin \left(\frac{2\pi}{59} t - 1.90\right)$

$C = 95.09 + 19.68 \sin \left(\frac{2\pi}{61} t + 1.525\right)$

Maximum values of the regression sinusoids occur more or less at the same time:

T_{max}	1780	1840	1900	1960	2020
W_{max}	1781	1840	1899	1958	2017
C_{max}	1768	1929	1890	1951	2012

Also the following cycles are synchronic: 89 years - of average annual air temperature and 91 years - of Sun activity.

$$T = 7.45 + 0.199 \sin\left(\frac{2\pi}{89} t + 2.474\right)$$

$$W = 48.09 + 18.84 \sin\left(\frac{2\pi}{91} t + 0.012\right)$$

Their minimum values are as follows:

T_{min}	1632	1721	1810	1898	1988	2077
W_{min}	1634	1725	1816	1907	1998	2089

A conurrence of dates also occurs among extremes of cycles: 58 years - precipitation.

$$P = 569.3 + 30.86 \sin\left(\frac{2\pi}{58} t - 2.930\right)$$

and so years - air temperature and 59 years - Sun activity.

The longest cycle of annual precipitation is 112 years:

$$P = 565.0 + 30.0 \sin\left(\frac{2\pi}{112} t - 0.861\right)$$

It is much longer than the following cycles: 87-99 years - westerly circulation and 89 years - air temperature and 91 years - Sun activity.

Almost in all months, 9-13 year cycles of precipitation were discovered that were close to the 11-year cycle of Sun activity.

There is a general regularity that easterly circulation had a growing trend in the period 1891 - 1980 /$a>0$/ and the westerly circulation - decreasing /$a<0$/. And the linear component of the southerly circulation would alternate within the year/$\Delta C = at$/.

The linear component $\Delta T = at$ of the secular trend of air temperature depends on anthropogenic factors. This is shown in its annual changes - from high /1.48°C/100 years/ positive values in winter to very low, close to zero, or even negative changes in the summer.

Anthropogenic growth of air temperature in Warsaw /$T = at$/ in the years 2000, 2100 can reach the following values in reference to 1778 /in °C, $t=0$, $\Delta T=0$/:

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
2000	1.31		0.47		0.16		0.02		0.18		2.57	
		0.02		0.47		0.07		-0.58		0.44		3.28
2100	2.91		0.68		0.23		0.03		0.26		3.74	
		0.03		0.68		0.10		-0.84		0.64		4.76

The large growth of air temperature /$\Delta T>0$/ in winter seems to have resulted from expansion of the town /increasing heat accumulation during the day by an increased number of multi-storey buildings and emission of articifial heat/ and domination of the hot-house effect of the atmosphere due to an increased CO_2 content in the atmosphere. In the summer /$\Delta T \approx 0$ or $\Delta T<0$/ there is absorption of Sun radiation by natural and industrial dusts /from secondary emission/. The contrary activity of anthropogenic factors produces small growths ΔT = 0.19°C/100 years/ of the average annual air temperature.

$T = -0.1385 + 0.00483\ t + \ldots$ - cool six months /X-III/

$T = 14.52 + 0.00041\ t + \ldots$ - warm six months /IV-IX/

$T = 7.263 + 0.00189\ t + \ldots$ - year

Anthropogenic growths of monthly sums of anthropogenic precipitation / ΔP = at/ are a few mm/100 years. In some months it is negative. ΔP growths of semi-annual /X-III, IV-IX/ and annual /I-XII/ sums of precipitation in Warsaw are statistically insignificant.

Absolute extremes of the time trend curve of air temperature in Warsaw in 18th-21st centuries occur in the following years:

	T_{min}	Year	T_{max}	Year
January	-7.5	1801	-0.9	1916
July	17.7	1822	19.6	1944
year	6.5	1823	8.5	1949

An absolute minimum value of the average annual air temperature T_{min} = 6.5°C occurred in 1823 - at the time of an absolute minimum of Sun activity /the weakest cycle 1811 - 1823/. An absolute maximum value of temperature T_{max} = 8.5°C occurred somewhat ahead of the date of an absolute maximum of sunspots /1957/.

Corresponding secular extreme values of temperature will be probably repeated in 21st century:

	T_{min}	Year	T_{max}	Year
January	-6.8	2011	-1.2	2044
July	17.6	1977	19.5	2085
year	6.8	2088	8.3	2093

Substantial temperature drops in January can be expected at the beginning of the next century - in 2011. Even before the year 2000 very low air temperatures can occur in February. In 21 st century average annual air temperatures in Warsaw will generally be below standard $\bar{T}$ = 7.46°C /an average of the two previous centuries/. However, the climate wil not be excessively cooled down due to substantial anthropogenic increase of air temperature.

The curve of secular changes in the sums of annual precipitation in the period 1700 - 2100 shows a few clear minimum values /P_{min}/ and maximum values /P_{max}/, e.g.:

P_{min}	Year	P_{max}	Year
468 mm	1764	654 mm	1756
466	1824	684	1852
457	1938	690	1965
486	2017	641	2025

A maximum of precipitation P_{max} = 641 mm occurred in 1965 and minimum P_{min} = 486 will occur around the year 2017. In the period 1991 - 2023, precipitation will be in principle below the standard $\bar{P}$ = 569.2 mm /being the average annual sum from the period 1813 - 1980/ or will be close to the standard. Periodic changes in Sun activity are the reason for natural changes in Poland's climate in 18th-21st centuries. Spectra of oscillation of air temperature in Warsaw and Wolf number in the period 1779 - 1979 are almost identical /Fig. 349/. The consistence of the spectra occurs in all frequency bands $\omega = \frac{2\pi}{\theta}$ with maximum values or real periods θ :

Wolf number	11	21	28	43	59	91	/179/ years
air temperature	13	22	28	41	60	90	194 years

It is highly improbable that the consistence of seven frequency bands of oscillation of air temperature and Sun activity is accidental.

Precipitation in Warsaw depends primarily on periodic changes of westerly circulation. This is confirmed by corresponding correlation oscillograms $R(\vartheta)$ of westerly circulation $/C_W/$ and precipitation P in the period 1891 - 1976 /Fig. 350/, which were received basing on chronological sequences - average consecutive 12-month values /with quantity n = 1021/. The applications of oscillation spectra e.g. to identify astronomical reasons of climate changes will be discussed in part VIII of the Atlas of interdependence of meteorological and geographical parameters in Polnad.

LITERATURA

Afanasiewa B.I., Szewnin A.D., Niekotoryje staticzeskije charaktieristiki magnitnoj aktiwnosti, Gieomagnitnaja aktiwnost i jejo prognoz, Nauka, Moskwa 1978.

Boryczka J., Nowa metoda wyznaczania okresowych zmian pól parametrów meteorologicznych, "Przegląd Geofizyczny", t. XXIV /XXXII/, z. 1, 1979.

Boryczka J., Nowa metoda wyznaczania trendu pól zmiennych meteorologicznych, "Przegląd Geofizyczny", t. XXV /XXXIII/, z. 3-4, 1980.

Boryczka J., Model deterministyczno-stochastyczny wielookresowych zmian klimatu, Rozprawy Uniwersytetu Warszawskiego, Nr 234, Warszawa 1984a.

Boryczka J., Trend wiekowy temperatury powietrza w Warszawie /1500 - 2500/, Klimat i bioklimat miast, Wyd. UŁ. Łódź 1984b.

Boryczka J., Changes in Earth's climate in the 18th trough 21st centuries and their reasosns, Miscellanea Geographica, Warszawa 1990a.

Boryczka J., Współczesne zmiany klimatu i ich przyczyny. Ogólnopolska Sesja Naukowa, Meteorologia i hydrologia a ochrona środowiska, Przesieka k. Jeleniej Góry 25-28 września 1990b.

Boryczka J., Stopa-Boryczka M., The multiperiodical Changes of air temperature in Warsaw, Miscellanea Geographica, Warszawa 1984.

Boryczka J., Wicik B., Holoceńskie cykle klimatu w środkowej Polsce na podstawie statystycznej analizy osadów jeziornych. "Przegląd Geograficzny", t. XXVIII, z. 3-4, 1983.

Boryczka J., Więckowski K., Wicik B., Holocene climatic changes in the light of statistical analisis of laminated sediments

from Gościąż Lake, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Matematyka-Fizyka z. 57, Geochronometria Nr 5, 1989.

Box G.E., Jenkins G.M. Time Series Analysis, Analiza szeregów czasowych, Warszawa 1983 /tłumaczenie/.

Budyko M.I., Klimat i żizn, Gidromietieorologiczeskoje zdatielstwo, Leningrad 1971.

Brückner E., Klimaschwankungen seit 1700 nebst Bemerkungen über die Klimaschwankungen der Diluviazeit, Geogr. Abh., H. 4/2. Wien 1890.

Butusow K.P., K woprosu o ciklicznosti sołniecznoj aktiwnosti, Sołncje, elektriczestwo żizni, MGU, Moskwa 1972.

Dąbrowska G., Charakterystyka klimatu Siedlec, maszynopis pracy magisterskiej, Zakład Klimatologii WGiSR UW, 1986.

Dębska D., Wielookresowe zmiany opadów atmosferycznych w Warszawie w latach 1813 - 1980, maszynopis pracy magisterskiej, Zakład Klimatologii WGiSR UW, 1986.

Die Grosswetterlagen Europas, 1968, ... , 1980, Deutsch Wetterdienst, Offenbach a. Mein.

Dydina L.A., Osobiennosti rozwitia sinopticzeskich processow w Arktikie i ich ispolzowanije w prognozach na sriednije sroki, Gidromietieoizdat, Leningrad 1982.

Ewert A., Opady atmosferyczne na obszarze Polski w przekroju rocznym, cz. I i cz. II, Wyższa Szkoła Pedagogiczna w Słupsku, 1984.

Girs A.A., K woprosu izuczenija osnownych form atmosfiernoj cyrkulacyi, Miet. i Gidr., t. 10, nr 3, 1948.

Girs A.A., Mnogoletnije kolebanija atmosfiernoj cyrkulacji i dołgosrocznyje gidromietieorologiczeskije prognozy, Gidromietieoizdat, Leningrad 1971.

Girs A.A., Makrocyrkularnyj mietod dołgosrocznych mietieorologiczeskich prognoz, Gidromietieoizdat, Leningrad 1974.

Girs A.A., Sołniecżno-atmosfiernyje swiazi i ich rol w dołgosrocznych gidromietieorologiczeskich prognozach, Gidromietieoizdat, Leningrad 1974.

Groves K.S., Mattingly S.R., Tuck A.F., Increased atmospheric carbon dioxide and stratospheric ozone, Nature 273, 1978.

Grzęda K., Wielookresowe zmiany opadów atmosferycznych w Krakowie w latach 1850 - 1987, maszynopis pracy magisterskiej, Zakład Klimatologii WG i SR UW, 1990.

Gutry-Korycka M., Boryczka J., Long-term fluctuation of hydro-climate elements in North-Eastern Europe, Global Change, Regional Research Centres Scientific Problems and Concept Developments, September 25-29, 1989, Warszawa 1989.

Haurwitz B., Relation between Solar Activity and the Lower Atmosphere, Trans. Am. Geoph. Union, XXVII, 1946.

Jeż G., Jokiel P., Kożuchowski K., Cykliczne zmiany przepływów w rzekach europejskich na tle wahań opadów atmosferycznych, Wiadomości IMGW, Wyd. Kom. i Łącz., Warszawa 1987.

Jose P., Sun's motion and sunspots, Astronom. J., v. 70, N 3, 1965.

Kaczorowska Z., Opady w Polsce w przekroju wieloletnim, Prace Geogr. PAN Nr 33, 1962.

Katalog indieksow sołniecznoj i gieomagnitnoj aktiwnosti, 2-je izd, WNILGMI-MCD, Obninsk 1979.

Klechta K., Wielookresowe zmiany temperatury powietrza w Krakowie w latach 1826 - 1985, maszynopis pracy magisterskiej, Zakład Klimatologii WG i SR UW, 1990.

Kondratiew K.J., Aktincmietria Gidromieteoizdat, Leningrad 1965.

Kożuchowski K., Zmienność opadów atmosferycznych w Polsce w stuleciu 1891 - 1980, Acta Geogr. Lodz., z. 48, 1985.

Kożuchowski K., Makrotypy cyrkulacji atmosfery a temperatura powietrza w Polsce, "Przegląd Geofizyczny", R. XXXIV, z. 4, 1989.

Kożuchowski K., Materiały do poznania historii klimatu w okresie obserwacji instrumentalnych, Łódź 1990.

Kożuchowski K., Trepińska J., Niektóre aspekty wieloletniej zmienności temperatury powietrza i opadów atmosferycznych w Krakowie, Zeszyty Naukowe UJ, Pr. Geogr., z. 67, 1986.

Kuklin G.B., O niekotorych osobiennostiach obrazowanija wysokoszirotnych grupp sołniecznych piatien - "Sołniecznyje dannyje", No 2, 1965.

Landsberg H.E., Climatic fluctuation, Mc Graw Hill Yearbook Science and Technology, Mc Graw Hill Book Co., New York 1979.

Landsberg H.E., Variable solar emission, the "Maunder Minimum" and climatic temperature fluctuation, Arch. Meteor. Geoph. Bioklimat., ser. B, vol. 28, 1980.

Landsberg H.E., Albert J.M., Some aspects of global climatic fluctuation, Arch. Geoph. Bioklimat., ser. B, vol. 23, 1975.

Maksimow I.B., Problemy oliedienija Ziemli i ritmy w prirodie, Nauka, Leningrad 1972.

Messerli P., Beitrag zur statischen Analyse klimatologischer Zeitreihen, Geographica Bernesia, G. 10, Bern 1979.

Rakipowa L.R., O wozdiejstwie sołniecznoj aktywnosti na dbszczuju cirkulacju atmosfiery, "Astronom sbornik", III i IV, 1960.

Rakipowa L.R. /red./, Dinamika wierchnich słojew atmosfiery i sołnieczno-atmosfiernyje swiazi, "Trudy GGO", no 407, 1978.

Reznikow A.P., Priedskazanije jestiestwiennych processow obuczajuszczziejsja sistiemoj, Nowosybirsk 1982.

Schuster A., The influence of Planets on the formation of sunspots, Proc. of the Roy. Soc. Ser. A, V. 85, Na 575, Math cal, and phys. sci., 1911.

Stachy J. Zmniejszenie się odpływu rzek polskich w bieżącym stuleciu, Prace PIHM, 95, Warszawa 1968.

Stachy J., Wieloletnia zmienność odpływu rzek polskich, PIHM, Warszawa 1970.

Stopa-Boryczka M., Boryczka J., Wpływ czynników antropogenicznych na klimat lokalny Warszawy, Acta Universitatis Carolinae, Geographica XXIV, z. 2, Praha 1989.

Stopa-Boryczka M., Kopacz-Lembowicz M., Boryczka J., Influence of the city of field of meteorological variable, Urban Ecological Studien in Central and Eastern Europe, Proceedings of the International Symposium, Warszawa-Jabłonna, 24-25 September 1986, 1990.

Tomasik M., Długookresowe zmiany temperatury powietrza i opadów atmosferycznych w Warszawie, maszynopis pracy magisterskiej, Zakład Klimatologii WGiSR UW, 1990.

Trepińska J., Zmiany w przebiegu temperatury powietrza w Krakowie w XIX i XX wieku, "Przegląd Geofizyczny", z. 1-2, 1973.

Waldmeier M., The sunspot-activity in years 1610-1960, Schultheirs, Zurich 1961.

Wangenheim G.J., K woprosu tipizacji i schiematizacyi sinopticzeskich prociessow, Miet. i Gidr., t. 3, nr 3, 1938.

Wangenheim G.J., Osobiennosti atmosfiernoj cyrkulacyi w razliczjnych epochach i kolebanija klimata, Trudy II Wsiesojuznogo Gieograficzeskogo Sjezda, Moskwa 1948.

White O.R. /ed./, The solar output and its variations , Boulder, Gol. Assoc. Univ, Press, 1977.

Wolf R., Handbuch der Mathematik, Physik, Geodasie und Astronomie, t. 1-2, 1869-72.

Wood R.M., Wood K.D.. Solar motion and sunspot comparison, "Nature", r. 208, N 5006, 1965.

Zieliński R., Tablice statystyczne, PWN, Warszawa 1972.

SPIS TREŚCI

PRZEDMOWA 5
I. WSTĘP 9
II. METODY BADAŃ ZMIAN KLIMATU WPROWADZONE PRZEZ ZAKŁAD KLIMATOLOGII UNIWERSYTETU WARSZAWSKIEGO 11
1. Teoria analizy oscylacji i rzeczywistych okresów 13
2. Modelowanie naturalnych zmian klimatu 17
3. Modelowanie antropogenicznych zmian klimatu . . . 18
III. CYKLICZNE ZMIANY AKTYWNOŚCI SŁOŃCA 29
1. Chronologiczny ciąg liczb Wolfa 29
2. Rzeczywiste cykle liczb Wolfa 32
3. Trend wiekowy aktywności Słońca 35
IV. ZMIANY OKRESOWE CYRKULACJI ATMOSFERYCZNEJ 96
1. Cyrkulacja wschodnia 97
2. Cyrkulacja zachodnia 100
3. Cyrkulacja południkowa 103
V. TREND WIEKOWY TEMPERATURY POWIETRZA W POLSCE 280
1. Widma oscylacji temperatury powietrza 282
2. Naturalne i antropogeniczne zmiany temperatury powietrza 285
3. Prognoza temperatury powietrza w stuleciu XXI . . 287
VI. TREND WIEKOWY OPADÓW ATMOSFERYCZNYCH W POLSCE . . . 349
1. Widma oscylacji opadów atmosferycznych 352
2. Naturalne i antropogeniczne zmiany opadów atmosferycznych 353
3. Prognoza opadów atmosferycznych w stuleciu XXI . 356
VII. ZAKOŃCZENIE 416
SUMMARY 426
LITERATURA 434